

תורת החשמל

ספר תיאוריה ותרגילים

הקדמה כללית:

קורס תורת החשמל הינו קורס יסוד לסטודנטים הלומדים במגמות ההנדסה השונות. במסגרת הקורס נלמדים כל העקרונות הפיזיקאליים והחשמליים העוסקים בניתוח מעגלי זרם ישר וזרם חילופין תוך פיתוח הידע המתמטי הנדרש. מטרת הקורס היא ליצור בסיס איתן אשר ילווה את התלמיד בהמשך הדרך בקורסים מתקדמים באלקטרוניקה תקבילית וספרתית.

הספר מחולק לפרקים המסודרים לפי נושאים כמקובל בלימוד תחום החשמל ומכיל את כל החומר כפי שמקובל להעביר בקורס המבוא להנדסת חשמל במוסדות האקדמאים השונים בארץ. בספר תוכלו למצוא בכל פרק סקירה תיאורטית של עיקרי הדברים וכן תרגילים יסודיים ומסכמים בכל נושא.

לכל התרגילים והתיאוריה בספר פתרונות מלאים באתר www.Gool.co.il

הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותי היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

בהצלחה!

צוות האתר גול

ספר זה בנוי לפי הפרקים הבאים:

- פרק 1 - מבוא לחשמל והגדרות יסודיות 1
- פרק 2 - רכיבים במעגל החשמלי ומכשירי מדידה 29
- פרק 3 - שיטות יסודיות בניתוח מעגלים 45
- פרק 4 - משפטי הרשת 66
- פרק 5 - קבלים במעגל החשמלי 96
- פרק 6 - אלקטרומגנטיות וסלילים 117
- פרק 7 - אותות חשמליים 131
- פרק 8 - תופעות המעבר במעגלים מסדר ראשון ושני 151
- פרק 9 - מעגלי זרם חילופין 191
- פרק 10 - פונקציות תמסורת, סרטוטי בודה והתמרות לפלס 237
- פרק 11 - מגברי שרת 258
- פרק 12 - מעגלים מגנטיים 284

כל פרק פותח בתוכן עניינים מפורט בו תוכלו להתרשם מהסידור הפנימי והנושאים הכלולים בפרק זה. סדר הצגת הנושאים בספר זה ובאתר 'גול' הינו עקבי ומאפשר עבודה שוטפת במהלך הלימוד.

תוכן העניינים:

| | |
|----|--|
| 2 | פרק 1 |
| 2 | מבוא לחשמל והגדרות יסודיות |
| 2 |: סרטון - מבוא לחשמל |
| 2 |: הגדרות יסודיות |
| 3 |: סרטון - סוגי חומרים בטבע |
| 4 |: סרטון - יחידות מדידה וחישובי שטחים ונפחים |
| 5 |: נוסחאות יסודיות |
| 5 |: תרגילים |
| 8 |: תשובות סופיות |
| 10 |: סרטון - זרם, מתח והתנגדות |
| 10 |: זרם חשמלי |
| 10 |: צפיפות זרם חשמלי |
| 10 |: חישוב מספר אלקטרונים |
| 10 |: מתח חשמלי |
| 11 |: התנגדות ומוליכות חשמלית |
| 11 |: התנגדויות של חומרים שונים |
| 11 |: תלות ההתנגדות וההתנגדות הסגולית בטמפרטורה |
| 13 |: תרגילים |
| 16 |: תשובות סופיות |
| 17 |: סרטון - חוק אוהם |
| 17 |: חוק אוהם |
| 18 |: תרגילים |
| 20 |: תשובות סופיות |
| 21 |: סרטון - הספק ואנרגיה חשמליים |
| 21 |: אנרגיה חשמלית |
| 21 |: הספק חשמלי |
| 21 |: נצילות |
| 22 |: תרגילים |
| 23 |: תשובות סופיות |
| 24 |: סרטון - המעגל החשמלי – סימונים ומוסכמות |
| 24 |: סימונים בסיסיים |
| 25 |: תרגילים |
| 28 |: תשובות סופיות |

פרק 1

מבוא לחשמל והגדרות יסודיות

סרטון - מבוא לחשמל:

ישנם 3 כוחות מרכזיים בטבע:

1. כוח המשיכה.
2. הכוח החשמלי.
3. הכוח המגנטי.

במסגרת קורס זה נתמקד בכוחות החשמליים והמגנטיים הקיימים במעגלים חשמליים.

הגדרות יסודיות:

מטען חשמלי:

תכונה פיזיקאלית של החומר הגורמת לאינטראקציה חשמלית עם מטענים אחרים. מטען חשמלי יכול להיות חיובי או שלילי. גוף הטעון במטען חיובי הוא גוף המורכב מיונים חיוביים (שיחרר ממנו אלקטרונים לסביבה). גוף הטעון במטען שלילי הוא גוף המורכב מיונים שליליים (קיבל אלקטרונים מהסביבה). מטען מסמנים באות Q ויחידותיו הן קולון (c), כגון: $Q = 2c$.

מטען אלקטרון ופרוטון: $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} c$, $q_p = +1.6 \cdot 10^{-19} c$.

שדה חשמלי:

כוח חשמלי ליחידת מטען הפועל על גוף במרחב. שדה חשמלי פועל על גופים הטעונים במטען חשמלי במצב סטטי ובזמן תנועה.

שדה חשמלי מסומן באות E ויחידותיו: $\frac{N}{c}$.

כוח חשמלי:

כוח שמרגיש גוף הטעון במטען q בתווך בו שורר שדה חשמלי E .
 כוח חשמלי נתון בנוסחה: $F = qE$. יחידות הכוח הן ניוטונים (N).

תנועת מטענים ביחס לשדה חשמלי:

מטענים חיוביים ינועו עם כיוון השדה החשמלי ומטענים שליליים ינועו נגד כיוון השדה החשמלי.

שדה מגנטי:

תכונה מרחבית המפעילה כוחות מגנטיים על גופים הטעונים במטען חשמלי בתנועה.
 שדה מגנטי מסומן באות B ויחידותיו הן טסלה (T).

כוח מגנטי:

כוח שמרגיש גוף הטעון במטען q ונע במהירות v בתוך תווך שבו שורר שדה מגנטי B כאשר הזווית שבין כיוון השדה לתנועת הגוף היא α .
 את הכוח המגנטי ניתן לחשב ע"י: $F_M = qBv \cdot \sin \alpha$.

סרטון - סוגי חומרים בטבע:

בטבע ישנם כ-118 חומרי יסוד קרויים יסודות ומהם ניתן ליצור, ע"י תרכובות וכדומה, כל חומר שקיים במציאות שלנו. תכונות החומרים המרכזיות על פרטים ניתן למצוא בטבלה הנקראת הטבלה המחזורית. במסגרת לימודי החשמל נתעניין בחלוקה של החומרים ל-3 סוגים:

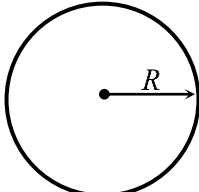
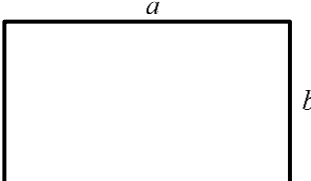
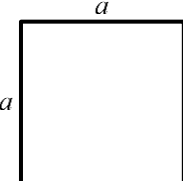
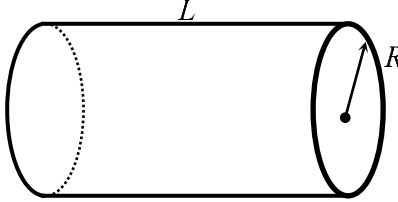
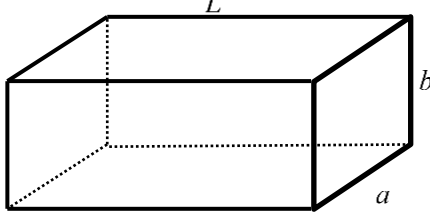
1. חומרים מוליכים - מספר גדול של אלקטרונים חופשיים.
2. חומרים מבודדים - מספר קטן של אלקטרונים חופשיים.
3. חומרים המוליכים למחצה - מתנהג כמוליך וכמבודד לפי תנאים משתנים.

סרטון - יחידות מדידה וחישובי שטחים ונפחים:

טבלת האותיות והסימונים לסדרי הגודל המקובלים:

| תחילית | שם לועזי | סימון | גודל | ערך המכפלה |
|------------|----------|-----------|------------|-------------------|
| טֶרָה | Tera | <i>T</i> | 10^{12} | 1,000,000,000,000 |
| גִּיגָה | Giga | <i>G</i> | 10^9 | 1,000,000,000 |
| מֶגָה | Mega | <i>M</i> | 10^6 | 1,000,000 |
| קִילוֹ | Kilo | <i>k</i> | 10^3 | 1,000 |
| דֶקָה | Deca | <i>da</i> | 10^1 | 10 |
| גודל מקורי | Unit | | 1 | 1 |
| דְּצִי | Deci | <i>d</i> | 10^{-1} | 0.1 |
| סֶנְטִי | Centi | <i>c</i> | 10^{-2} | 0.01 |
| מִילִי | Mili | <i>m</i> | 10^{-3} | 0.001 |
| מִיקְרוֹ | Micro | μ | 10^{-6} | 0.000001 |
| נָנוֹ | Nano | <i>n</i> | 10^{-9} | 0.000000001 |
| פִּיקוֹ | Pico | <i>p</i> | 10^{-12} | 0.000000000001 |
| פֶּמְטוֹ | Femto | <i>f</i> | 10^{-15} | 0.000000000000001 |

נוסחאות יסודיות:

| | | |
|---|---|---|
| <p>שטח עיגול:</p>  <p>$S = \pi R^2$</p> | <p>שטח מלבן:</p>  <p>$S = ab$</p> | <p>שטח ריבוע:</p>  <p>$S = a^2$</p> |
| <p>נפח גליל:</p>  <p>$V = \pi R^2 L$</p> | | <p>נפח תיבה:</p>  <p>$V = abL$</p> |

תרגילים:

1) כתוב את הגדלים הבאים במטרים בלבד (m):

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| א. $5km$ | ב. $7.6km$ | ג. $8.751km$ |
| ד. $6.4Mm$ | ה. $45cm$ | ו. $7cm$ |
| ז. $542mm$ | ח. $89mm$ | ט. $6mm$ |
| י. $0.28mm$ | יא. $3\mu m$ | יב. $90\mu m$ |
| יג. $470\mu m$ | יד. $1080\mu m$ | טו. $4870\mu m$ |
| יז. $3nm$ | יז. $325nm$ | יח. $7600nm$ |

(2) פשט את הגדלים הבאים ע"י כתיבה עם סדר הגודל המתאים :

| | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| א. $4000m$ | ב. $5600m$ | ג. $7225m$ |
| ד. $8,700,000m$ | ה. $0.5m$ | ו. $0.06m$ |
| ז. $0.003m$ | ח. $0.892m$ | ט. $0.404m$ |
| י. $0.00047m$ | יא. $0.000069m$ | יב. $0.00000004m$ |

(3) כתוב את הגדלים הבאים במטר ריבועי (m^2) עם סדר הגודל המתאים :

| | | |
|-------------|---------------|--------------|
| א. $4km^2$ | ב. $5.77km^2$ | ג. $450cm^2$ |
| ד. $80cm^2$ | ה. $51cm^2$ | ו. $320mm^2$ |
| ז. $90mm^2$ | ח. $6mm^2$ | ט. $1mm^2$ |

(4) כתוב את הגדלים הבאים במטר מעוקב (m^3) עם סדר הגודל המתאים :

| | | |
|-----------------|--------------|------------|
| א. $3500cm^3$ | ב. $240cm^3$ | ג. $6cm^3$ |
| ד. $4773mm^3$ | ה. $68mm^3$ | ו. $2mm^3$ |
| ז. $641\mu m^3$ | ח. $54nm^3$ | ט. $7km^3$ |

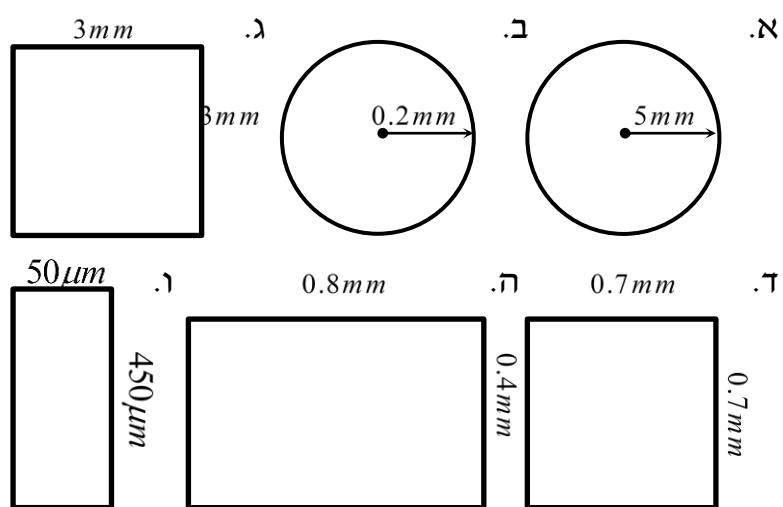
(5) כתוב בגרמים (g) את הגדלים הבאים עם סדר הגודל המתאים :

| | | |
|-------------|---------------|----------------|
| א. $3kg$ | ב. $65.2kg$ | ג. $370kg$ |
| ד. $670mg$ | ה. $50mg$ | ו. $4.2mg$ |
| ז. $6\mu g$ | ח. $352\mu g$ | ט. $7841\mu g$ |

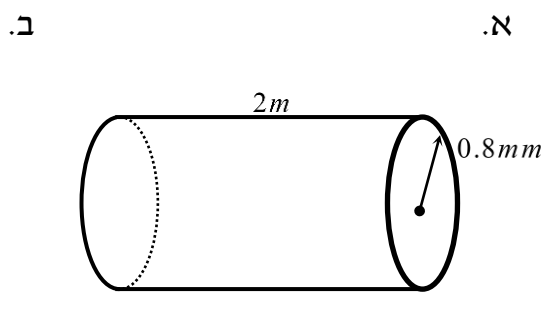
6) ענה על השאלות הבאות:

- א. כמה ליטרים יש בנפח של 540mL ?
 ב. כמה ליטרים יש בנפח של 6525mL ?
 ג. כמה מילי-ליטר (mL) יש ב- 0.4L ?
 ד. כמה מילי-ליטר (mL) יש ב- 3.2L ?

7) חשב את השטחים של הצורות הבאות:



8) חשב את הנפחים של הצורות הבאות:



תשובות סופיות:

(1) להלן הגדלים :

| | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| 8751m .ג. | 7600m .ב. | 5000m .א. |
| 0.07m .ו. | 0.45m .ה. | 6,400,000m .ד. |
| 0.006m .ט. | 0.089m .ח. | 0.542m .ז. |
| 0.00009m .יב. | 0.000003m .יא. | 0.00028m .י. |
| 0.00487m .טו. | 0.00108m .יד. | 0.00047m .יג. |
| 0.0000076m .יח. | 0.000000325m .יז. | 0.000000003m .טז. |

(2) להלן הגדלים :

| | | |
|-------------|-----------------|-----------------|
| 7.225km .ג. | 5.6km .ב. | 4km .א. |
| 6cm .ו. | 50cm .ה. | 8.7Mm .ד. |
| 404mm .ט. | 892mm .ח. | 3mm .ז. |
| 40nm .יב. | 69 μ m .יא. | 470 μ m .י. |

(3) להלן הגדלים :

| | | |
|--|---|---|
| 0.045m ² .ג. | 5.77 \cdot 10 ⁶ m ² .ב. | 4 \cdot 10 ⁶ m ² .א. |
| 32 \cdot 10 ⁻⁵ m ² .ו. | 51 \cdot 10 ⁻⁴ m ² .ה. | 8 \cdot 10 ⁻³ m ² .ד. |
| 10 ⁻⁶ m ² .ט. | 6 \cdot 10 ⁻⁶ m ² .ח. | 9 \cdot 10 ⁻⁵ m ² .ז. |

(4) להלן הגדלים :

| | | |
|---|--|---|
| 6 \cdot 10 ⁻⁶ m ³ .ג. | 2.4 \cdot 10 ⁻⁴ m ³ .ב. | 3.5 \cdot 10 ⁻³ m ³ .א. |
| 2 \cdot 10 ⁻⁹ m ³ .ו. | 6.8 \cdot 10 ⁻⁸ m ³ .ה. | 4.773 \cdot 10 ⁻⁶ m ³ .ד. |
| 7 \cdot 10 ⁹ m ³ .ט. | 5.4 \cdot 10 ⁻²⁶ m ³ .ח. | 6.41 \cdot 10 ⁻¹⁶ m ³ .ז. |

5) להלן הגדלים :

- | | | |
|------------------------|---------------------------|----------------------------|
| א. $3 \cdot 10^3 g$ | ב. $6.52 \cdot 10^4 g$ | ג. $3.7 \cdot 10^5 g$ |
| ד. $0.67 g$ | ה. $0.05 g$ | ו. $0.0042 g$ |
| ז. $6 \cdot 10^{-6} g$ | ח. $3.52 \cdot 10^{-4} g$ | ט. $7.841 \cdot 10^{-3} g$ |

6) א. $0.54L$ ב. $6.525L$ ג. $400mL$ ד. $3200mL$

7) א. $25\pi \cdot 10^{-6} m^2$ ב. $40\pi \cdot 10^{-9} m^2$ ג. $9 \cdot 10^{-6} m^2$ ד. $4.9 \cdot 10^{-7} m^2$

ה. $3.2 \cdot 10^{-7} m^2$ ו. $2.25 \cdot 10^{-8} m^2$

8) א. $1.28\pi \cdot 10^{-6} m^3$ ב. $1.104 \cdot 10^{-7} m^3$

סרטון - זרם, מתח והתנגדות:

זרם חשמלי:

כמות המטענים העוברים בחומר, דרך חתך ששטחו A בפרק זמן T : $I = \frac{Q}{T}$.

קשרים בין יחידות: $[I] = A = \frac{C}{\text{sec}}$.

צפיפות זרם חשמלי:

צפיפות הזרם מוגדרת בתור סך הזרם I ליחידת שטח A : $J = \frac{I}{A}$.

קשרים בין יחידות: $[J] = \frac{A}{\text{mm}^2} = 10^{-6} \frac{A}{\text{m}^2}$.

חישוב מספר אלקטרונים:

מספר האלקטרונים העוברים במטען כולל של Q הוא: $N = \frac{Q}{q_e}$

כאשר: $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ הוא מטען האלקטרון.

מתח חשמלי:

מתח חשמלי הוא הפרש פוטנציאלים: $U = v_2 - v_1$.

יחידות: $[U] = \text{V}$.

התנגדות ומוליכות חשמלית:

מוליכות חשמלית מתוארת כמידת הקלות שבה חומר מאפשר לתנועת מטענים חופשיים דרכו. המוליכות מציינת את היחס שבין הזרם למתח החשמלי על פני

$$. [G] = \overline{\sigma} = s : \text{יחידות} . G = \frac{I}{U}$$

ההתנגדות החשמלית של חומר מוגדרת בתור היכולת של חומר להתנגד לתנועת מטענים חופשיים דרכו והיא שווה ליחס שבין המתח לזרם שעל פני החומר: $R = \frac{U}{I}$.

$$. [R] = \Omega : \text{קשרים בין יחידות}$$

$$. RG = 1 : \text{קשר בין מוליכות להתנגדות}$$

התנגדויות של חומרים שונים:

התנגדותו של חומר באורך L עם שטח חתך A ובעל התנגדות סגולית ρ תחושב

$$. [L] = m , [A] = m^2 , [\rho] = \Omega m : \text{כאשר} R = \rho \frac{L}{A}$$

טבלת התנגדות סגולית של חומרים שונים:

| התנגדות סגולית בטמפרטורת החדר ($20^{\circ}C - 25^{\circ}C$) ביחידות $\frac{\Omega mm^2}{m}$ | סוג החומר |
|---|-----------|
| 0.064 | אבץ |
| 0.027 | אלומיניום |
| 0.12 | ברזל |
| 0.028 | זהב |
| 0.055 | טונגסטן |
| 0.016 | כסף |
| 1 | כרום-ניקל |
| 0.018 | נחושת |
| 0.078 | ניקל |
| 0.22 | עופרת |
| 0.075 | פליז |
| 0.5 | קונסטנטן |

$$. \frac{\Omega mm^2}{m} = 10^{-6} \Omega m : \text{קשרים בין מעברי יחידות}$$

תלות ההתנגדות וההתנגדות הסגולית בטמפרטורה:

ההתנגדות הסגולית בטמפרטורה T של חומר בעל מקדם טמפרטורה α והתנגדות סגולית בטמפרטורת החדר, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, של $\rho(0)$ היא: $\rho(T) = \rho(0)(1 + \alpha(T - T_0))$.

ההתנגדות של חומר באורך L עם שטח חתך A ובעל התנגדות סגולית $\rho(T)$ בטמפרטורה השונה מטמפרטורת החדר יחושב ע"י: $R(T) = R(0)(1 + \alpha(T - T_0))$: כאשר $R(0)$ היא התנגדות החומר בטמפרטורת החדר.

תרגילים:

- (1) מצא את המטען העובר בתיל במשך 3 שניות אם ידוע כי סך הזרם הנמדד הוא $I = 12mA$.
- (2) מצא את סך המטען שעובר בתיל במשך שעה אם ידוע כי הזרם הנמדד הוא $I = 6\mu A$.
- (3) צרכן צורך מטען כולל של $12kC$ במשך 8 שעות. מה הזרם שיקבל הצרכן?
- (4) צרכן צורך מטען כולל של $480kC$ במשך יממה שלמה (24 שעות). מה תהיה עוצמת הזרם?
- (5) מהי צפיפות הזרם של מוליך בעל שטח חתך אחיד של $1mm^2$ אם ידוע כי הזרם הכולל שעבר בו הוא $5mA$.
- (6) חשב את צפיפות הזרם שעובר דרך מוליך בעל שטח חתך אחיד של $4.5mm^2$ אם ידוע כי במשך חצי דקה עבר בו מטען כולל של $3 \cdot 10^{-4} C$.
- (7) צפיפות הזרם של מוליך כלשהו היא $4 \cdot 10^{-3} \frac{A}{cm^2}$. מצא את שטח החתך של מוליך זה אם ידוע כי במשך דקה עבר בו מטען של $24\mu C$.
- (8) כמה אלקטרונים עוברים דרך תיל מוליך שזורם בו זרם של $20mA$ במשך 4 שניות?
- (9) כמה אלקטרונים דרושים כדי להעביר זרם של $3A$ דרך תיל מוליך במשך שעה?

(10) כמות של N אלקטרונים עוברים דרך תיל מוליך במשך 15 דקות. צפיפות הזרם שנמדדה היא $3 \frac{A}{mm^2}$ ושטח החתך של המוליך הוא ריבוע בעל אורך צלע של $2mm$. מצא את N .

(11) חשב את ההתנגדות של תיל גלילי מאלומיניום בעל רדיוס של $0.5mm$ באורך של $3m$.

(12) חשב את ההתנגדות של תיל נחושת ריבועי בעל צלע של $4mm$ באורך של $15m$.

(13) חשב את ההתנגדות של תיל כסף מלבני בעל שטח חתך של $2mm \times 6mm$ ובאורך כולל של $65cm$.

(14) נתון תיל מתכתי מיקרוסקופי העשוי נחושת בעל שטח חתך מעגלי בקוטר של $0.2\mu m$ ובאורך כולל של 5 מטרים. מהי התנגדותו ומוליכותו של תיל זה?

(15) מה צריך להיות שטח החתך של תיל ריבועי מאלומיניום אם רוצים לקבל התנגדות כוללת של 10Ω עבור אורך כולל של $4m$?

(16) באיזה אורך צריך להיות תיל כסף גלילי בעל רדיוס של $3mm$ כדי לקבל מוליכות כוללת של $20ms$?

(17) מצא את ההתנגדות הסגולית של נחושת עבור הטמפרטורות ומקדמי הטמפרטורות הבאים:

א. $\alpha = 3.2 \cdot 10^{-3} C^{-1}$, $T = 300^{\circ}C$

ב. $\alpha = 3.2 \cdot 10^{-3} C^{-1}$, $T = 650^{\circ}C$

ג. $\alpha = 5.5 \cdot 10^{-3} C^{-1}$, $T = 120^{\circ}C$

ד. $\alpha = 5.5 \cdot 10^{-3} C^{-1}$, $T = 875^{\circ}C$

(18) מצא באיזה טמפרטורה ההתנגדות הסגולית של חומר בעל $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} C^{-1}$ תגדל פי 3.

(19) חשב את ההתנגדות של תיל מוליך בטמפרטורה של $200^{\circ}C$ אם ידוע כי ההתנגדות שלו בטמפרטורת החדר היא 40Ω וכי מקדם הטמפרטורה שלו הוא $4.5 \cdot 10^{-3} C^{-1}$.

(20) חשב את ההתנגדות של מוליך ריבועי העשוי מניקל בעל אורך צלע של $1mm$ ובאורך כולל של $8m$ בטמפרטורה של $250^{\circ}C$. נתון: $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} C^{-1}$.

תשובות סופיות:

(1) $.36mC$

(2) $.21.6mC$

(3) $.0.416A$

(4) $.5.55A$

(5) $.5k \frac{A}{m^2}$

(6) $.2.22 \frac{A}{m^2}$

(7) $.10^{-8} m^2$

(8) $5 \cdot 10^{17}$ אלקטרונים.

(9) $6.75 \cdot 10^{22}$ אלקטרונים.

(10) $. N = 6.75 \cdot 10^{22}$

(11) $.0.103\Omega$

(12) $.0.016\Omega$

(13) $.6.66m\Omega$

(14) $. R = 2.86M\Omega , G = 0.35\mu s$

(15) $. A = 1.08 \cdot 10^{-8} m^2$

(16) $. L = 28.125km$

(17) $. \rho(650^\circ) = 0.054\mu\Omega m$. ב , $\rho(300^\circ) = 0.034\mu\Omega m$. א

$. \rho(875^\circ) = 0.1\mu\Omega m$. ד , $\rho(120^\circ) = 0.028\mu\Omega m$. ג

(18) $.520^\circ C$

(19) $.72.4\Omega$

(20) $.1.34\Omega$

סרטון - חוק אוהם:

חוק אוהם:

עבור חומר מסוים, הנמצא בין שתי נקודות פוטנציאל שונות במרחב היוצרות מתח U לאורכו ובו זורם זרם I , ההתנגדות שלו מוגדרת בתור היחס שבין

$$\text{המתח לזרם: } R = \frac{U}{I}.$$

$$\text{צורות הכתיבה של חוק אוהם: } U = IR, \quad I = \frac{U}{R}, \quad R = \frac{U}{I}.$$

הערות:

1. נגד הוא רכיב פאסיבי, כלומר רכיב שמגיב ביחס ישיר למתח המורגש עליו והזרם שעובר דרכו.
2. החוטים במעגל החשמלי הם אידיאליים, ז"א ללא התנגדות: $R = 0\Omega$.
3. מתח בין שתי נקודות יחושב: $U_{AB} = v_B - v_A$ ולכן: $U_{AB} = -U_{BA}$.

תרגילים:

- (1) על נגד נופל מתח של $20V$ וזורם בו זרם של $4A$. מהי התנגדותו?
- (2) נגד מוחזק בקצה אחד שלו בפוטנציאל של $4V$ ובקצהו השני בפוטנציאל של $28V$. ידוע כי התנגדותו היא 500Ω . מה הזרם העובר דרכו?
- (3) דרך נגד זורם זרם של $16mA$ והמתח הנמדד עליו הוא $80V$. מהי מוליכות הנגד?
- (4) בציוד האחד של נגד בעל התנגדות של $1k\Omega$ נמדד פוטנציאל של $5V$. המטען הכולל העובר דרך נגד זה במשך 3 שעות הוא $4.32C$. מהו הפוטנציאל בציוד השני של הנגד?
- (5) על תיל נחושת באורך של 3 מטרים נמדד מתח של $0.2V$. מה צריך להיות שטח החתך של התיל בכדי שיעבור בו זרם של $2mA$?
- (6) דרך נגד עם התנגדות סגולית של $2 \frac{\Omega mm^2}{m}$ עובר זרם בצפיפות של $3 \frac{A}{mm^2}$ במשך חצי שעה. הפוטנציאל בקצה אחד של הנגד הוא $3V$ ואורכו הוא 2.3 מטרים. ידוע כי סך המטען שעבר דרך נגד זה הוא $54C$.
 - א. מה הזרם שעובר בנגד?
 - ב. מהו שטח החתך של הנגד?
 - ג. מהי התנגדותו?
 - ד. באיזה פוטנציאל מוחזק הקצה השני של הנגד?

7) חוט המשמש כנגד עם התנגדות סגולית של $4.5\Omega m$ בטמפרטורת החדר, נמצא בתווך שבו הטמפרטורה היא $170^{\circ}C$. ידוע כי שטח החתך של החוט הוא $8.8cm^2$ וכי מקדם הטמפרטורה שלו הוא: $\alpha = 4.26 \cdot 10^{-3} C^{-1}$. הזרם שנמדד דרך חוט זה הוא $2A$ במשך 24 שעות.

- א. מצא את ההתנגדות הסגולית של חוט זה בטמפרטורה הנוכחית.
- ב. מצא את סך כל המטען שעובר דרך חוט זה.
- ג. כמה אלקטרונים עוברים דרך החוט בסה"כ?
- ד. מהי צפיפות הזרם?
- ה. מצא באיזה אורך צריך להיות החוט כדי שמוליכותו תהיה $5ms$ בטמפרטורה הנתונה.
- ו. אם קצה אחד של חוט מוחזק בפוטנציאל של $4.5v$, באיזה פוטנציאל יש להחזיק את הקצה השני עבור חוט באורך של $3mm$?

8) נגד מחובר במעגל כך שזורם דרכו זרם מנקודה A לנקודה B. בטבלה שלפניך מתוארים תוצאות מדידות שונות. מלא את החלקים החסרים:

| מקרה | התנגדות חשמלית | מוליכות חשמלית | זרם חשמלי | פוטנציאל בנקודה A | פוטנציאל בנקודה B | הפרש פוטנציאלים U_{AB} |
|------|----------------|----------------|-----------|-------------------|-------------------|--------------------------|
| 1 | | $0.1s$ | | $30v$ | | $20v$ |
| 2 | 2Ω | | $2A$ | | $3v$ | |
| 3 | | | $1A$ | $10v$ | | $6v$ |
| 4 | | $0.05s$ | | | $0v$ | $12v$ |
| 5 | | | $5A$ | $50v$ | | $70v$ |

תשובות סופיות:

- (1) 5Ω
- (2) $48mA$
- (3) $0.2ms$
- (4) $4.6V$ או $5.4V$ תלוי בכיוון הזרם.
- (5) $5.4 \cdot 10^{-8} m^2$
- (6) א. $30mA$ ב. $0.01mm^2$ ג. 460Ω ד. $10.8V$ או $-16.8V$.
- (7) א. $\rho(170^\circ) = 7.375\Omega m$ ב. $172.8kC$ ג. $1.08 \cdot 10^{24}$ אלקטרונים.
- ד. $2.27k \frac{A}{m^2}$ ה. $23.8mm$ ו. $54.7875V$ או $-45.7875V$ תלוי בכיוון הזרם.
- (8) להלן הטבלה המלאה:

| מקרה | התנגדות חשמלית | מוליכות חשמלית | זרם חשמלי | פוטנציאל בנקודה A | פוטנציאל בנקודה B | הפרש פוטנציאלים U_{AB} |
|------|----------------|----------------|-----------|-------------------|-------------------|--------------------------|
| 1 | 10Ω | $0.1s$ | $2A$ | $30V$ | $10V$ | $20V$ |
| 2 | 2Ω | $0.5s$ | $2A$ | $7V$ | $3V$ | $4V$ |
| 3 | 6Ω | $0.166s$ | $1A$ | $10V$ | $4V$ | $6V$ |
| 4 | 20Ω | $0.05s$ | $0.6A$ | $12V$ | $0V$ | $12V$ |
| 5 | 14Ω | $71.42ms$ | $5A$ | $50V$ | $-20V$ | $70V$ |

סרטון - הספק ואנרגיה חשמליים:

אנרגיה חשמלית:

אנרגיה חשמלית האגורה במטען q השרוי במתח U_{AB} היא: $E = q \cdot U_{AB}$.
קשרים בין יחידות: $[E] = J = C \cdot v$.

הספק חשמלי:

הספק של גוף מוגדר בתור האנרגיה ליחידת זמן של הגוף: $P = \frac{E}{T}$.
הספק החשמלי של רכיב עם זרם I השרוי במתח U_{AB} שהתנגדותו R יחושב באופן

$$\text{הבא: } P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$\text{קשרים בין יחידות: } [P] = w = \frac{J}{\text{sec}}$$

הערה:

כוח סוס אחד שווה ל-746w.

נצילות:

היחס שבין האנרגיה המנוצלת במערכת, E_{Consumer} , לבין האנרגיה המושקעת

$$\text{בה, } E_{\text{Total}} \text{ מוגדר בתור נצילות המערכת ויחושב: } \eta = \frac{E_{\text{Consumer}}}{E_{\text{Total}}}$$

$$\text{ניתן גם לחשב נצילות גם לפי יחס ההספקים הני"ל: } \eta = \frac{P_{\text{Consumer}}}{P_{\text{Total}}}$$

הנצילות היא גודל שברי חסר יחידות.

תרגילים:

- 1) על נגד שהתנגדותו $5k\Omega$ נמדד הספק של $45mw$.
- מה הזרם העובר דרך הנגד?
 - מהו מפל המתח שעל פני הנגד?
 - כמה אנרגיה הושקעה בנגד במשך שעה אחת?
- 2) על תיל כסף באורך של $5km$ נמדד מתח של $15v$.
- ידוע כי שטח החתך של התיל הוא $16mm^2$.
 - חשב את הספק התיל.
 - חשב את האנרגיה המושקעת בתיל במשך 3 שעות עבודה.
- 3) על תיל נחושת באורך של $200m$ ושטח חתך של $0.36mm^2$ זרם זרם של $5A$.
- חשב את הספק התיל.
 - חשב את כמות המטען שעברה בתיל במשך שתיים.
- 4) על נגד מסוים נמדד בציודו האחד פוטנציאל של $40v$ ומציודו האחר פוטנציאל של $20v$.
- חשב את ערכו של הנגד על מנת לקבל הספק של $200w$.
 - חשב את עוצמת הזרם בנגד עבור הספק זה.
 - חשב את האנרגיה שיש להשקיע בנגד על מנת שיזרום דרכו זרם של $4A$ למשך שתיים.
 - מה צריך להיות ערכו של פיוז שיש לחבר לנגד אם ידוע כי הספקו המקסימלי הוא $450w$?
- 5) על קומקום חשמלי ביתי לחימום מים רשום $230v/2000w$ (משמעות הדבר היא שהקומקום מיועד לעבוד במתח של $230v$ וצורך הספק מהרשת של $2000w$).
- חשב את התנגדות גוף החימום של הקומקום.
 - מהו ההספק שצורך הקומקום מהרשת אם מתח הרשת הוא $115v$?
 - גוף החימום של הקומקום התקלקל. לרשות הטכנאי שבא לתקן אותו היה גוף חימום שרשום עליו $115v/2000w$. האם לדעתך מותר לטכנאי להתקין את גוף החימום שברשותו בקומקום? נמק את תשובתך בעזרת חישוב מתאים אם ידוע כי כבל ההזנה של הקומקום והמבטח שבלוח החשמל ממנו ניזון הקומקום מיועדים לזרם נקוב של $16A$ (כלומר אסור שהזרם שיצרוך הקומקום יעלה מעל לערך זה).
- 6) בבית שמוזן ממתח רשת החשמל של $220v$ מחוברים ומופעלים המכשירים הבאים:

- i. מחשב שזורמים דרכו $1.5A$ אשר עבד במשך 4 וחצי שעות.
- ii. מזגן של 2.5 כ"ס עבד במשך 3 שעות ורבע.
- iii. 4 נורות שכל אחת מהן צורכת $75w$ דלקו במשך שעתיים וחצי.
- iv. מערכת קולנוע ביתית בעלת התנגדות כוללת של 150Ω עבדה במשך שעה.

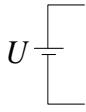

מהי עלות האנרגיה הכללית של המכשירים כאשר ידוע כי העלות הכספית של כל יחידת kWh היא 50 אגורות?

תשובות סופיות:

- (1) א. $3mA$ ב. $15v$ ג. $162J$
- (2) א. $45w$ ב. $486kJ$
- (3) א. $250w$ ב. $36kC$
- (4) א. 2Ω ב. $10A$ ג. $230.4kJ$ ד. פיוז של $15A$.
- (5) א. 26.45Ω ב. $500w$ ג. אסור להתקין כי הזרם יהיה $17.39A > 16A$.
- (6) $W_1 = 1.485kWh$, $W_2 = 6.061kWh$, $W_3 = 0.75kWh$, $W_4 = 0.322kWh$ העלות הכללית תהיה 4.309 ₪.

סרטון - המעגל החשמלי – סימונים ומוסכמות:

סימונים בסיסיים:

| מקור מתח | נגד |
|---|--|
|  |  |

חיבור נגדים בטור: $R_T = \sum_{i=1}^N R_i = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$.

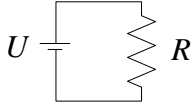
הערה:

מקור המתח קרוי גם כא"מ (כוח אלקטרו-מניע) ומסמנים אותו באות E.

מוסכמות:

1. הזרם במעגל מוגדרת בתור תנועת מטענים חיוביים והולך מהפוטנציאל הגבוה לפוטנציאל הנמוך.
2. הזרם במקור המתח הולך מהפוטנציאל הנמוך לגבוה – דרך הקו המקביל הקצר כלפי הקו הארוך.
3. נקודת הפוטנציאל של הקו הקטן של מקור המתח תהיה 0_V וביחס אליה ימדדו כל נקודות הפוטנציאל במעגל.
4. החוטים במעגלים החשמליים שנעסוק בהם הם אידיאליים ולכן הפוטנציאל לאורך חוטים אלו לא ישתנה.

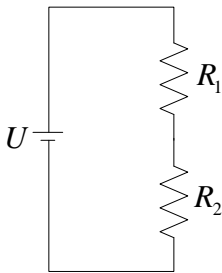
תרגילים:



1) לפניך המעגל החשמלי הבא :

נתון : $U = 10\text{v}$, $R = 500\Omega$.

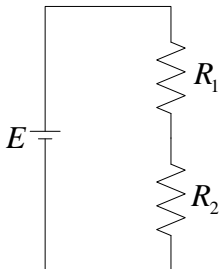
- מה הזרם במעגל?
- מה הוא ההספק על הנגד?
- כמה אנרגיה צריך מקור המתח לספק כדי להפעיל את המעגל למשך שעה?



2) לפניך המעגל הבא :

נתון : $U = 18\text{v}$, $R_2 = 5\text{k}\Omega$, $R_1 = 1\text{k}\Omega$.

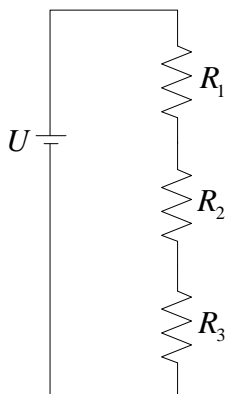
- מהי ההתנגדות השקולה של המעגל?
- מצא את הזרם במעגל.
- חשב את מפל המתח שעל פני כל נגד.
- מה הוא ההספק של כל נגד?
- בהנחה שהנגד R_1 הוא העומס במעגל, מהי נצילות המעגל?



3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 7\text{v}$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $R_1 = 3\text{k}\Omega$.

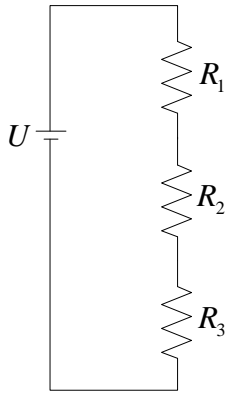
- מהי ההתנגדות השקולה של המעגל?
- מצא את הזרם במעגל.
- חשב את מפל המתח שעל פני כל נגד.
- מה הוא ההספק של כל נגד?
- בהנחה שהנגד R_1 הוא העומס במעגל, מהי נצילות המעגל?



4) לפניך המעגל הבא :

נתון : $U = 28\text{v}$, $R_3 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 8\text{k}\Omega$, $R_1 = 5\text{k}\Omega$.

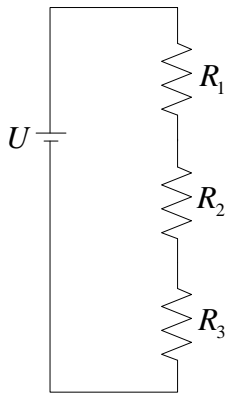
- מצא את ההתנגדות השקולה של המעגל.
- מה הזרם במעגל?
- מצא את מפל המתח שעל פני כל נגד.
- מה הוא ההספק על כל נגד?
- בהנחה שהנגד R_3 הוא העומס במעגל, מהי נצילות המעגל?



5) לפניך המעגל הבא :

נתון כי : $U = 4.5v$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1k\Omega$.

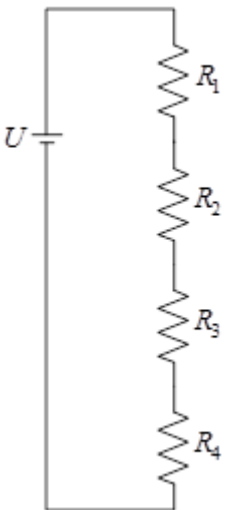
- א. מהי ההתנגדות השקולה במעגל?
- ב. מה הזרם במעגל?
- ג. הראה כי מפלי המתח שעל כל נגד שווים.
- ד. הראה כי ההספקים שעל פני כל נגד זהים.
- ה. חשב את נצילות המעגל עבור עומס R_3 .
- ו. האם הנצילות תשתנה במעגל זה אם העומס יהיה R_2 במקום R_3 ? נמק.



6) לפניך המעגל הבא :

נתון : $U = 36v$, $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

- א. הבע באמצעות R את הגדלים הבאים :
 - (1) ההתנגדות השקולה של המעגל.
 - (2) הזרם במעגל.
- ב. מהו מפל המתח שעל פני כל נגד במעגל?
- ג. נתון כי ההספק שעל פני אחד הנגדים הוא $36mw$. מצא את R .

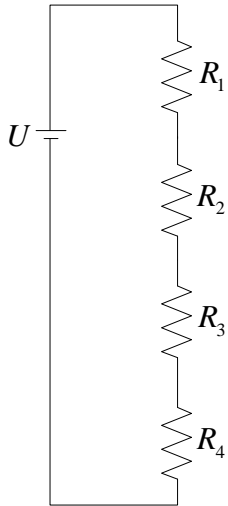


7) לפניך המעגל הבא :

נתון : $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.

הזרם במעגל הוא $600mA$.

- א. הבע באמצעות R את הגדלים הבאים :
 - (1) ההתנגדות השקולה של המעגל.
 - (2) המתח של מקור המתח.
 - (3) מפל המתח שעל פני כל נגד במעגל.
- ב. ידוע כי מאזן ההספק של המעגל הוא $2.88kw$. מצא את R .



8) לפניך המעגל הבא :

נתון : $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 4R$, $R_4 = 9R$.
הזרם במעגל הוא $2A$.

א. הבע באמצעות R את הגדלים הבאים :

(1) ההתנגדות השקולה של המעגל.

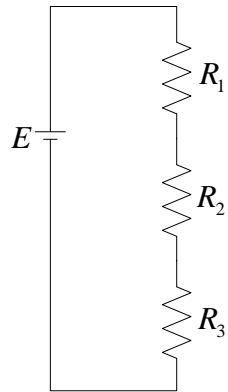
(2) המתח של מקור המתח.

(3) מפל המתח שעל פני כל נגד במעגל.

ב. הראה כי נצילות המעגל כאשר הנגד R_3 הוא

העומס היא 25% .

ג. מצא את R אם ידוע כי מאזן ההספק הוא $160kw$.



9) לפניך המעגל הבא :

נתון כי : $R_1 = 3k\Omega$, $E = 25v$.

הנגדים R_2 ו- R_3 אינם ידועים.

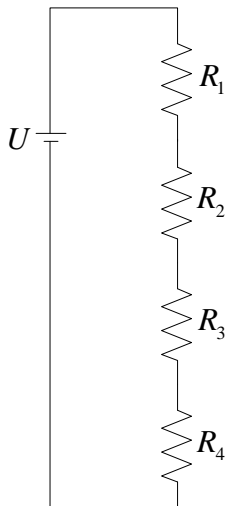
ידוע כי מפלי המתח שעל הנגדים R_2 ו- R_3 זהים.

א. כתוב את מפלי המתח שעל הנגדים R_2 ו- R_3 .

והראה כי : $R_2 = R_3$.

ב. מצא את R_2 ו- R_3 אם ידוע כי מאזן ההספק

של המעגל הוא $125mw$.



10) לפניך המעגל הבא :

נתון כי : $R_1 = R_2 = R_A$, $R_3 = R_4 = R_B$, $U = 32v$.

הערכים R_A ו- R_B אינם ידועים.

ידוע כי סך מפל המתח שעל הנגדים R_1, R_2

גדול פי 4 מסך מפל המתח שעל הנגדים R_3, R_4 .

א. הראה כי : $R_A = 4R_B$.

ב. ידוע כי הזרם במעגל הוא $0.5mA$.

מצא את R_A ו- R_B .

ג. מצא את ההספקים שעל פני הנגדים R_1 ו- R_3 .

ד. הוכח כי נצילות המעגל כאשר הנגד R_4

הוא העומס היא 10% .

תשובות סופיות:

- (1) א. $20mA$ ב. $0.2W$ ג. $720J$
- (2) א. $R_T = 6k\Omega$ ב. $3mA$ ג. $U_{R_1} = 3V, U_{R_2} = 15V$ ד. $P_{R_1} = 9mW, P_{R_2} = 45mW$ ה. 16.66%
- (3) א. $R_T = 7k\Omega$ ב. $1mA$ ג. $U_{R_1} = 3V, U_{R_2} = 4V$ ד. $P_{R_1} = 3W, P_{R_2} = 4W$ ה. 42.82%
- (4) א. $R_T = 14k\Omega$ ב. $2mA$ ג. $U_{R_1} = 10V, U_{R_2} = 16V, U_{R_3} = 2V$ ד. $P_{R_1} = 20mW, P_{R_2} = 32mW, P_{R_3} = 4mW$ ה. 7.14%
- (5) א. $R_T = 3k\Omega$ ב. $1.5mA$ ג. 33.33% ד. לא מכיוון שכל הנגדים זהים.
- (6) א. $3R$ (1) ב. $\frac{12}{R}$ (2) ג. $R = 4k\Omega$ ד. $12V$
- (7) א. $4R$ (1) ב. $2.4R$ (2) ג. $0.6R$ (3) ד. $R = 2k\Omega$
- (8) א. $16R$ (1) ב. $32R$ (2) ג. $U_{R_1} = 2R, U_{R_2} = 4R, U_{R_3} = 8R, U_{R_4} = 18R$ (3) ד. $R = 2.5k\Omega$
- (9) א. $R_2 = R_3 = 1k\Omega$ ב. $R = 2.5k\Omega$
- (10) א. $R_A = 25.6k\Omega, R_B = 6.4k\Omega$ ב. $P_{R_1} = 6.4mW, P_{R_3} = 1.6mW$ ג. $R = 2.5k\Omega$

תוכן העניינים:

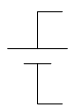

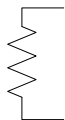

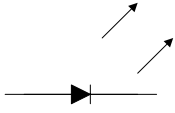
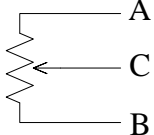

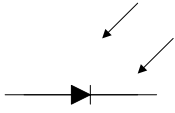







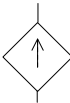

| | |
|----|-----------------------------------|
| 30 | רכיבים במעגל החשמלי ומכשירי מדידה |
| 30 | רכיבים שונים ומקורות מעשיים |
| 30 | גלריית הרכיבים |
| 31 | מקורות חשמליים אידיאליים |
| 31 | מקורות חשמליים מעשיים |
| 33 | שאלות |
| 36 | תשובות סופיות |
| 37 | מכשירי מדידה |
| 37 | סיכום כללי |
| 38 | שאלות |
| 43 | תשובות סופיות |

פרק 1

רכיבים במעגל החשמלי ומכשירי מדידה

רכיבים שונים ומקורות מעשיים

גלריית הרכיבים:

| מקורות חשמליים | רכיבים לא-ליניאריים | רכיבים פאסיביים |
|--|---|---|
|  <p>מתח ישר</p> |  <p>דיודה (Diode)</p> |  <p>נגד</p> |
|  <p>זרם ישר</p> |  <p>לד (LED)</p> |  <p>נגד משתנה</p> |
|  <p>מתח חילופין</p> |  <p>פוטו-דיודה</p> |  <p>מפסק</p> |
|  <p>זרם חילופין</p> |  <p>BJT</p> |  <p>לחצן</p> |
|  <p>מתח תלוי</p> |  <p>FET</p> |  <p>קבל</p> |
|  <p>זרם תלוי</p> | |  <p>סליל</p> |

מקורות חשמליים אידיאליים:

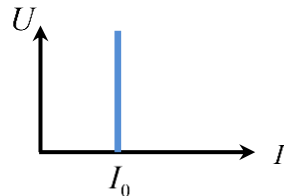
מקור מתח:

מקור חשמלי המספק מתח קבוע למעגל וזרם המשתנה לפי ההתנגדות השקולה.

מקור זרם:

מקור חשמלי המספק זרם קבוע למעגל והמתח משתנה לפי ההתנגדות השקולה.
אופייניים של מקורות חשמליים אידיאליים:

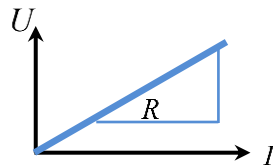
אופיין של מקור זרם אידיאלי:



אופיין של מקור מתח אידיאלי:



אופיין של נגד:



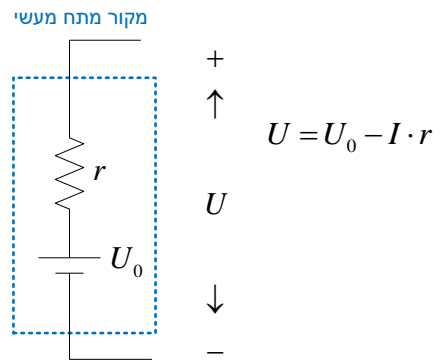
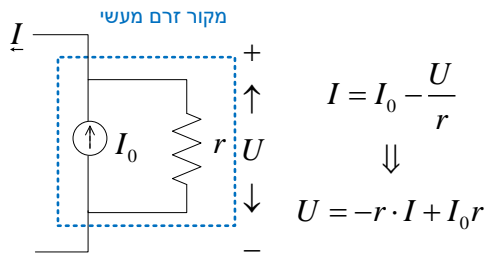
אופיין של נגד מיוצג ע"י קו ליניארי.
זאת מתוך חוק אוהם: $U = I \cdot R$.
שיפוע הקו נקבע ע"י ההתנגדות הנגד.
נגד בעל ערך גדול יותר יתבטא בישר עם שיפוע חד יותר ולהיפך.

מקורות חשמליים מעשיים:

הגדרות:

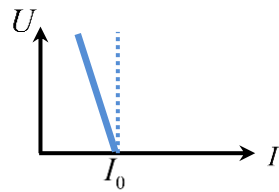
1. מקור מתח מעשי הוא מקור מתח אידיאלי עם נגד בטור אליו.
2. מקור זרם מעשי הוא מקור זרם אידיאלי עם נגד במקביל אליו.
3. במקור מתח אידיאלי: $r = 0\Omega$ ובמקור זרם אידיאלי: $r = \infty$.

תיאור מקורות מעשיים:

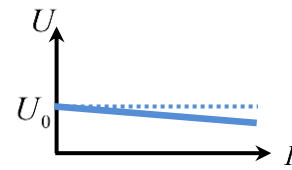


אופיינים של מקורות מעשיים:

אופיין של מקור זרם מעשי:

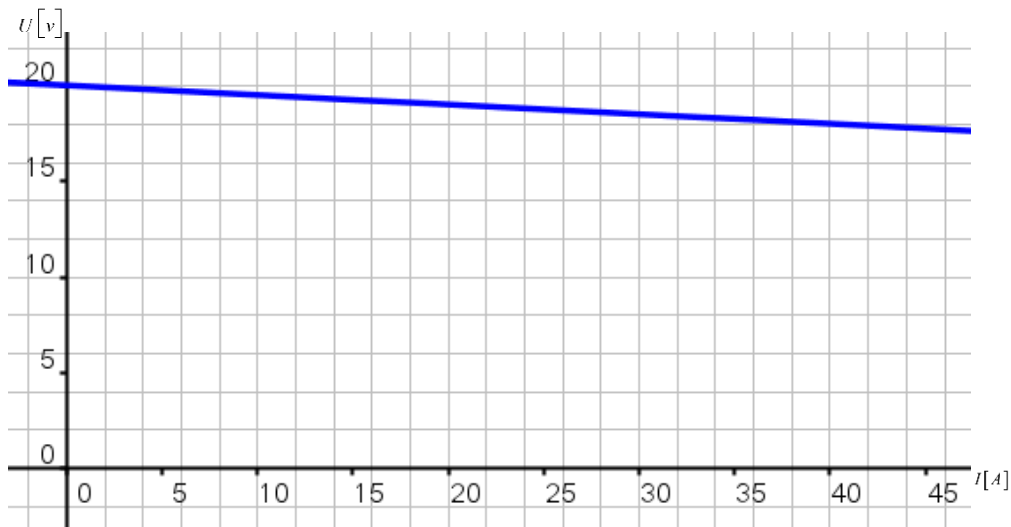


אופיין של מקור מתח מעשי:



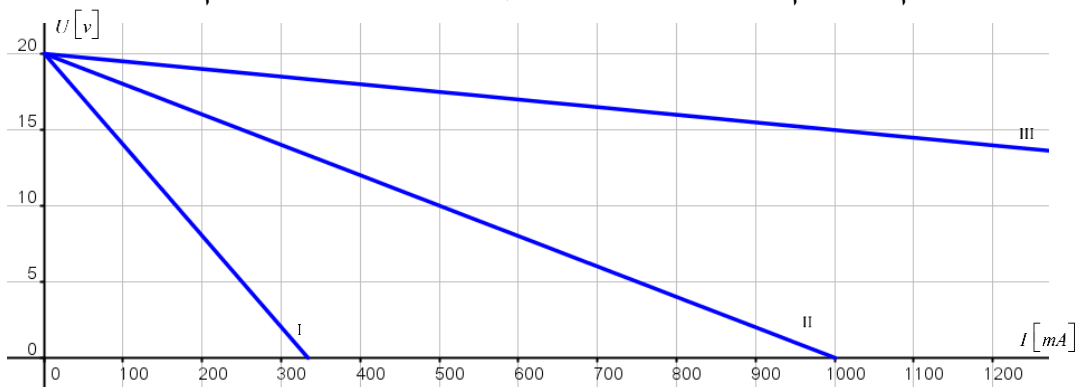
שאלות:

- 1) לפניך גרף של אופייין של מקור חשמלי כלשהו.
- איזה מקור חשמלי מתאר האופייין?
 - מהו ערך המקור החשמלי במצב האידיאלי?
 - מהו ערך ההתנגדות הפנימית של המקור?
 - כמה הספק נופל על המקור בנקודת עבודה של $40A$?
 - מצא התנגדות עומס שתיתן נצילות של 80% בחיבור למקור זה בנקודת העבודה של $40A$.



- 2) לפניך מספר גרפים של מקורות מתח מעשיים. ידועות ההתנגדויות הפנימיות של כל מקור: $r_1 = 5\Omega$, $r_2 = 20\Omega$, $r_3 = 60\Omega$.

- התאם כל גרף מבין III-I למקור המתאים: U_1, U_2, U_3 .
 - מהו ערך המתח האידיאלי של מקורות אלו?
 - איזה מתח יספק כל אחד מהמקורות עבור זרם של $300mA$?
- (1) מצא את המתח בקירוב ע"י התבוננות בגרפים.
 (2) חשב אנליטית את ערך המתח.
- ד. איזה מקור יספק את הזרם הכי גדול עבור מתח של $10V$? נמק.

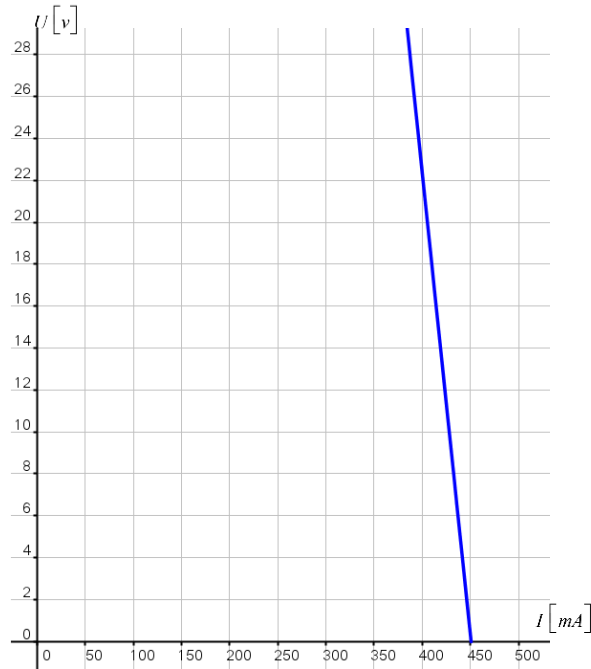


3) לפניך גרף של מקור זרם מעשי :

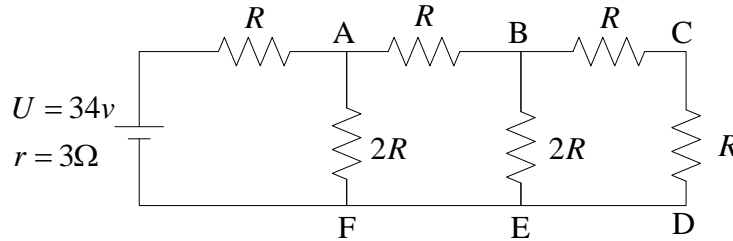
א. מה היא ההתנגדות הפנימית של מקור הזרם?

ב. מה הזרם המקסימלי שיכול המקור לספק?

ג. איזה מתח יהיה על מקור הזרם כאשר יספק זרם של $0.2A$?

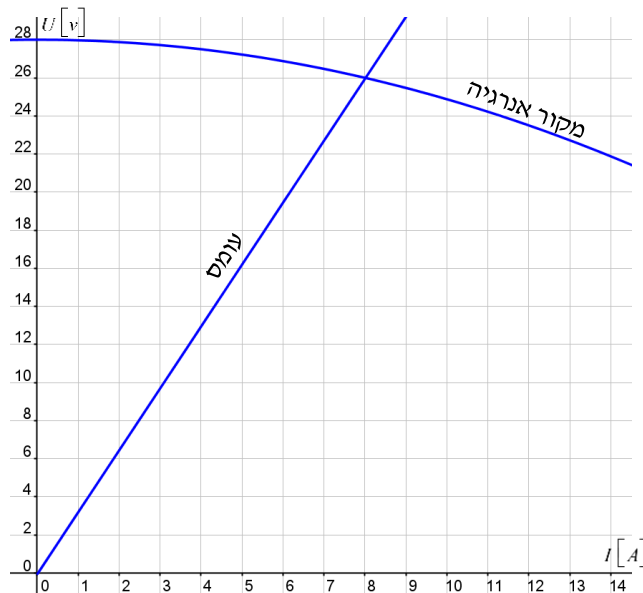


4 באיור הבא נתון מעגל חשמלי. מקור המתח מספק 34V והתנגדותו הפנימית היא 3Ω . עוצמת זרם המקור תסומן ב- I . ערכי הנגדים מבוטאים ע"י R .



- בטא באמצעות R את ההתנגדות השקולה של המעגל.
- חשב את ההתנגדות R , אם ידוע כי עוצמת הזרם של המקור היא: $I = \frac{2}{3}\text{A}$.
- על סמך סעיף ב' (R שמצאת וערך הזרם הנתון), חשב את המתח על כל אחד מהנגדים AF , BE , CD .
- במקביל לנקודות CD חיברו נגד נוסף של $2R$. כיצד ישפיע הדבר על עוצמת הזרם I של המקור? האם היא תגדל, תקטן או לא תשתנה? נמק.

5 עומס חשמלי מחובר למקור אנרגיה של זרם ישר. קו העבודה של העומס החשמלי וקו העבודה של מקור האנרגיה מופיעים בסרטוט הבא:



- מה התנגדות העומס בנקודת העבודה המשותפת למקור ולעומס?
- מה הספק העומס בנקודת העבודה הזאת?
- מה ההתנגדות הפנימית של מקור האנרגיה בנקודת העבודה הזאת?
- מהי נצילות העברת האנרגיה מהמקור לעומס?

תשובות סופיות:

- (1) א. מקור מתח אידיאלי. ב. 20v ג. 0.05Ω ד. 80w ה. 0.2Ω
- (2) א. $I:U_3$, $II:U_2$, $III:U_1$ ב. 20v ג. $U_1(300\text{mA}) = 18.5\text{v}$, $U_2(300\text{mA}) = 14\text{v}$, $U_3(300\text{mA}) = 2\text{v}$ ד. U_1
- (3) א. 440Ω ב. 450mA ג. 110v
- (4) א. $R_T = 2R$ ב. $R = 24\Omega$ ג. $U_{AF} = 16\text{v}$, $U_{BE} = 8\text{v}$, $U_{CD} = 4\text{v}$ ד. ההתנגדות הכללית תרד ולכן הזרם יעלה.
- (5) א. 3.25Ω ב. 208w ג. 0.25Ω ד. 92.8%

מכשירי מדידה:

סיכום כללי:

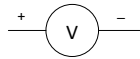
מכשיר מדידה:

מכשיר חיצוני המאפשר, תחת תנאים מסוימים, למדוד פרמטרים שונים במעגל כגון זרם, מתח והתנגדות.

עקרון חיבור "רואה ואינו נראה":

רואה – כדי שיוכל לתת את ערך הפרמטר הרצוי.
אינו נראה – על מנת שלא ישפיע על פעולת המעגל ובכך ייתן תוצאה שגויה.

וולטמטר:



מכשיר למדידת מתח ביו שתי נקודות במעגל.

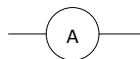
אופן החיבור:

1. מחברים במקביל לרכיב שברצוננו למדוד את המתח עליו.
2. מחשבים ע"י לקיחת ההתנגדות הפנימית של הוולטמטר, R_V , והתייחסות אליו כאל נגד המחובר במקביל לרכיב שלנו.
3. מוצאים אחוז סטייה ע"י חלוקת המתח המתקבל במתח המקורי.

הערה:

וולטמטר אידיאלי הוא בעל התנגדות אינסופית: $R_V = \infty \Omega$.

אמפרמטר:



מכשיר למדידת זרם העובר דרך ענף כלשהו במעגל.

אופן החיבור:

1. מחברים בטור לרכיב שברצוננו למדוד את הזרם דרכו.
2. מחשבים ע"י לקיחת ההתנגדות הפנימית של האמפרמטר, R_A , והתייחסות אליו כאל נגד המחובר בטור לרכיב שלנו.
3. מוצאים אחוז סטייה ע"י חלוקת הזרם המתקבל בזרם המקורי.

הערה:

אמפרמטר אידיאלי הוא בעל התנגדות אפס: $R_A = 0 \Omega$.

אוהם-מטר:



מכשיר למדידת התנגדות בין שתי נקודות במעגל.

אופן החיבור:

1. משתקים את כל המקורות החשמליים במעגל.
2. מחברים במקביל לשתי הנקודות הרצויות במעגל.

כיצד לשתק מקורות:

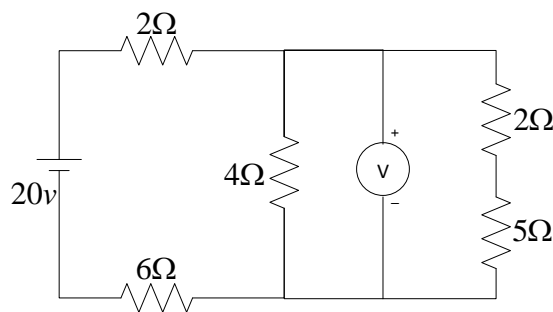
1. מקורות מתח מנתקים.
2. מקורות זרם מקצרים.

הערה:

אוהם-מטר אידיאלי הוא בעל התנגדות אינסופית: $R_{\Omega} = \infty \Omega$.

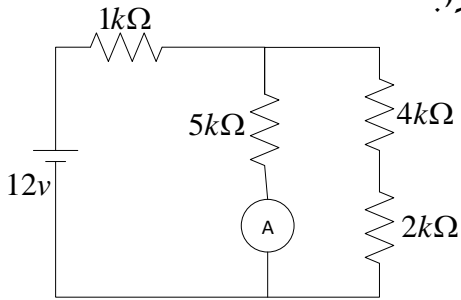
שאלות:

1) במעגל הנתון נמדד מתח באמצעות מד-מתח (וולטמטר) מעשי בעל התנגדות פנימית של $R_V = 500 \Omega$.



- א. חשב את קריאת המתח של מכשיר המדידה.
- ב. חשב את קריאת המתח אם המכשיר היה אידיאלי.
- ג. מהו אחוז השגיאה בקריאה של המכשיר?

2) במעגל שלפניך נמדד זרם ע"י מכשיר מדידה אידיאלי.



א. מהי עוצמת הזרם שנמדדה במעגל?

ב. מחליפים כעת את מכשיר המדידה במכשיר

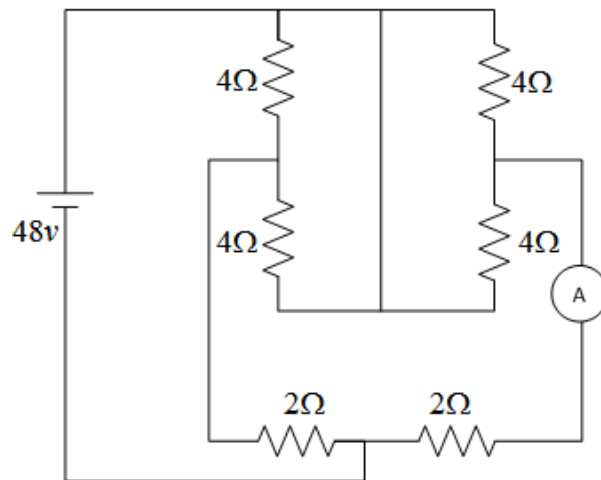
בעל התנגדות פנימית של $R_A = 200\Omega$.

(1) חשב בכמה השתנה הזרם הנמדד.

(2) מהו אחוז הסטייה?

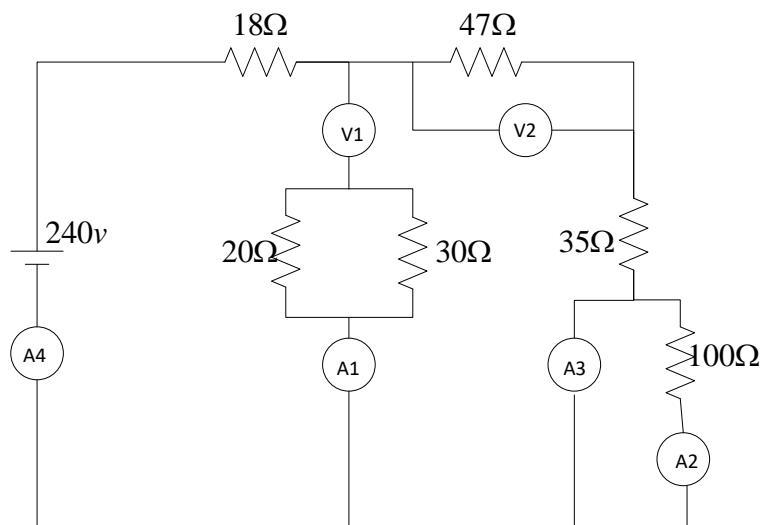
3) במעגל שלפניך נתון אמפרמטר אידיאלי.

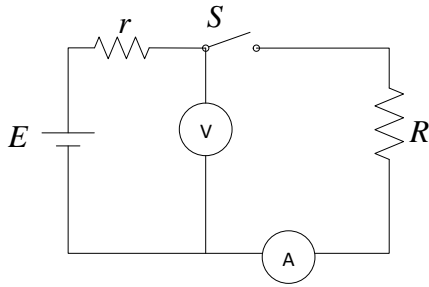
חשב את קריאת הזרם שהוא מראה.



4) במעגל שלפניך חוברו מכשירי מדידה אידיאליים באופן המתואר.

חשב את תוצאות המדידה של כל המכשירים.

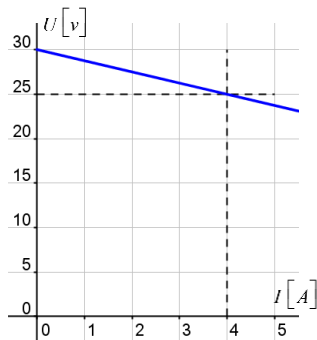




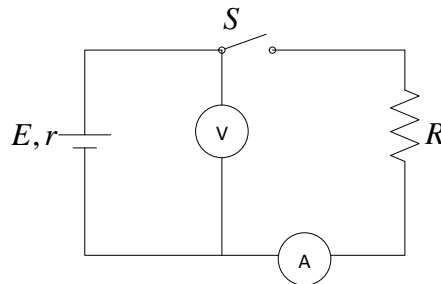
- 5) לפניך המעגל המתואר באיור. נתון מקור מתח מעשי E עם התנגדות פנימית r . מתברים את מכשירי המדידה המתוארים. כאשר המפסק S פתוח, הוולטמטר מודד מתח של 12V והאמפרמטר מודד זרם אפס. כאשר המפסק סגור הוולטמטר מודד מתח של 11.5V ואילו האמפרמטר מודד זרם של 1A . הנח כי האמפרמטר הוא בעל התנגדות זניחה והוולטמטר הוא בעל התנגדות אינסופית.

- א. חשב את הערך של המתח E , ההתנגדות הפנימית r , והעומס R .
 ב. את הוולטמטר בעל ההתנגדות האינסופית שנתון בשאלה החליפו בוולטמטר בעל התנגדות פנימית של 500Ω . מה תהיה קריאת הוולטמטר והאמפרמטר במקרה הזה כאשר המפסק במצב סגור? שאר הנתונים שמצאת בסעיף א' נשארים קבועים.

- 6) לשם מציאת הכא"מ וההתנגדות הפנימית של מקור מתח ישר חיברו את המעגל המתואר באיור 1. ביצעו מדידות של מתח וזרם וסרטטו את אופיין מתח-זרם שלו כמתואר באיור 2. (האמפרמטר בעל התנגדות פנימית זניחה והוולטמטר בעל התנגדות פנימית אינסופית).



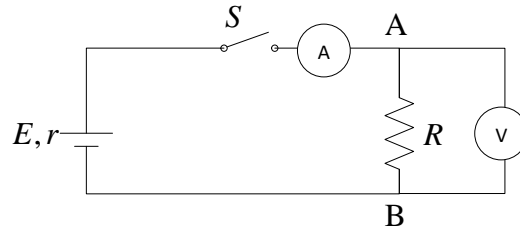
איור 2



איור 1

- א. חשב את הערך של הכא"מ E , וההתנגדות הפנימית r של המקור.
 ב. חשב את התנגדות נגד העומס R .
 ג. אם מחליפים את האמפרמטר הנתון באחר, שהתנגדותו הפנימית היא 1Ω , האם זה היה משפיע על המדידות? הסבר באופן עקרוני ובקצרה. אין צורך בחישובים.

7) תלמיד ערך ניסוי במעבדה ובנה את המעגל החשמלי הבא:
(מכשירי המדידה הינם אידיאליים).



לאחר סגירת המפסק ביצע התלמיד שתי מדידות שונות וריכז את קריאות מכשירי המדידה בטבלה הבאה:

| $I [A]$ | $U_{AB} [V]$ |
|---------|--------------|
| 1 | 23 |
| 2 | 22 |

חשב את ערך הכא"מ E וההתנגדות הפנימית r של מקור המתח.

- 8) במעגל המורכב מנגדים יש מקור מתח ישר אחד.
 שיעור הכוח האלקטרומניע של מקור המתח הוא $18V$.
 הוריית מד הזרם המחובר למקור המתח היא $4.32mA$.
 התנגדות מד הזרם היא 400Ω .
- א. אם מד הזרם הוא מד זרם להלכה – כזה שהתנגדותו שווה אפס, מה תהיה הורייתו?
- ב. האם המדידה של מד זרם להלכה מדויקת יותר מהמדידה של מד זרם שהתנגדות אינה אפס? חובה לנמק את התשובה ובקיצור נמרץ.

9) אלה הנתונים של מכשיר מדידה שעל הצג שלו אין כתוב דבר: $2mA$ $1v$ 500Ω . זאת אומרת, כשדרך המכשיר עובר זרם ישר של $2mA$ או כשבין הדקיו שורר מתח ישר של $1v$ הוריית המכשיר היא מרבית (Full scale). כאשר מקצרים בין הדקי המכשיר הורייתו היא אפס.

א. האם נתוני המכשיר מתאימים זה לזה? יש לתמוך בתשובה ע"י חישוב.

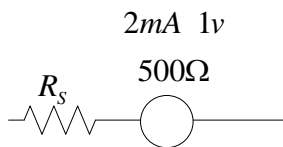
חיברו את מכשיר המדידה והנגד $R_p = 50\Omega$ יחד לפי תרשים החיבור שבאיור 1.

ב. מה הזרם המירבי והמתח המרבי שאפשר למדוד באמצעות מעגל זה מבלי לחרוג מנתוני המכשיר?

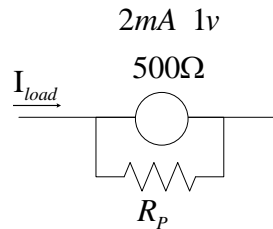
ג. מה צריכה להיות התנגדות הנגד R_p כדי שבזרם עומס I_{load} של $30mA$ הוריית המכשיר תהיה מרבית?

חיברו יחד את מכשיר המדידה עם הנגד R_s לפי התרשים של איור 2.

ד. מה צריכה להיות התנגדות הנגד R_s על מנת שכאשר המעגל מחובר כמד מתח, במתח ישר של $100v$ הוריית מכשיר המדידה תהיה מרבית?



איור 2



איור 1

תשובות סופיות:

(1) א. $4.808v$ ב. $4.827v$ ג. $error = 0.414\%$

(2) א. $1.755mA$ ב. $\Delta I = -57\mu A$ (1) ג. $error = 2.9\%$ (2)

(3) $.12A$

(4) $V_1 = 196.8v$, $V_2 = 112.8v$, $A_1 = A_2 = 0A$, $A_3 = A_4 = 2.4A$

(5) א. $E = 12v$, $r = 0.5\Omega$, $R = 11.5\Omega$ ב. $U = 11.488v$, $I = 0.999A$

(6) א. $E = 30v$, $r = 1.25\Omega$ ב. $R = 6.25\Omega$

ג. החלפת האמפרמטר תשפיע על תוצאות המדידה.

(7) $E = 24v$, $r = 1\Omega$

(8) א. $4.778mA$

ב. כן, מכיוון שהיא אינה מחבלת במעגל ונותנת את התוצאה האמיתית.

(9) א. כן. מתקיים: $1v = 500\Omega \cdot 2mA$ ב. $U_{max} = 1v$, $I_{max(load)} = 22mA$

ג. $R_p = 35.71\Omega$ ד. $R_s = 49.5k\Omega$

תוכן העניינים:

| | |
|----|-----------------------------|
| 46 | שיטות יסודיות בניתוח מעגלים |
| 46 | חיבור נגדים בטור ובמקביל: |
| 46 | סיכום כללי: |
| 48 | שאלות: |
| 56 | תשובות סופיות: |
| 57 | מחלק מתח ומחלק זרם: |
| 57 | סיכום כללי: |
| 58 | שאלות: |
| 60 | תשובות סופיות: |
| 61 | המרת כוכב משולש: |
| 61 | סיכום כללי: |
| 62 | שאלות: |
| 63 | תשובות סופיות: |
| 64 | גשר ויטסטון: |
| 64 | סיכום כללי: |
| 64 | שאלות: |
| 65 | תשובות סופיות: |

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 3

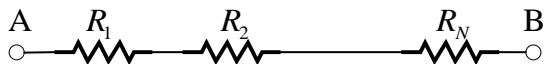
שיטות יסודיות בניתוח מעגלים

חיבור נגדים בטור ובמקביל:

סיכום כללי:

חיבור נגדים בטור:

עבור N נגדים המחוברים בטור זה לזה, ההתנגדות והמוליכות השקולה הן:

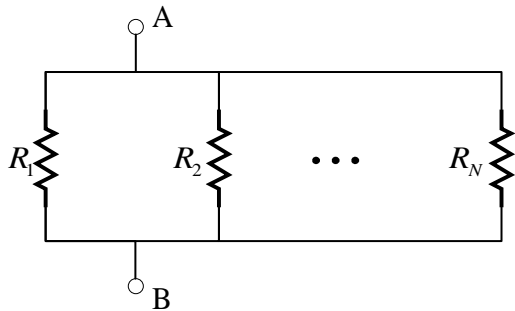


$$R_T = \sum_{k=1}^N R_k = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

$$\frac{1}{G_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{G_k} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_N}$$

חיבור נגדים במקביל:

עבור N נגדים המחוברים במקביל זה לזה, ההתנגדות והמוליכות השקולה הן:



$$\frac{1}{R_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

$$G_T = \sum_{k=1}^N G_k = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

הערות:

- (1) בחיבור טורי ההתנגדות השקולה תמיד תהיה גדולה יותר מהנגד בעל הערך הגדול ביותר.
- (2) בחיבור מקבילי ההתנגדות השקולה תמיד תהיה קטנה יותר מערך הנגד הקטן ביותר.

מקרים פרטיים שכיחים:

התנגדות שקולה של שני נגדים המחוברים במקביל תחושב ע"י: $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

התנגדות שקולה של חיבור N נגדים זהים R במקביל היא: $R_T = \frac{R}{N}$

חוקי קירכהוף:

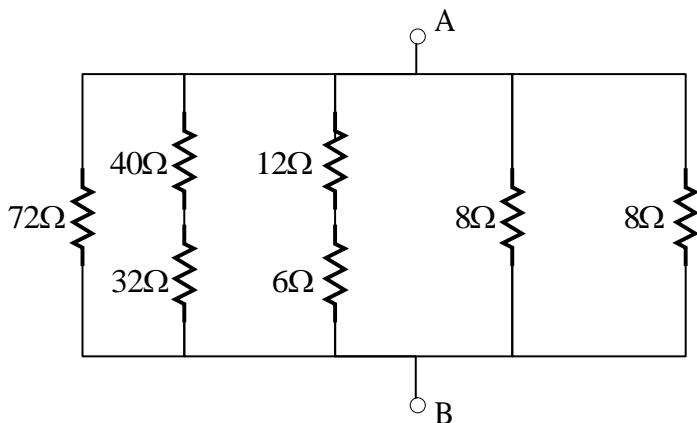
(1) חוק הזרמים של קירכהוף (KCL - Kirchhoff Current Law):

סכום הזרמים הנכנסים וצומת ויוצאים ממנה שווה לאפס: $\sum_{n=1}^N i_n = 0 \Rightarrow \sum i_{in} = \sum i_{out}$

(2) חוק המתחים של קירכהוף (KVL - Kirchhoff Voltage Law):

סכום המתחים על פני לולאה סגורה שווה לאפס: $\sum_{n=1}^N v_n = 0$

❖ דוגמא לחיבור נגדים:



מצא את ההתנגדות והמוליכות השקולה המשתקפת בין הנקודות A ו-B:

❖ דוגמא מסכמת לחיבור נגדים במעגל:

לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$$U = 24V, R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2.5k\Omega$$

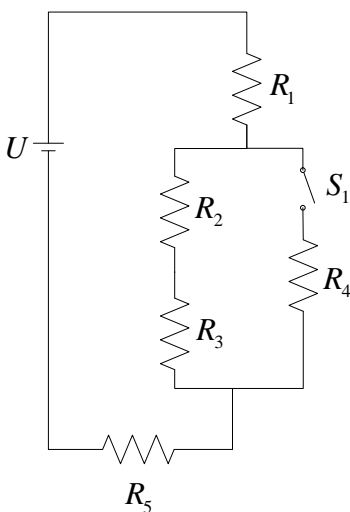
$$R_3 = 3.5k\Omega, R_4 = 12k\Omega, R_5 = 3k\Omega$$

סוגרים את המפסק S1.

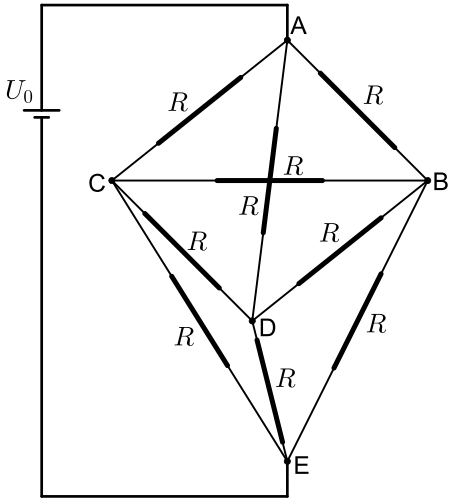
- א. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל.
- ב. חשב את הזרם הכללי במעגל.

כעת פותחים את המפסק S1.

- ג. מצא פי כמה גדלה ההתנגדות השקולה ביחס למעגל עם מפסק סגור.



❖ דוגמא למציאת התנגדות שקולה משיקולי סימטריה:



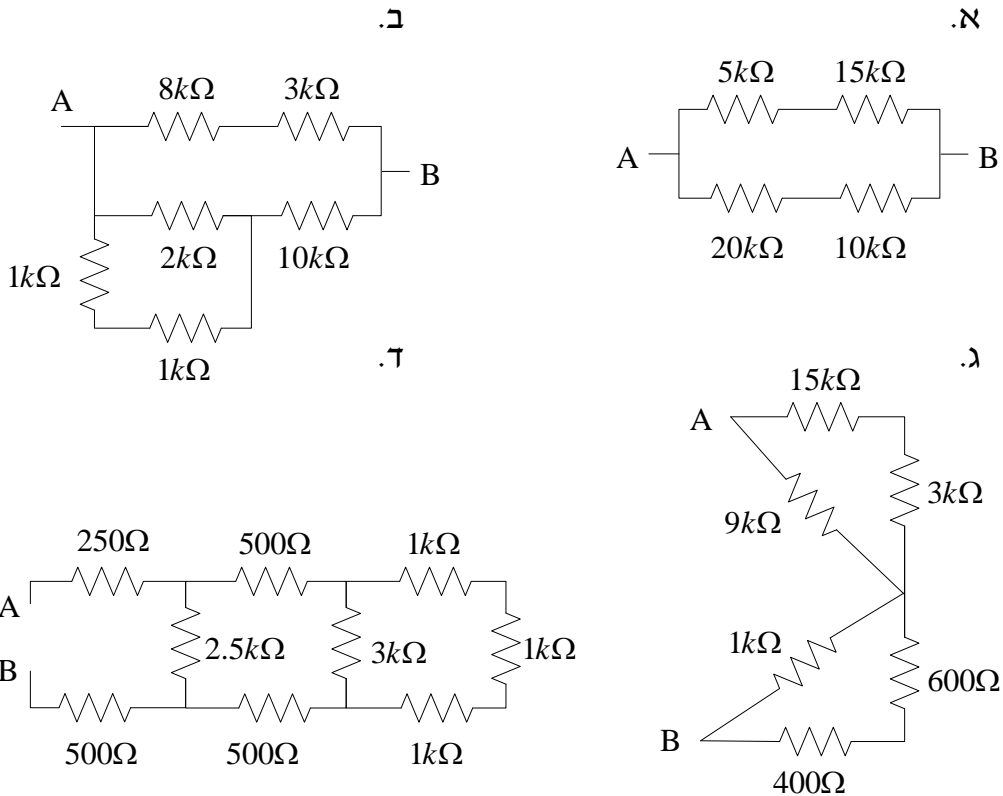
באיור שלפניך ישנו מעגל המורכב מנגדים זהים בגודל R כל אחד, על פני מקצועותיו של אוקטהדרון ABCDE בעל בסיס משולש BCD. מזינים את רשת הנגדים באמצעות מקור מתח U_0 .

- א. בטא בעזרת R את ההתנגדות השקולה של רשת הנגדים.
- ב. כתוב ביטוי לזרם הכללי במעגל.

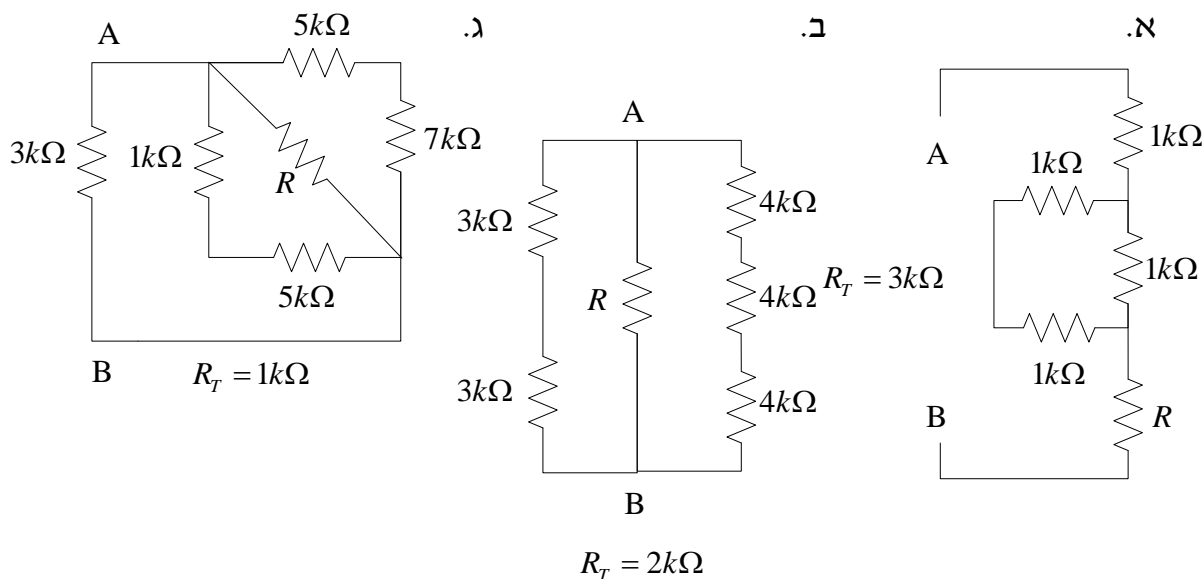
שאלות:

שאלות יסודיות עם מציאת התנגדות שקולה:

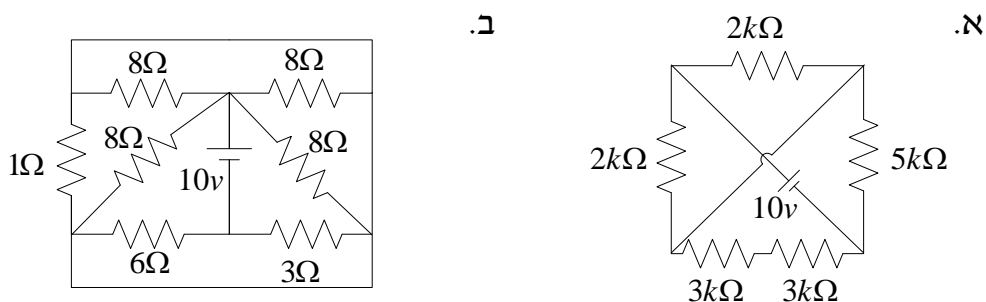
1) חשב את ערכי ההתנגדויות השקולות בין ההדקים A ו-B במקרים הבאים:



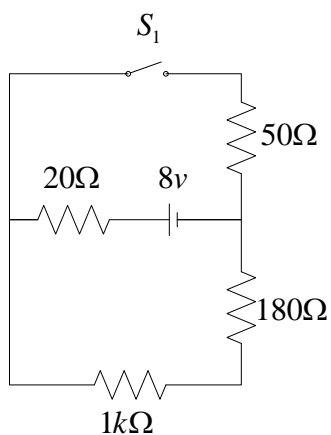
2) ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B במעגלים הבאים נתונה. מצא את R .



3) סרטט מעגל תמורה לכל אחד מהמעגלים הבאים:



שאלות עם ניתוח מעגלים:



4) לפניך המעגל הבא:

המפסק S_1 פתוח (כלומר: '0').

נתוני הרכיבים רשומים בסרטוט.

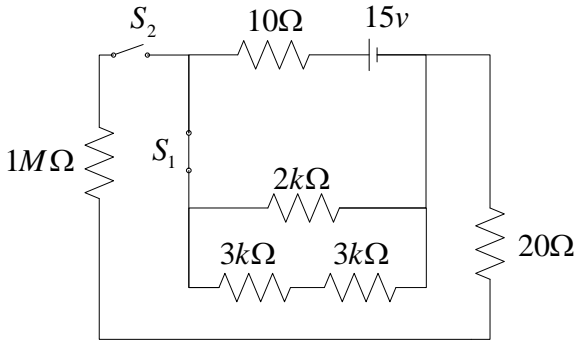
א. מהי ההתנגדות השקולה של המעגל במצב זה?

ב. מה תהיה ההתנגדות השקולה של המעגל

כאשר המפסק יהיה סגור ($S_1 = 1$)?

ג. מה יהיה הזרם הכללי בכל אחד מהמצבים?

5) לפניך המעגל הבא :



המפסקים S_1 ו- S_2 מקיימים : $S_1 = 1, S_2 = 0$.

א. סרטט מעגל תמורה למצב

הנוכחי של המפסקים.

ב. מה הזרם הכללי במעגל במצב זה?

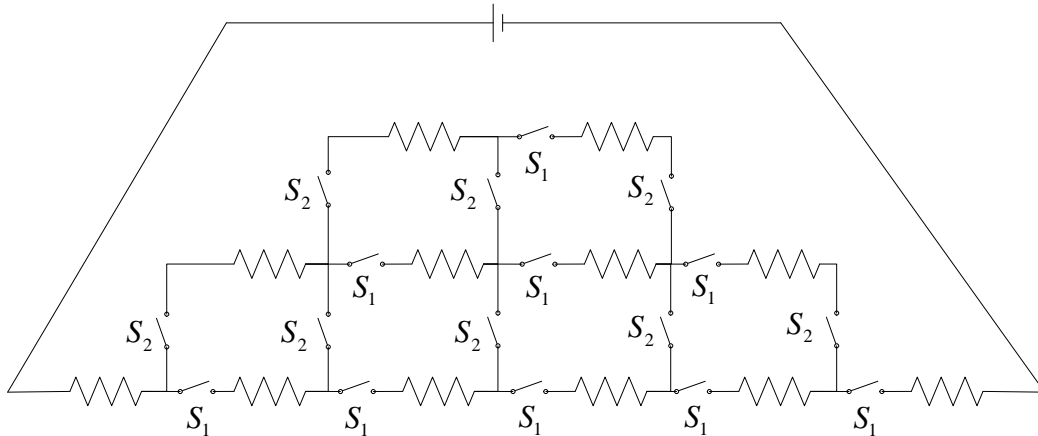
ג. כיצד ישתנה הזרם במעגל

אם כעת : $S_1 = 0, S_2 = 1$?

6) לפניך המעגל הבא :

כל הנגדים זהים וערכם הוא $9k\Omega$, מקור המתח הוא $6V$.

במצב A כל המפסקים המסומנים ב- S_1 פתוחים וכל המפסקים המסומנים ב- S_2 סגורים.



א. מהי ההתנגדות השקולה של המעגל? ומהו הזרם הכללי של המעגל?

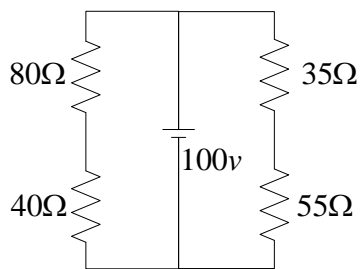
ב. במצב B הופכים את המפסקים, כלומר, כל המפסקים S_1 סגורים וכל

המפסקים S_2 פתוחים. מה כעת ההתנגדות השקולה והזרם הכללי במעגל?

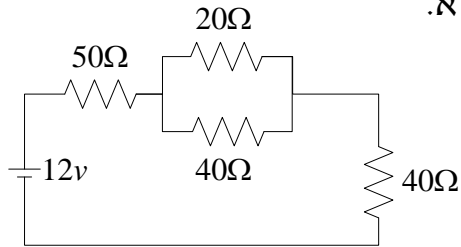
ג. מה היא ההתנגדות השקולה והזרם הכללי במעגל כאשר כל המפסקים

סגורים (כלומר : $S_1 = S_2 = 1$) ?

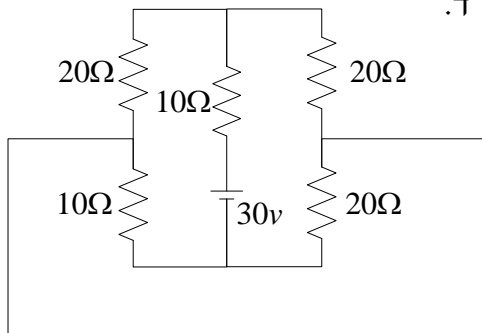
7) חשב את הזרם הכללי והזרמים בכל אחד מהנגדים במעגלים הבאים:
היעזר בחוקי קירכהוף.



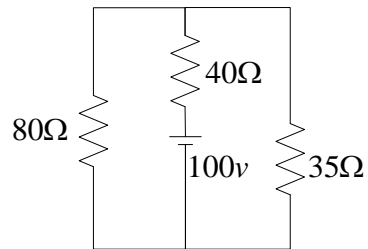
ב.



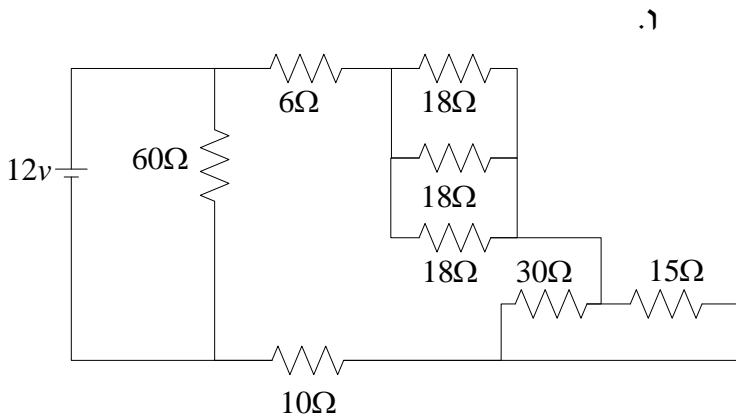
ב.



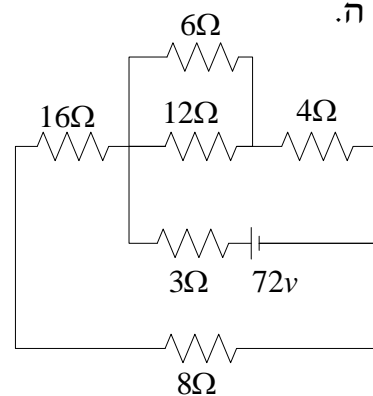
ד.



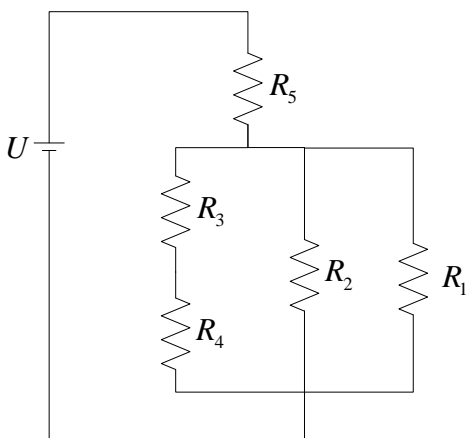
ד.



ה.

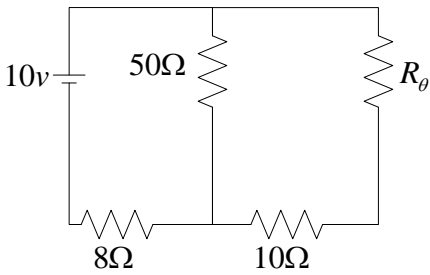


ו.



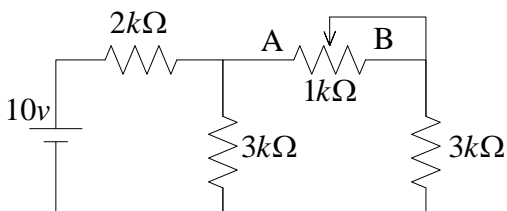
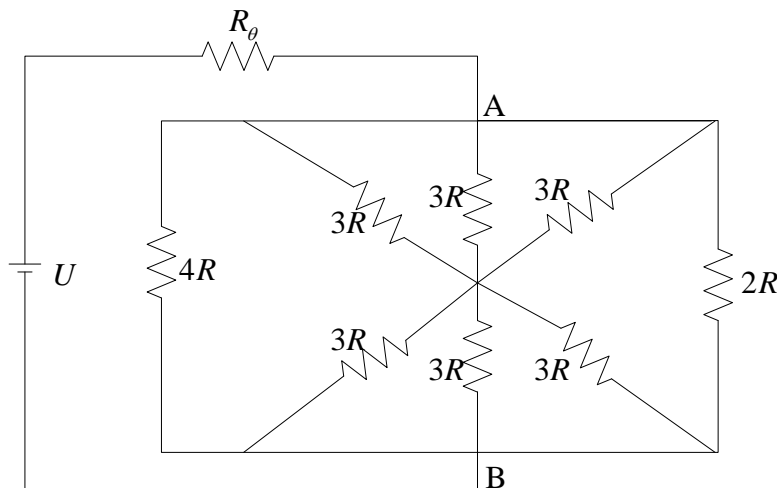
נתון: $U = 12V$, $R_1 = 30k\Omega$, $R_2 = 30k\Omega$, $R_3 = 20k\Omega$,
 $R_4 = 10k\Omega$, $R_5 = 5k\Omega$

- חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל.
- חשב את הזרם הכללי של המעגל.
- חשב את הזרם על פני הנגד R_1 .
- חשב את ההספק של הנגד R_1 .
- מהי נצילות המעגל עבור עומס שהוא R_1 ?

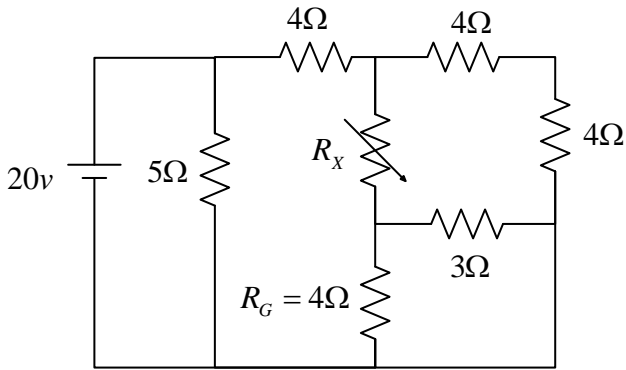


- 9) במעגל הבא הנגד R_θ תלוי בטמפרטורה. ידוע כי בטמפרטורת החדר ערכו הוא 20Ω וכי מקדם הטמפרטורה שלו הוא 0.005°C^{-1} . הנח כי ערכי שאר הנגדים קבועים בטמפרטורה.
- א. מהי ההתנגדות השקולה בטמפרטורה של 220°C ?
 ב. מצא את הטמפרטורה עבורה ההתנגדות השקולה של המעגל תהיה 34.19Ω .

- 10) במעגל שלפניך ערכי הנגדים מבוטאים באמצעות R . הנגד R_θ תלוי בטמפרטורה. ידוע כי בטמפרטורת החדר ערכו שווה לערך ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B וכי בטמפרטורה של 82.5°C התנגדותו היא R .
- א. מצא את מקדם הטמפרטורה של הנגד R_θ .
 ב. מצא באיזו טמפרטורה ההתנגדות השקולה של המעגל היא $2R$.

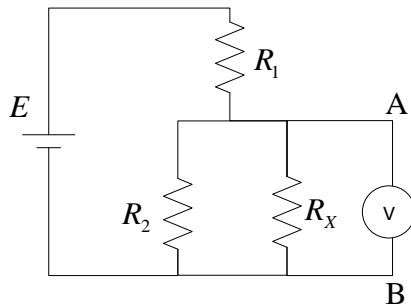


- 11) במעגל הנתון הפוטנציומטר הינו בעל התנגדות של $1k\Omega$. חשב את ההספק של מקור המתח כאשר הזחלן נמצא בנקודות הבאות:
- א. במרכז הפוטנציומטר.
 ב. בנקודה A.
 ג. בנקודה B.

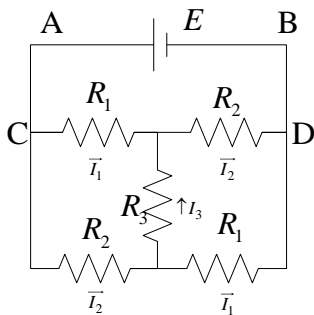


12) לפינך המעגל הבא. חשב לאיזה ערך יש לכוון את הנגד R_X על מנת שיתפתח הספק של $1.125W$ על הנגד R_G .

13) במעגל המתואר באיור הסמוך נתון: כא"מ המקור $30V$ (התנגדות פנימית של המקור זניחה). $R_1 = 60\Omega$, $R_2 = 48\Omega$. המתח שמראה הוולטמטר המחובר בין שתי הנקודות A ו-B הוא $5V$ ($U_{AB} = 5V$).



א. חשב את ערך ההתנגדות R_X .
 ב. את הוולטמטר המחובר בין הנקודות A ו-B החליפו באמפרמטר שהתנגדותו הפנימית זניחה. מה תהיה קריאתו?



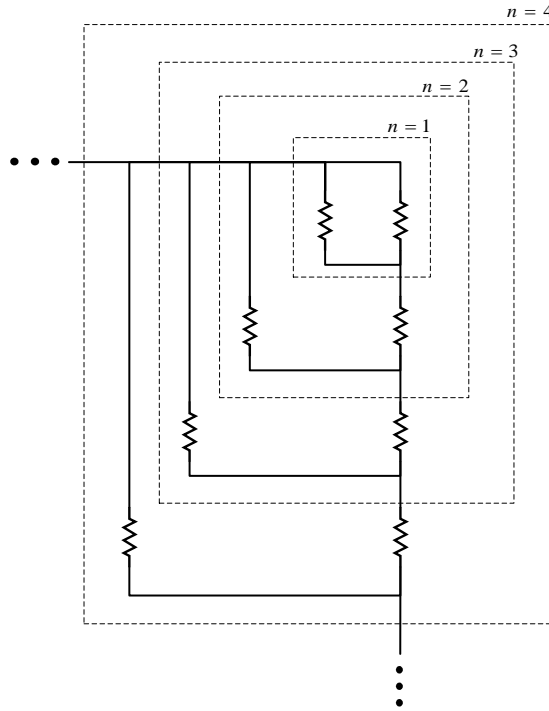
14) במעגל הבא נתון כי הזרם בנגדים R_1 הוא I_1 , הזרם בנגדים R_2 הוא I_2 וכי הזרם בנגד R_3 הוא $I_3 = 2A$. נתון: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 2\Omega$. התנגדות המקור זניחה.

א. חשב את שני הזרמים I_1 ו- I_2 .
 ב. חשב את הכא"מ של המקור E .
 ג. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל בין הנקודות A ו-B.
 ד. מחברים בין הנקודות C ו-D שבאיור נגד נוסף. האם ההספק שמספק המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה כתוצאה מכך? נמק.

שאלות עם מציאת התנגדות שקולה משיקולי סימטריה:

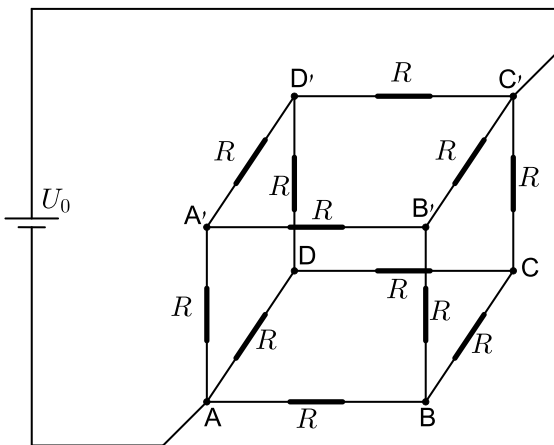
15) נתונה רשת נגדים אינסופית המתוארת באיור הבא. ערכי כל הנגדים זהים ושווים ל- R . הוכח כי עבור $n \rightarrow \infty$ ההתנגדות השקולה (המשוקפת מבעד שני ההדקים האינסופיים

שבאיור) שווה ל- $(\Phi - 1)R$ כאשר: $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (חיתוך הזהב).



הערה:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \Phi \quad \text{מקיימת} \quad \begin{cases} a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \\ a_1 = a_2 = 1 \end{cases} \quad \text{סדרת פיבונוצי}$$



16) מחברים סוללה בעלת מתח של $U_0 = 18V$

והתנגדות פנימית זניחה לרשת נגדים הבנויה

בצורת קובייה ABCD'A'B'C'D'

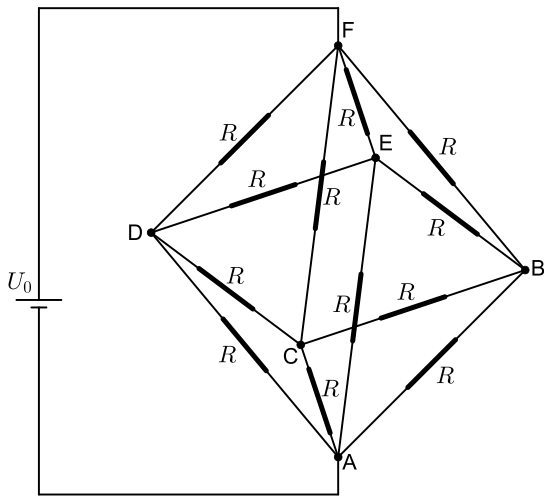
שמכילה 12 נגדים זהים בעלי $R = 3\Omega$

(כל אחד) כמופיע באיור הבא.

א. מצא את ההתנגדות השקולה

של רשת הנגדים.

ב. חשב את הזרם הכללי של המעגל.



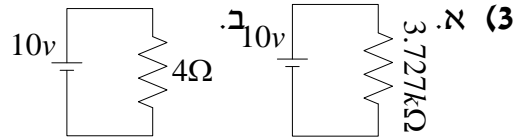
17) באיור שלפניך נתון מעגל המורכב מנגדים זהים בגודל R כל אחד, על פני מקצועותיו של אוקטהדרון ABCDEF בעל בסיס מרובע BCDE. מזינים את רשת הנגדים באמצעות מקור מתח U_0 .

- א. מה הזרם העובר דרך הנגדים שבמקצועות: BC, CD, DE ו-BE?
- ב. בטא בעזרת R את ההתנגדות השקולה של רשת הנגדים.
- ג. כתוב ביטוי לזרם הכללי במעגל.

תשובות סופיות:

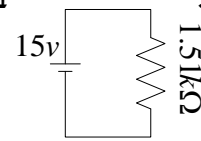
(1) א. $12k\Omega$ ב. $5.5k\Omega$ ג. $6.5k\Omega$ ד. $2k\Omega$

(2) א. $1.33k\Omega$ ב. $4k\Omega$ ג. $2.4k\Omega$



(4) א. $1.2k\Omega$ ב. 67.96Ω ג. $I(S_1 = 0) = 6.66mA$, $I(S_1 = 1) = 0.11A$

(5) א. $9.93mA$ ב. $14.99\mu A \sim 15\mu A$



(6) א. $R_T = 54k\Omega$, $I = 0.22mA$ ב. $R_T = \infty$ ג. $R_T = 33k\Omega$, $I = 0.182mA$

(7) א. $I_1 = I_4 = 116mA$, $I_2 = 76mA$, $I_3 = 38mA$

ב. $I_1 = I_2 = 0.83A$, $I_3 = I_4 = 1.11A$ ג. $I_1 = 0.472A$, $I_2 = 1.553A$, $I_3 = 1.081A$

ד. $I_1 = 0.562A$, $I_2 = 1.125A$, $I_3 = 0.562A$, $I_4 = 0.749A$, $I_5 = 0.375A$

ה. $I_1 = I_5 = 2A$, $I_2 = 2A$, $I_3 = 4A$, $I_4 = 8A$, $I_6 = 6A$

ו. $I_1 = 200mA$, $I_2 = I_8 = 375mA$, $I_3 = I_4 = I_5 = 125mA$, $I_6 = 250mA$, $I_7 = 125mA$

(8) א. $15k\Omega$ ב. $0.8mA$ ג. $0.266mA$ ד. $2.13mW$ ה. $\frac{2}{9} \rightarrow 22.22\%$

(9) א. 33Ω ב. $270^\circ C$

(10) א. $0.004^\circ C^{-1}$ ב. $145^\circ C$

(11) א. $27.662mW$ ב. $28.571mW$ ג. $26.925mW$

(12) 6.45Ω

(13) א. $R_x = 16\Omega$ ב. $0.5A$

(14) א. $I_1 = 3A$, $I_2 = 5A$ ב. $44V$ ג. $R_T = 5.5\Omega$

ד. חיבור נגד במקביל מגדיל את צריכת הזרם הכללית ולכן הספק המקור יגדל.

(15) שאלת הוכחה.

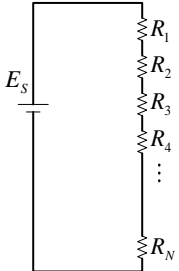
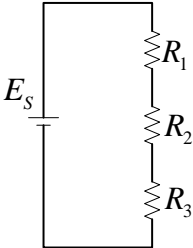
(16) א. 2.5Ω ב. $7.2A$

(17) א. $I = 0A$ ב. $\frac{1}{2}R$ ג. $I_T = \frac{2U_0}{R}$

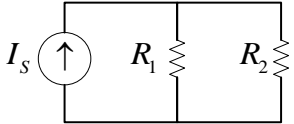
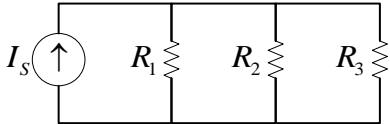
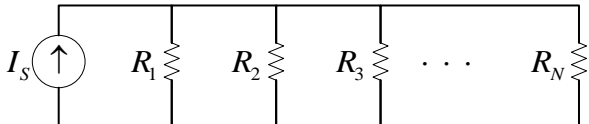
מחלק מתח ומחלק זרם:

סיכום כללי:

עיקרון מחלק מתח:

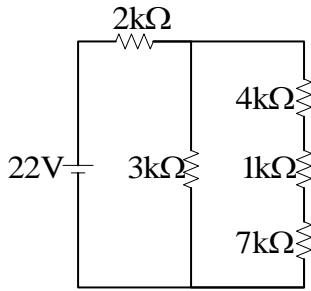
| מקרה כללי | מקרה יסודי – 3 נגדים בטור |
|---|--|
|  $1 \leq k \leq N: U_{R_k} = \frac{R_k}{\sum_{m=1}^N R_m} E_S$ |  $U_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$ $U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$ $U_{R_3} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$ |

עיקרון מחלק זרם:

| מעגל | נוסחאות |
|---|---|
|  | $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S, \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$ |
|  | $I_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$ $I_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$ $I_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$ |
|  | $1 \leq k \leq N: I_k = \frac{R_T}{R_k} I_S = \frac{G_k}{G_T} I_S$ |

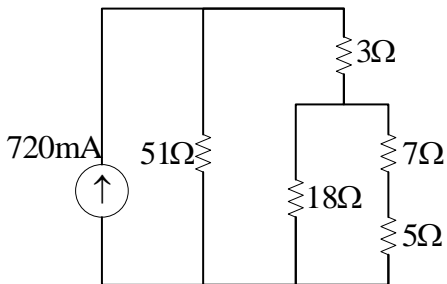
❖ דוגמא לשימוש במחלק מתח במעגל:

מצא את מפלי המתחים על כל הנגדים שבמעגל הבא.



❖ דוגמא לשימוש במחלק זרם במעגל:

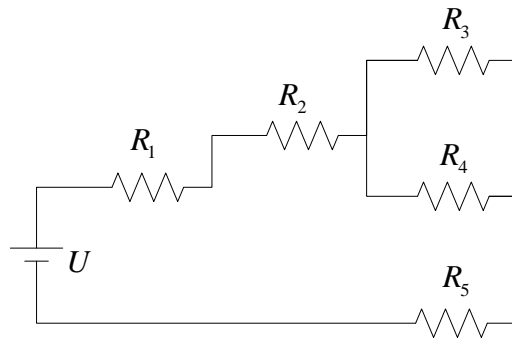
חשב את הזרמים בכל הנגדים שבמעגל הבא.



שאלות:

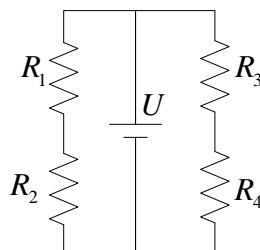
1) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא. העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם.

נתון: $R_1 = 50\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $R_4 = 40\Omega$, $R_5 = 30\Omega$, $U = 30V$.



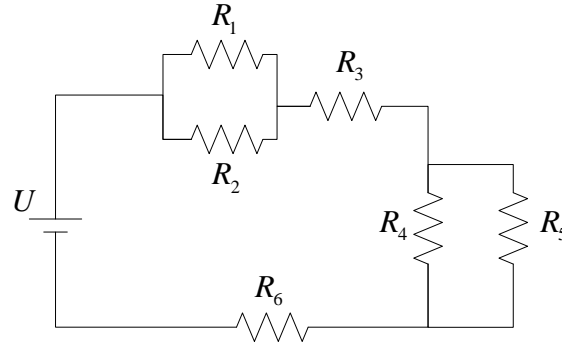
2) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא. העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם.

נתון: $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 35\Omega$, $R_4 = 55\Omega$, $U = 100V$.



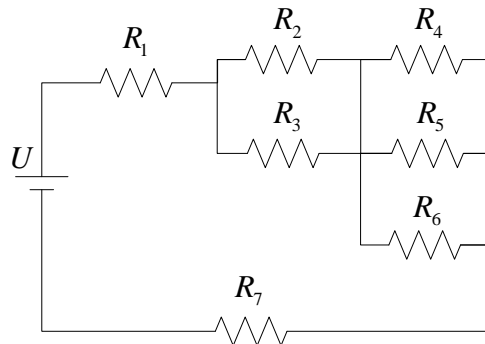
3) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא.
העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם. נתון:

$$R_1 = 4k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 3k\Omega, R_4 = 5k\Omega, R_5 = 5k\Omega, R_6 = 2.66k\Omega, U = 12V$$

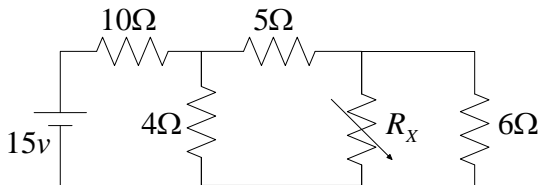


4) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא.
העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם. נתון:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 4\Omega, R_4 = 6\Omega, R_5 = R_7 = 3\Omega, R_6 = 2\Omega, U = 20V$$

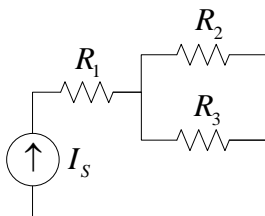


5) נתון המעגל הבא.



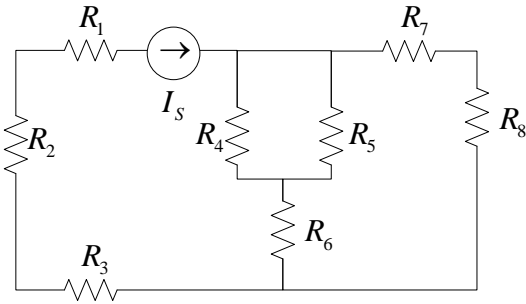
חשב את ערכו של R_x כך
שעוצמת הזרם דרך הנגד 4Ω
תהיה: $0.76A$.

6) לפניך המעגל הבא:



מקור הזרם הינו אידיאלי (התנגדותו אינסופית).
נתון: $I_s = 1.75A, R_1 = 18\Omega, R_2 = 25\Omega, R_3 = 35\Omega$.

חשב את הזרמים שעל פני כל נגד במעגל.
היעזר בחוק מחלק הזרם.



7) לפניך המעגל הבא :

נתון כי מקור הזרם הוא אידיאלי.

נתון : $I_s = 10\text{mA}$, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 2.5\text{k}\Omega$

$R_3 = 4.5\text{k}\Omega$, $R_4 = 10\text{k}\Omega$, $R_5 = 10\text{k}\Omega$

$R_6 = 5\text{k}\Omega$, $R_7 = 5.75\text{k}\Omega$, $R_8 = 4.25\text{k}\Omega$

א. חשב את כל מפלי המתח במעגל

ואת המתח על פני מקור הזרם.

ב. מהו ההספק שמספק מקור הזרם?

תשובות סופיות:

1) $I_1 = I_2 = I_5 = 0.243\text{A}$, $I_3 = 182\text{mA}$, $I_4 = 81\text{mA}$

$v_1 = 12.16\text{V}$, $v_2 = v_5 = 7.29\text{V}$, $v_3 = v_4 = 3.24\text{V}$

2) $I_1 = I_2 = 0.883\text{A}$, $I_3 = I_4 = 1.11\text{A}$

$v_1 = 66.66\text{V}$, $v_2 = 33.33\text{V}$, $v_3 = 38.88\text{V}$, $v_4 = 61.11\text{V}$

3) $I_1 = 421\mu\text{A}$, $I_2 = 842\mu\text{A}$, $I_3 = I_6 = 1.263\text{mA}$, $I_4 = I_5 = 631\mu\text{A}$

$v_1 = v_2 = 1.684\text{V}$, $v_3 = 3.789\text{V}$, $v_4 = v_5 = 3.155\text{V}$, $v_6 = 3.368\text{V}$

4) $I_1 = I_7 = 2\text{A}$, $I_2 = I_3 = I_6 = 1\text{A}$, $I_4 = 0.333\text{A}$, $I_5 = 0.6667\text{A}$

$v_1 = 8\text{V}$, $v_2 = v_3 = 4\text{V}$, $v_4 = v_5 = v_6 = 2\text{V}$, $v_7 = 6\text{V}$

5) 2.93Ω

6) $I_1 = 1.75\text{A}$, $I_2 = 1.02\text{A}$, $I_3 = 0.73\text{A}$

7) א. $U_1 = 20\text{V}$, $U_2 = U_4 = U_5 = U_6 = 25\text{V}$, $U_3 = 45\text{V}$

ב. 1.4W , $U_7 = 28.75\text{V}$, $U_8 = 21.25\text{V}$, $U_I = 140\text{V}$

המרת כוכב משולש:

סיכום כללי:

המרת כוכב-משולש:

שתי תצורות החיבור הבאות בין הצמתים 1, 2 ו-3 הן שקולות:

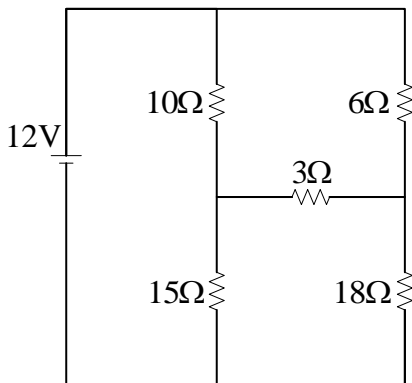
| נוסחאות המרה | תצורת כוכב | תצורת משולש | נוסחאות המרה |
|---|------------|-------------|---|
| $R_1 = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ $R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ $R_3 = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ | | | $R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3}$ $R_{13} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$ $R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1}$ |

הערה:

יש הקוראים להמרה זו בשם "התמרת פאי-טי" על סמך צורת T של הכוכב ו-Π של המשולש.

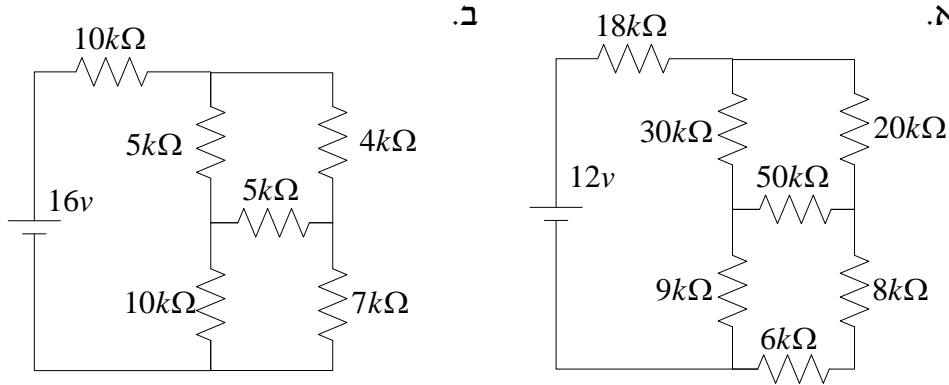
❖ דוגמא לשימוש בהמרת כוכב-משולש במעגל:

חשב את ההתנגדות השקולה במעגל הבא:

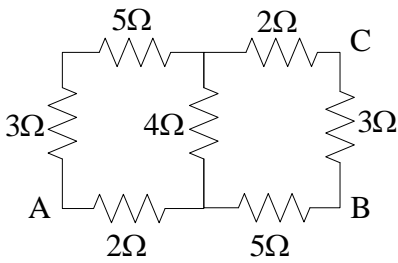


שאלות:

1) חשב את ההתנגדות הכללית והזרם הכללי במעגלים הבאים:

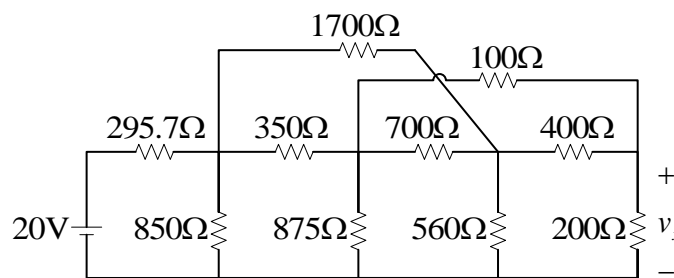


2) לפניך קונפיגורציה הנגדים הבאה:



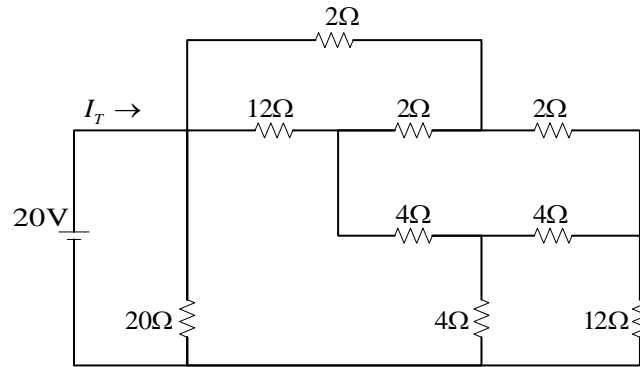
- א. חשב את ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B.
- ב. חשב את ההתנגדות השקולה בין הנקודות B ו-C.
- ג. חיברו מקור מתח של 48V והתנגדות פנימית של 2Ω. חשב את ההספק המסופק ע"י מקור המתח למעגל בכל אחד מהמצבים הבאים:
 - i. מחברים את מקור המתח בין הנקודות A ו-B.
 - ii. מחברים את מקור המתח בין הנקודות B ו-C.

3) נתון המעגל שלפניך ובו ערכי כל הרכיבים הרשומים בתרשים.



- א. מצא את מפל המתח על הנגד 200Ω (המסומן ב- v_x).
- ב. חשב את ההספק הכולל שבמעגל.

4 מצא את הזרם הכללי I_T במעגל שלפניך. כל ערכי הרכיבים נתונים.



תשובות סופיות:

- 1 א. $I_T = 0.33\text{mA}$, $R_T = 36\text{k}\Omega$ ב. $I_T = 0.97\text{mA}$, $R_T = 16.34\text{k}\Omega$
- 2 א. $R_{AB} = 4.3\Omega$ ב. $R_{BC} = 2.3\Omega$ ג. i. 365.71W ii. 535.8W
- 3 א. $v_x = 933.33\text{mV}$ ב. $P = 676.36\text{mW}$
- 4 $I_T = 4.04\text{A}$

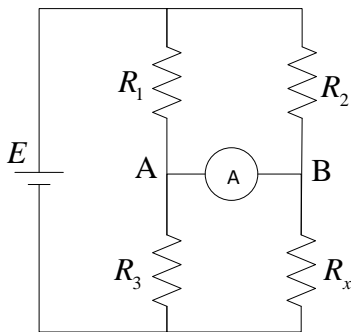
גשר ויטסטון:

סיכום כללי:

תצורת גשר ויטסטון (Wheatstone Bridge Circuit):

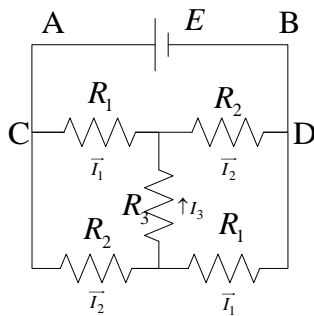
מעגל הנועד למדוד התנגדות לא ידועה (הנובעת למשל משינוי טמפרטורה) ע"י איזון שני ענפים התנגדותיים כאשר האחד ידוע ובשני נמצא הרכיב שהתנגדותו לא ידועה.

להלן תצורת המעגל:



אם: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$ אז: $V_{AB} = 0V$ (או: $I_{AB} = 0A$) ולהיפך.

שאלות:



1) במעגל הבא נתון כי הזרם בנגדים R_1 הוא I_1 ,

הזרם בנגדים R_2 הוא I_2 וכי הזרם בנגד R_3

הוא $I_3 = 2A$. נתון: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 2\Omega$.

התנגדות המקור זניחה.

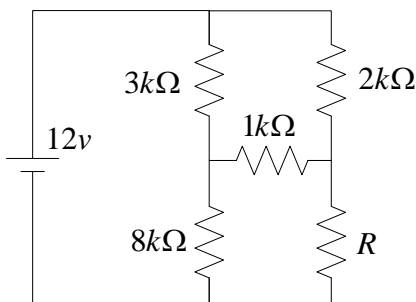
א. חשב את שני הזרמים I_1 ו- I_2 .

ב. חשב את הכא"מ של המקור E .

ג. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל בין הנקודות A ו-B.

ד. מחברים בין הנקודות C ו-D שבאיור נגד נוסף.

האם ההספק שמספק המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה כתוצאה מכך? נמק.



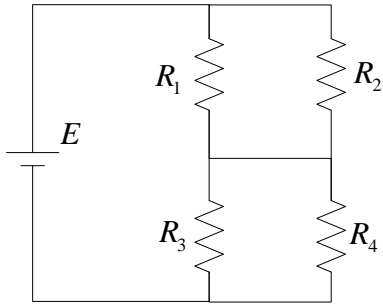
2) נתון המעגל הבא:

א. חשב את ערכו של R לאיזון הגשר.

ב. חשב את נצילות המעגל כאשר הגשר

מאוזן עבור עומס R_L השווה לסכום

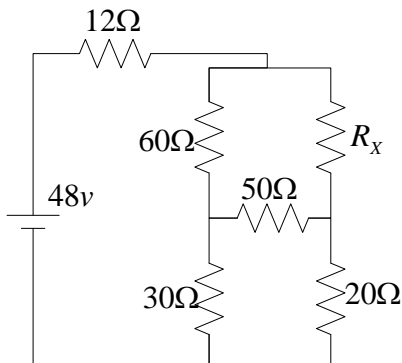
הנגדים R והנגד שערכו $2k\Omega$.



3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 25V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 12\Omega$.

- מה צריך להיות ערכו של R_4 לאיזון הגשר?
- חשב את הספקו של R_4 כאשר הגשר מאוזן.
- מהי צריכת ההספק הכללית של המעגל?



4) באיור שלפניך מופיע המעגל הבא.

ערך מקור המתח הוא 48V והתנגדותו הפנימית זניחה. חשב:

- מה צריך להיות R_x כדי שלא יזרום זרם בנגד של 50Ω ?
- מה ההתנגדות השקולה שרואה המקור בתנאי של סעיף א'?
- חשב את ההספק שמתבזבז על הנגד של 30Ω .

תשובות סופיות:

- א. $I_1 = 3A$, $I_2 = 5A$. ב. $44v$. ג. $R_T = 5.5\Omega$. ד. חיבור נגד במקביל מגדיל את צריכת הזרם הכללית ולכן הספק המקור יגדל.
- א. $R = 5.333k\Omega$. ב. $\eta = 60\%$.
- א. 9.6Ω . ב. $19.368W$. ג. $63.75W$.
- א. 40Ω . ב. $R_T = 48\Omega$. ג. $P_{30\Omega} = 4.8W$.

תוכן העניינים:

| | |
|----|--|
| 67 | משפטי הרשת |
| 67 | המרת מקורות : סיכום כללי : |
| 67 | שאלות : |
| 68 | תשובות סופיות : |
| 69 | שיטת מתחי הצמתים : |
| 70 | סיכום כללי : |
| 70 | שאלות : |
| 72 | תשובות סופיות : |
| 73 | נוסחת מילמן : |
| 74 | סיכום כללי : |
| 74 | שאלות : |
| 75 | תשובות סופיות : |
| 75 | שיטת זרמי חוגים : |
| 76 | סיכום כללי : |
| 76 | שאלות : |
| 78 | תשובות סופיות : |
| 80 | מאזן הספקים : |
| 81 | סיכום כללי : |
| 81 | שיטת הסופרפוזיציה : |
| 82 | סיכום כללי : |
| 82 | שאלות : |
| 84 | תשובות סופיות : |
| 84 | שקולי תבנין ונורטון : |
| 85 | סיכום כללי : |
| 85 | שאלות : |
| 86 | תשובות סופיות : |
| 88 | ניתוח מעגלים עם מקורות אנרגיה תלויים : |
| 89 | סיכום כללי : |
| 89 | שאלות : |
| 90 | תשובות סופיות : |
| 95 | |

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 4

משפטי הרשת

המרת מקורות:

סיכום כללי:

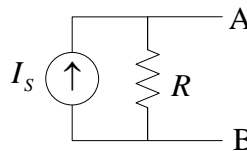
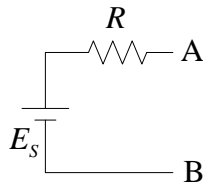
משפטים יסודיים - צורות חיבור של מקורות אנרגיה:

- (1) מקור מתח אידיאלי המחובר במקביל גובר על כל מקור אנרגיה אחר.
- (2) מקור זרם אידיאלי שמחובר בטור גובר על כל מקור אנרגיה אחר.
- (3) ניתן לחבר מקורות מתח אידיאליים המחוברים בטור זה לזה תוך שמירה על כיווני המתחים.
- (4) ניתן לחבר מקורות זרם אידיאליים המחוברים במקביל זה לזה תוך שמירה על כיווני הזרמים.
- (5) כאשר מקורות זרם אידיאליים מחוברים בטור או מקורות מתח אידיאליים מחוברים במקביל לא ניתן לדעת מהו הזרם השקול והמתח השקול בהתאמה.
- (6) מותר להחליף בין מקורות מתח והתנגדויות המחוברות בטור זו לזו. (נגד בטור למקורות מתח לא משפיע על עקרון הצמצום).
מותר להחליף בין מקורות זרם והתנגדויות המחוברים במקביל זה לזה. (נגד במקביל למקורות זרם לא משפיע על עקרון הצמצום).

משפט ההמרה המרכזי:

ניתן להמיר מקור מתח אידיאלי E המחובר בטור להתנגדות R למקור זרם I

המחובר במקביל לאותה התנגדות R כך ש- $I = \frac{E}{R}$, ולהיפך.

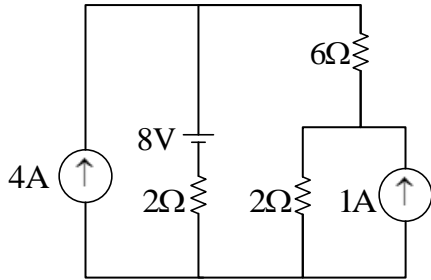


הערה:

ההמרה בין מקורות האנרגיה מתייחסת למקורות מעשיים, כלומר מקור מתח המחובר להתנגדות בטור אשר מהווים מקור מתח מעשי, ומקור זרם המחובר להתנגדות במקביל המהווים מקור זרם מעשי. לא ניתן להמיר מקורות אנרגיה אידיאליים מאחד לשני.

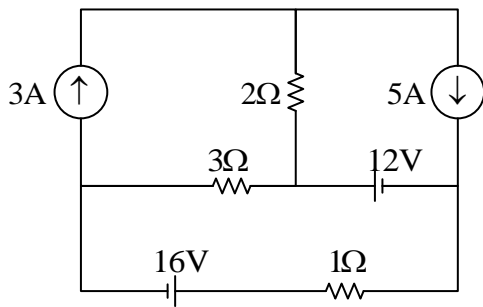
משפט ואשי (גרסת הזרמים):

ניתן לפרק מקור זרם למספר מקורות זרם שיהיו במקביל לכל הרכיבים שמחוברים במסלול אחד שמקביל למקור הזרם, כאשר מגמת מקורות הזרם תהיה מנוגדת למקור הזרם המקורי.



❖ דוגמה לשימוש בכללי המרת מקורות:

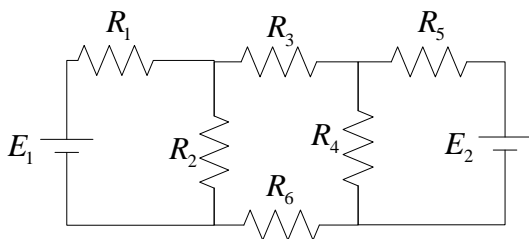
מצא את מפל המתח על הנגד של 6Ω .



❖ דוגמה לשימוש במשפט ואשי:

מצא את מפל המתח על הנגד 1Ω .

שאלות:



1) לפניך המעגל הבא:

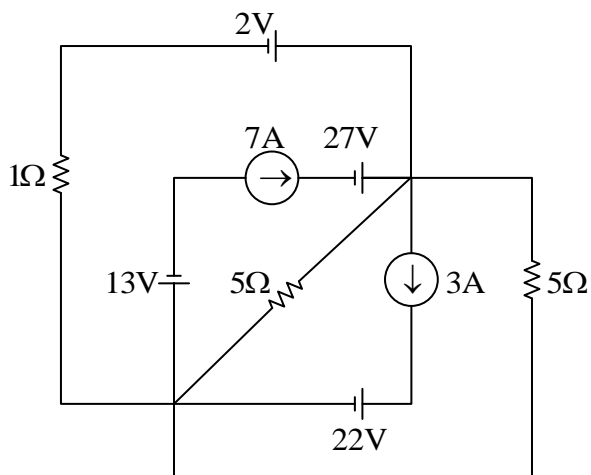
נתון: $E_1 = 6V$, $E_2 = 40V$, $R_1 = 4\Omega$

$R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 20\Omega$

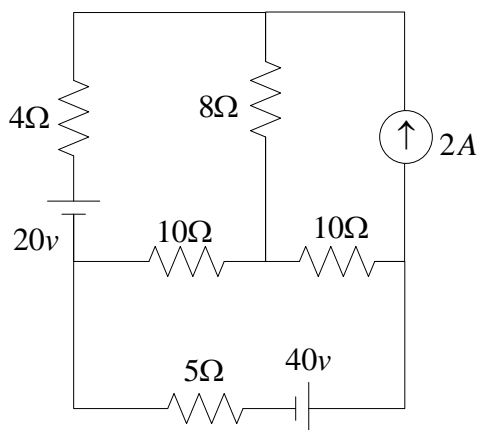
$R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 10\Omega$

מצא את ההספק המתפתח על המקור E_1 .
היעזר בהמרת מקורות.

(2) מצא את הזרם העובר דרך הנגד 5Ω החיצוני.



(3) מצא את ההספק הנופל על פני הנגד 4Ω :



תשובות סופיות:

- .4.95W (1)
- .0.875A (2)
- .19.75W (3)

שיטת מתחי הצמתים:

סיכום כללי:

המטרה:

למצוא את ערכי הפוטנציאל החשמלי בכל הצמתים במעגל.

הדרך:

- 1) להגדיר את אחד הצמתים במעגל כאדמה (במידה ולא הוגדר בתחילה).
- 2) לסמן את כל הצמתים במעגל (נהוג לסמן ב- A, B, ... ואת ערכי הפוטנציאל: v_A, v_B, \dots).
- 3) להגדיר זרמים הנכנסים/יוצאים מכל ענף במעגל.
- 4) לחבר משוואות על בסיס חוק הזרמים של קירכהוף (KCL) לכל צומת.
- 5) פתרון המשוואות ייתן את המתחים שבין כל צומת יחסית לאדמה.

כתיבה מטריציאית של משוואות המעגל בשיטת מתחי הצמתים:

במעגל שבו N צמתים ניתן לחבר $N-1$ משוואות בלתי תלויות על בסיס חוק הזרמים של קירכהוף בצורה הבאה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1(N-1)} \\ -G_{21} & G_{22} & & & \vdots \\ -G_{31} & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ -G_{(N-1)1} & -G_{(N-1)2} & \cdots & \cdots & G_{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ \vdots \\ I_{SC(N-1)} \end{pmatrix}$$

כאשר:

G_{ik} - סכום המוליכויות של הענפים הנכנסים לצומת ה- i במשוואה ה- k .
 I_{SCi} - זרם הקצר במשוואה ה- i .

v_i - הפוטנציאל החשמלי בצומת ב- i (ביחס לאדמה שהוגדרה בתור אחד הצמתים).

ניתן לכתוב את מערכת המשוואות גם: $G \cdot \underline{v} = \underline{I}_{SC}$ כאשר:

G - היא מטריצת המוליכויות.

\underline{I}_{SC} - הוא ווקטור זרמי הקצר במעגל.

\underline{v} - הוא ווקטור המשתנים (ערכי הפוטנציאלים בכל הצמתים במעגל ביחס לצומת שהוגדר כאדמה).

מקרים פרטיים:

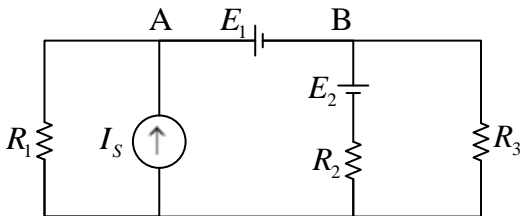
- עבור שתי משוואות עם שני נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} \\ -G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ I_{SC2} \end{pmatrix}$$

- עבור שלוש משוואות עם שלושה נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ I_{SC2} \\ I_{SC3} \end{pmatrix}$$

❖ דוגמה לניתוח מעגל באמצעות שיטת סופר צומת:



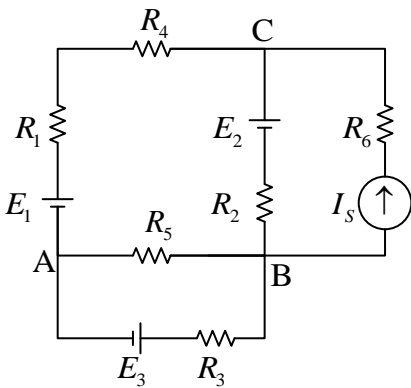
במעגל שלפניך נתון:

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 6\Omega$$

$$E_1 = 4V, E_2 = 8V, I_s = 1A$$

מצא את ערכי הפוטנציאלים בצמתים A ו-B.

❖ דוגמה לניתוח מעגל עם מקור זרם בטור לנגד:



במעגל שלפניך נתון:

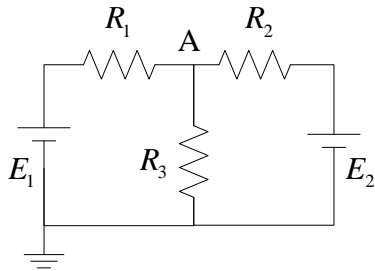
$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 8\Omega$$

$$R_5 = 6\Omega, R_6 = 2\Omega$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 15V, E_3 = 10V, I_s = 3A$$

מצא את U_{AC} ואת הזרם $I(R_5)$.

שאלות:

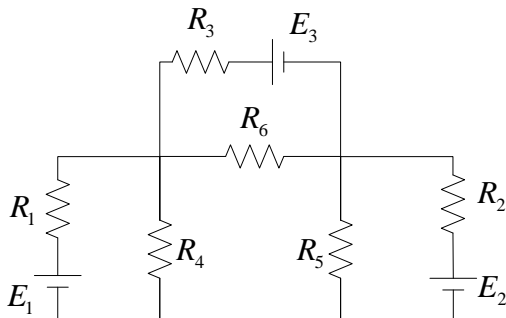


1) לפניך המעגל הבא:

נתון: $E_1 = 24V$, $E_2 = 10V$, $R_1 = 20\Omega$

$R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

- מצא את הפוטנציאל בצומת A.
- מצא את עוצמת הזרם דרך הנגד R_3 .
- מהו סך ההספק המסופק למעגל?



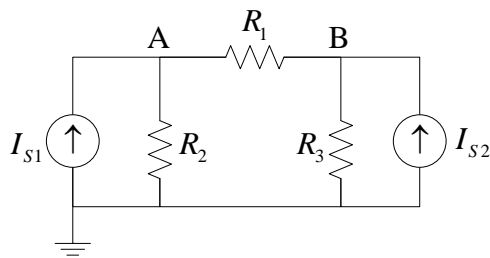
2) לפניך המעגל הבא:

נתון: $E_1 = 28V$, $E_2 = 15V$, $E_3 = 12V$

$R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1.5\Omega$, $R_3 = 2\Omega$

$R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 25\Omega$, $R_6 = 40\Omega$

מצא את הזרמים דרך כל נגד.
היעזר במתחי הצמתים.



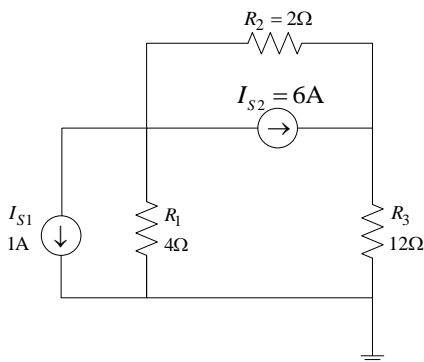
3) במעגל שלפניך נתון:

$I_{S1} = 2mA$, $I_{S2} = 3mA$, $R_1 = 2k\Omega$

$R_2 = 3k\Omega$, $R_3 = 1k\Omega$

- חשב את מתחי הצמתים A ו-B.
- מהי נצילות המעגל עבור עומס R_2 ?

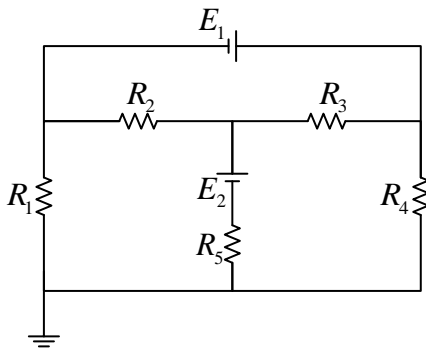
4) לפניך המעגל הבא:



א. מצא את מפלי המתחים

על כל אחד ממקורות הזרם.

- קבע לגבי כל מקור האם הוא ספק או צרכן במעגל.



5) לפניך המעגל הבא ובו :

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 2\Omega$$

$$R_4 = 10\Omega, R_5 = 5\Omega, E_1 = 6V, E_2 = 8V$$

א. מצא את הזרם $I(R_3)$ במעגל שלפניך.

ב. כיצד תשתנה תשובתך אם $R_5 = 0\Omega$?

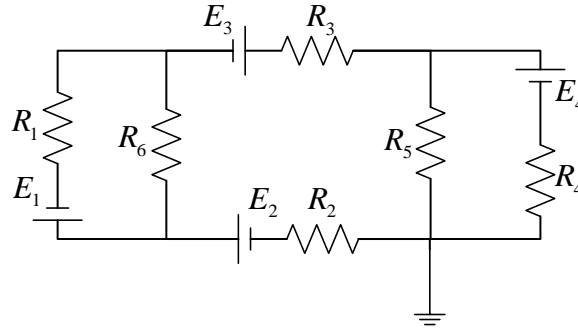
6) לפניך המעגל הבא :

א. כתוב את מטריצת המוליכויות של המעגל.

ב. מצא תנאי על הנגדים עבורם למערכת יהיה פתרון.

ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים א' ו-ב' אם $R_1 = 0\Omega$?

ד. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים א' ו-ב' אם $R_6 = 0\Omega$?



תשובות סופיות :

1) א. $v_A = 8.363V$ ב. $0.836A$ ג. $P_{in} = \sum P_E = 19.314W$

2) $I_1 = 1.574A, I_2 = 0.326A, I_3 = 0.044A, I_4 = 1.321A, I_5 = 0.579A, I_6 = 0.297A$

3) א. $v_A = 4.5V, v_B = 3.5V$ ב. $\eta = 34.6\%$

4) א. $U_{I_{s1}} = 5.78V, U_{I_{s2}} = 11.11V$ ב. $P_{I_{s1}} = 5.87W > 0, P_{I_{s2}} = 22.22W > 0$

(שניהם ספקים).

5) א. $I(R_3) = 0.582A$ ב. $I(R_3) = 0.3515A$

6) א.
$$G = \begin{pmatrix} G_1 + G_3 + G_6 & -(G_1 + G_6) & -G_3 \\ -(G_1 + G_6) & G_1 + G_2 + G_6 & 0 \\ -G_3 & 0 & G_3 + G_4 + G_5 \end{pmatrix}$$

ב. $(G_1 + G_3 + G_6)(G_3 + G_4 + G_5) \neq G_3^2$ ג. נקבל: $G = \begin{pmatrix} G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_3 + G_4 + G_5 \end{pmatrix}$

התנאי המתקבל: $G_4 + G_5 \neq 0$ שתמיד נכון. ד. נקבל: $G = G_C > 0$ ותמיד יש פתרון.

נוסחת מילמן:

סיכום כללי:

הגדרה:

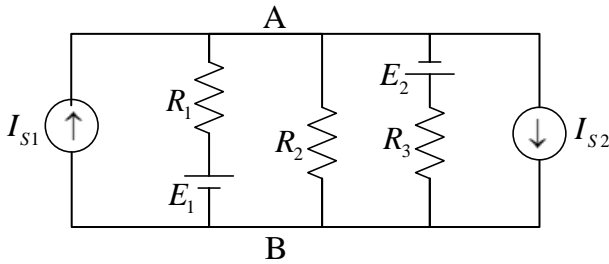
נוסחת מילמן מתייחסת למעגל בעל 2 צמתים A ו-B (נניח $v_A > v_B$) עם N ענפים מקבילים, ונותנת את המתח שבין הצמתים באופן הבא:

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \dots + \frac{E_N}{R_N}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}} = \frac{\sum_{k=1}^N I_{SC_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}} = \frac{\text{סכום זרמי הקצר בכל ענף}}{\text{סכום המוליכויות של כל ענף}}$$

הערות:

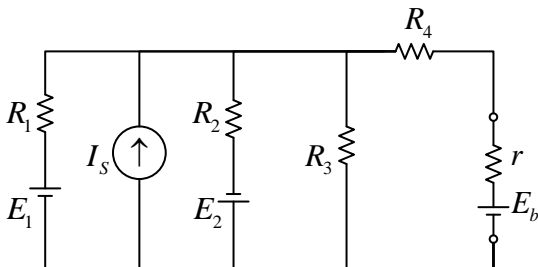
- בענף ללא מקור מתח נציב אפס בביטוי המתאים במונה.
- בענף עם מקור זרם אידיאלי נציב את ערך הזרם במונה ובמכנה נבטל את ההתנגדות של ענף זה.
- ענף ללא כל אלמנט חשמלי יביא ישירות לקצר ולכן המתח בין הצמתים יהיה אפס. זה הוא מקרה טריוויאלי ולא נעסוק בו.

❖ דוגמה לשימוש יסודי בנוסחת מילמן:



מצא בעזרת נוסחת מילמן את המתח בין הצמתים A ו-B במעגל הבא:

❖ דוגמה לשימוש בנוסחת מילמן עם צומת מנוון:



המעגל שלפניך הינו מעגל הטענה של סוללה בעלת מתח E_b והתנגדות פנימית r (סוללה מעשית).

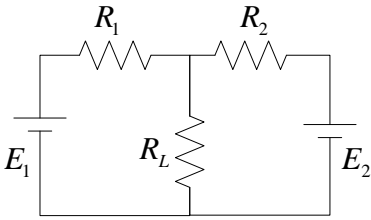
נתונים ערכי הרכיבים הבאים ויש למצוא את המתח על המצבר.

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 2\Omega$$

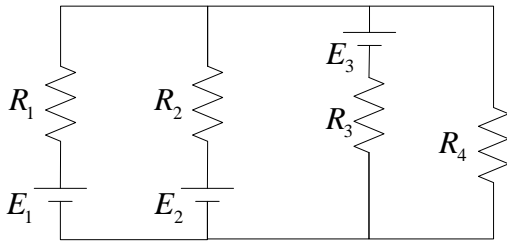
$$E_1 = 20V, E_2 = 15V, I_S = 5A$$

$$E_b = 6V, r = 1\Omega$$

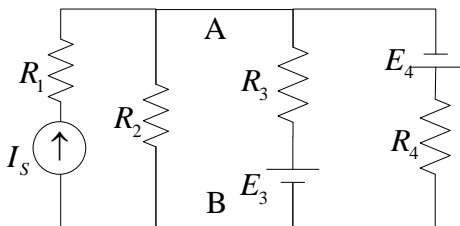
שאלות:



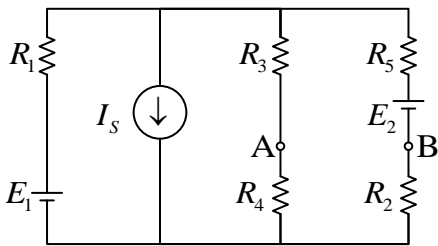
- (1) במעגל שלפניך נתון:
 $E_1 = 12V, E_2 = 8V, R_1 = 8\Omega, R_2 = 12\Omega, R_L = 24\Omega$
 מצא את המתח והזרם בנגד R_L
 עיני שימוש בנוסחת מילמן.



- (2) לפניך המעגל הבא:
 נתון: $E_1 = 27V, E_2 = 23V, E_3 = 25.4V$
 $R_1 = 0.6\Omega, R_2 = 0.25\Omega, R_3 = 0.2\Omega$
 $R_4 = 3\Omega$
 מצא את הזרמים שבכל ענף.
 היעזר בנוסחת מילמן.



- (3) לפניך המעגל הבא:
 נתון: $I_s = 1.5A, E_3 = 140V, E_4 = 70V$
 $R_1 = 30\Omega, R_2 = 35\Omega, R_3 = 70\Omega, R_4 = 140\Omega$
 א. מצא את המתח שבין הצמתים A ו-B.
 ב. מצא את הזרם העובר דרך הנגד R_2 .
 ג. מצא את מפל המתח על מקור הזרם.



- (4) נתון המעגל הבא ובו ערכי הרכיבים:
 $R_1 = 4\Omega, R_2 = 5\Omega, R_3 = R_4 = 3\Omega, R_5 = 10\Omega$
 $E_1 = 12V, E_2 = 5V, I_s = 2.5A$
 מצא את מפל המתח U_{AB} בשני דרכים:
 א. חישוב ישיר של מפלי מתחים וסיכומם.
 ב. שימוש בשיטת מתחי הצמתים
 והגדרת צומת מנוון.

תשובות סופיות:

(1) $I_{R_L} = 0.361A, U_{R_L} = 8\frac{2}{3}V$

(2) $I_1 = 5A, I_2 = 4A, I_3 = 7A, I_4 = 8A$

(3) א. 60V ב. 1.714A ג. 105V

(4) א. 1.954V ב. כנ"ל בדרך אחרת.

שיטת זרמי חוגים:

סיכום כללי:

המטרה:

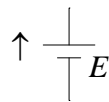
לחשב את ערכי הזרמים הזורמים בכל ענף.

הדרך:

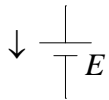
(1) נבחר לולאות במעגל ונסמן בהם זרמים: I_1', I_2', \dots (חשוב לסמן את כל הזרמים לאותו הכיוון).

(2) בכל לולאה, נלך עם כיוון הזרם ונבצע חיבור וחיסור של מפלי מתח:

א. עבור נגדים נחסר מפל מתח $I_k' \cdot R$ כאשר נמצאים בכיוון הזרם וההיפך.
 ב. עבור מקורות מתח נבצע:



i. אם כיוון הזרם הוא עם כיוון מקור המתח E , נוסיף אותו למשוואה.



ii. אם כיוון הזרם הוא נגד כיוון מקור המתח E , נחסר אותו מהמשוואה.

(3) נפתור את מערכת המשוואות עבור I_1', I_2', \dots ונחשב את הגדלים הרצויים במעגל.

כתיבה מטריציאית של משוואות המעגל בשיטת זרמי החוגים:

במעגל שבו N צמתים ו- M ענפים ניתן לחבר $M - N + 1$ משוואות בלתי תלויות על בסיס חוק המתחים של קירכהוף בצורה הבאה (לשם הנוחות נסמן: $K \triangleq M - N + 1$):

$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots & -R_{1K} \\ -R_{21} & R_{22} & & & \vdots \\ -R_{31} & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ -R_{K1} & -R_{K2} & \cdots & \cdots & R_{KK} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' \\ \vdots \\ I_K' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1' \\ \vdots \\ E_K' \end{pmatrix}$$

כאשר:

I_i' - זרם החוג בלולאה ה- i .

R_{ii} - סכום ההתנגדויות בלולאה ה- i .

R_{ij} - סכום ההתנגדויות בלולאה ה- i אשר נמצאים גם בלולאה ה- j .

E_i' - סכום מפלי המתח בלולאה ה- i (סימנם נקבע לפי כיוון זרם החוג).

ניתן לכתוב את מערכת המשוואות גם: $R \cdot \underline{I}' = \underline{E}'$ כאשר:
 R - היא מטריצת המוליכויות.
 \underline{E}' - הוא ווקטור המתחים בלולאות.
 \underline{I}' - הוא ווקטור המשתנים (ערכי הזרמים שבכל לולאה).

מקרים פרטיים:

- עבור שתי משוואות עם שני נעלמים המערכת תראה:

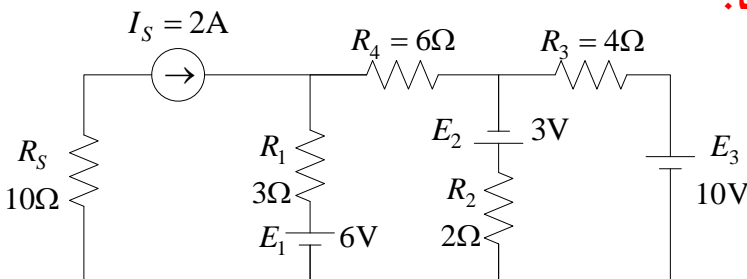
$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \end{pmatrix}$$

- עבור שלוש משוואות עם שלושה נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

❖ **דוגמא לניתוח מעגל עם מקור זרם:**

מצא את הזרמים בכל הענפים במעגל הבא:



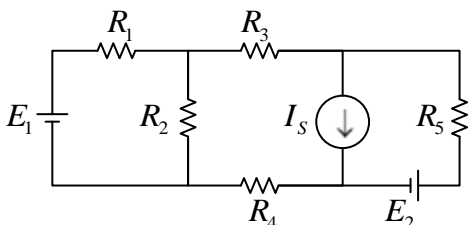
❖ **דוגמא לניתוח מעגל באמצעות סופר חוג:**

נתון המעגל הבא ובו:

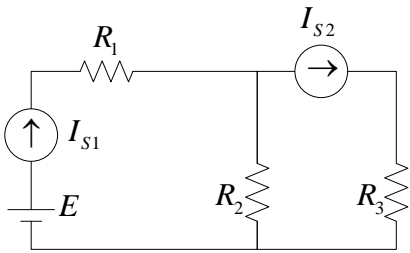
$$R_1 = 8\Omega, R_2 = 6\Omega, R_3 = 5\Omega, R_4 = R_5 = 3\Omega$$

$$E_1 = 10V, E_2 = 4V, I_s = 3.5A$$

חשב את הזרם העובר דרך R_2 .



שאלות:



(1) לפניך המעגל הבא:

נתון כי המקורות החשמליים אידיאליים.

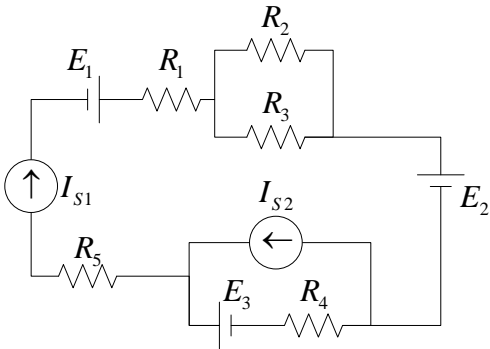
נתון: $I_{S1} = 2A$, $I_{S2} = 3A$, $E = 10V$

$R_1 = 15\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

א. מצא את הזרמים שבכל נגד במעגל

לפי שיטת זרמי החוגים.

ב. מצא את המתחים הנופלים על כל מקור זרם.



(2) לפניך המעגל הבא:

נתון כי המקורות החשמליים אידיאליים.

ערכי הרכיבים הם:

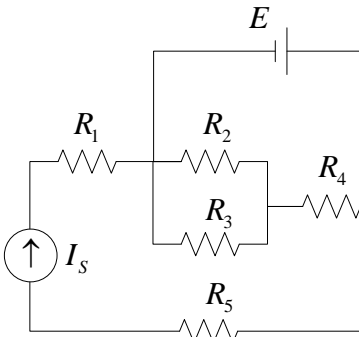
$I_{S1} = 5A$, $I_{S2} = 3.5A$, $E_1 = 10V$, $E_2 = 8V$

$E_3 = 100V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 40\Omega$

$R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 8\Omega$

חשב את מפלי המתח שעל פני מקורות הזרם.

היעזר בשיטת זרמי החוגים.



(3) לפניך המעגל הבא:

המקורות אידיאליים.

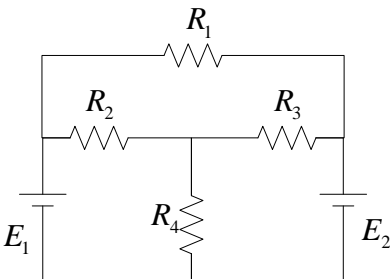
נתון: $I_S = 5A$, $E = 100V$, $R_1 = 5\Omega$

$R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 18\Omega$, $R_4 = 23\Omega$, $R_5 = 17\Omega$

ענה על הסעיפים הבאים:

א. חשב את עוצמת הזרם דרך מקור המתח.

ב. חשב את המתח של מקור הזרם.



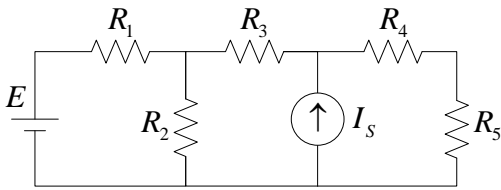
(4) לפניך המעגל הבא:

נתון: $R_1 = 20k\Omega$, $R_2 = 40k\Omega$, $R_3 = 20k\Omega$

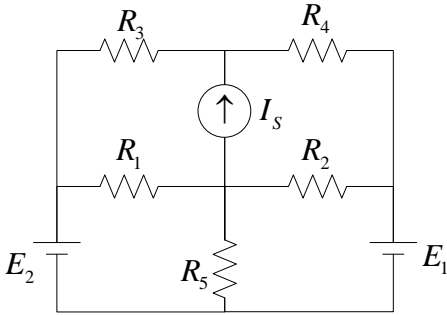
$R_4 = 20k\Omega$, $E_1 = 20V$, $E_2 = 10V$

מצא את הזרמים דרך כל אחד מהנגדים.

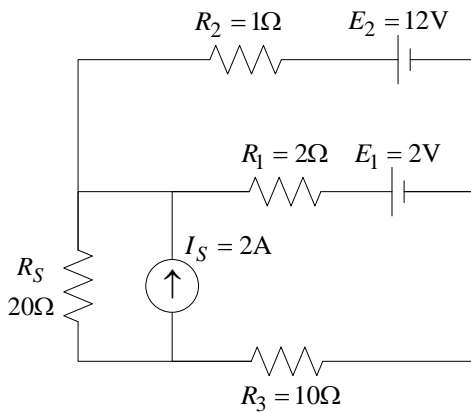
היעזר בזרמי החוגים.



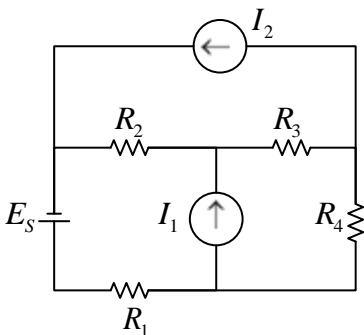
- (5) לפניך המעגל הבא. נתון :
 $E = 40V$, $R_1 = 120\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 0.6k\Omega$
 $I_s = 212mA$, $R_4 = 60\Omega$, $R_5 = 60\Omega$
 מצא את כל הזרמים במעגל.
 היעזר בזרמי החוגים.



- (6) לפניך המעגל הבא :
 נתון : $E_1 = 20V$, $E_2 = 30V$, $R_1 = 10\Omega$
 $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 12\Omega$
 $R_5 = 12\Omega$, $I_s = 2A$
 מצא את הזרמים דרך כל נגד.
 היעזר בזרמי החוגים.



- (7) לפניך המעגל הבא.
 היעזר בשיטת זרמי החוגים ומצא את הזרם
 העובר דרך הנגד R_1 במעגל.



- (8) במעגל שלפניך נתון :
 $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 11\Omega$
 $E_s = 14V$, $I_1 = 3A$, $I_2 = 7A$
 א. מצא את הזרם העובר בנגד R_4
 ב. מצא את הזרם העובר בנגד R_3
 ג. מצא את הספק מקור הזרם I_2

תשובות סופיות:

א. $I_1 = I_{S1} = 2A, I_2 = 1A, I_3 = I_{S2} = 3A$ (1) ב. $v_{S1} = 15V, v_{S2} = 35V$

(2) $U_{I_{S1}} = 84\frac{2}{3}V, U_{I_{S2}} = 70V$

(3) א. $I_E = 8.2A$ ב. $U_{I_{S1}} = 10V$

(4) $I_1 = 0.5mA, I_2 = 0.3mA, I_3 = 0mA, I_4 = 0.4mA$

(5) $I_1 = 244.8mA, I_2 = 265.4mA, I_3 = 20.6mA, I_4 = 191.4mA$

(6) $I_1 = 1.69A, I_2 = 1.4A, I_3 = 0.64A, I_4 = 1.36A, I_5 = 1.09A$

(7) 3.76A לכיוון ימין.

(8) א. 2.5A ב. 4.5A ג. 210W

מאזן הספקים:

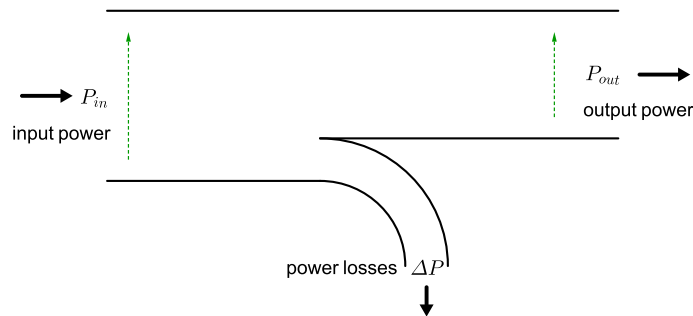
סיכום כללי:

הגדרות כלליות:

ספק – מקור אנרגיה שנותן אנרגיה למעגל (מתקבל הספק חיובי).
צרכן – מקור אנרגיה שצורך/לוקח אנרגיה מהמעגל (מתקבל הספק שלילי).

תיאור מאזן הספקים במעגל:

מאזן הספקים: $P_{in} = P_{out} + \Delta P$ או: (צרכנים) $P = P$ (ספקים).



במעגלים חשמליים עם נגדים בלבד, נוכל לנסח את הכלל באופן הבא:

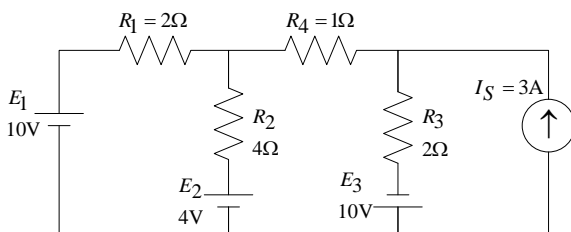
$$\sum P (\text{נגדים}) = \sum P (\text{מקורות})$$

נצילות:

חישוב נצילות במעגל באמצעות הפרמטרים של מאזן הספקים: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 1 - \frac{\Delta P}{P_{in}}$

❖ דוגמא לחישוב מאזן הספקים במעגל עם מקור זרם:

חשב את מאזן ההספקים של המעגל הבא:



שיטת הסופרפוזיציה:

סיכום כללי:

שיטת הסופרפוזיציה (ההרכבה):

השיטה מתבססת על עיקרון האומר כי תרומת כל אחד ממקורות האנרגיה לזרם העובר דרך נגד R (או למפל המתח עליו) ניתנת לחיבור תוך שימת לב לכיוון הזרם (או מפל המתח).

באופן כללי נאמר כי אם מעגל מכיל N מקורות מתח בלתי תלויים E_n $1 \leq n \leq N$ ו- M מקורות זרם בלתי תלויים I_m $1 \leq m \leq M$ אז מפל המתח על נגד R והזרם העובר דרכו יחושבו לפי:

$$U_R = \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + R \cdot \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

$$I_R = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

כאשר: $\forall n, m : 0 \leq \alpha_n, \beta_m \leq 1$.

בפרט עבור מקור מתח אחד ומקור זרם אחד נוכל לפשט ולכתוב:

מפל המתח והזרם העוברים דרך אלמנט בעל התנגדות R במעגל בו יש לפחות מקור מתח אחד E ומקור זרם אחד I יהיו מהצורה הבאה:

$$U_R = \alpha_1 E + \beta_1 \cdot IR$$

$$I_R = \alpha_2 \frac{E}{R} + \beta_2 \cdot I$$

כאשר: $i=1,2 : 0 \leq \alpha_i, \beta_i \leq 1$.

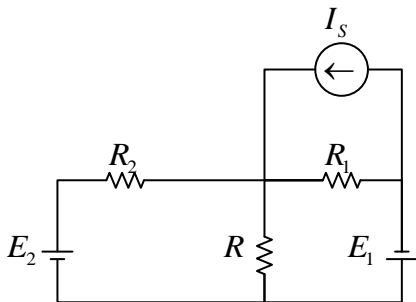
שלבי הפתרון:

- (1) סופרים את המקורות במעגל = אלו הן מספר הפעמים שנצטרך לפתור את המעגל.
- (2) משתקים את כל המקורות במעגל ומשאירים אחד פעיל בכל שלב:
 - א. שיתוק מקור זרם יעשה ע"י נתק.
 - ב. שיתוק מקור מתח יעשה ע"י קצר.
- (3) פותרים את המעגל שקיבלנו ומוצאים את תרומת המתח והזרם על הרכיב המבוקש מהמקור הפעיל במעגל.
- (4) חוזרים על תהליך זה עבור כל המקורות ומסכמים את תרומות המתח והזרם על הרכיב המבוקש מכל המקורות שבמעגל. יש לשמור על קוטביות מתאימה בעת החיבור.

הערה:

בשלבי הפתרון מדובר אך ורק במקורות אנרגיה בלתי תלויים.

❖ דוגמא לשימוש בשיטת הסופרפוזיצה במעגל:



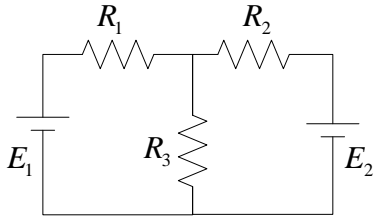
במעגל שלפניך נתון:

$$E_1 = 9V, E_2 = 6V, I_s = 1.5A$$

$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R = 6\Omega$$

מצא את ההספק הנופל על הנגד R .

שאלות:



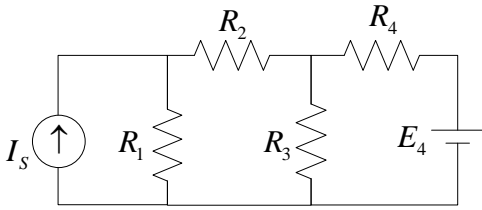
(1) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E_1 = 18V$, $E_2 = 16V$, $R_1 = 2\Omega$

$R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 12\Omega$

היעזר בשיטת הסופרפוזיציה

ומצא את הזרם בנגד R_1 .



(2) לפניך המעגל הבא :

נתון : $I_s = 2A$, $E_4 = 50V$, $R_1 = 10\Omega$

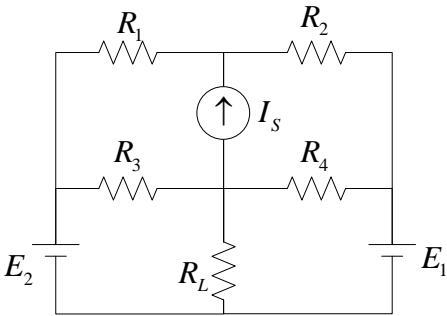
$R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 8.3\Omega$, $R_4 = 30\Omega$

א. חשב את הזרם בנגד R_3

באמצעות שיטת הסופרפוזיציה.

ב. מצא את הספק מקור הזרם.

ג. חשב את נצילות המעגל עבור עומס R_1 .



(3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $I_s = 2A$, $E_1 = 20V$, $E_2 = 30V$

$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

$R_4 = 5\Omega$, $R_L = 12\Omega$

מצא את הספק הנגד R_L .

היעזר בשיטת הסופרפוזיציה.

תשובות סופיות:

(1) 1.2A

(2) א. 1.5A ב. 34.96W ג. 31.3%

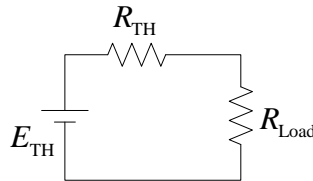
(3) 14.15W

שקולי תבנין ונורטון:

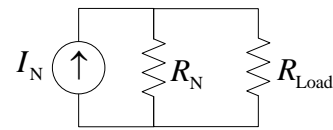
סיכום כללי:

מודלים של מעגלים שקולי תבנין ונורטון:

שקול תבנין:



שקול נורטון:



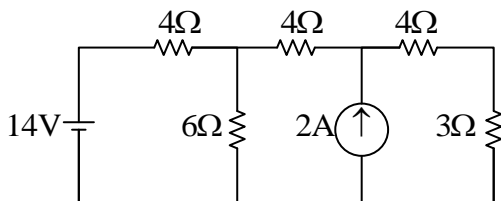
הקשר בין המקורות השקולים וההתנגדויות הוא: $R_{TH} = R_N$, $I_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$.

אופן החישוב:

- 1) מנתקים את הרכיב שבין הנקודות (הצמתים) הרלוונטיות. נסמן אותן ב-A ו-B לצורך הנוחיות.
- 2) נמצא את ההתנגדות השקולה R_{AB} ע"י שיתוק מקורות וחישובים עם נגדים.
 - א. מקור מתח מקצרים.
 - ב. מקור זרם מנתקים.
- 3) נמצא את מתח תבנין, E_{TH} , ע"י החזרת על המקורות למעגל וחישוב המתח בין הנקודות A ו-B. כדי לעשות זאת נעזר בכל הטכניקות שנלמדו עד כה.
- 4) לאחר מציאת E_{TH} ו- R_{AB} נוכל לסרטט מעגל תבנין, או להמיר למעגל נורטון. נזכור כי העומס הוא הרכיב שניתקנו מהמעגל.

❖ דוגמא למציאת שקול תבנין ונורטון:

מצא את שקולי תבנין ונורטון לנגד 3Ω במעגל הבא:



העברת הספק מירבי:

התנגדות העומס עבורה ההספק המתפתח על פניו יהיה מירבי שווה להתנגדות

$$P_{L(\max)} = \frac{E_{TH}^2}{4R_{TH}} \quad \text{במקרה זה ההספק יהיה: } R_L = R_{TH}$$

(תקף במעגלי זרם ישר בלבד).

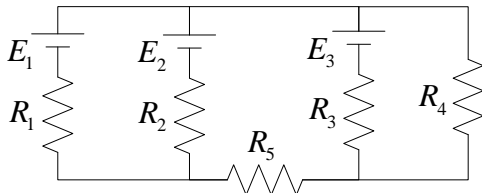
שלבים למציאת הספק מירבי:

נתבקש למצוא התנגדות של רכיב מסוים עבורו ההספק עליו יהיה מירבי (ולמצוא את הספק זה). לשם כך נבצע:

- (1) ניתוק הרכיב וחישוב מעגל שקול תבנית יחסית אליו.
- (2) ההתנגדות השקולה (התנגדות תבנית) תקיים מעבר של הספק מירבי על פני הרכיב.
- (3) ההספק המירבי עצמו יחושב לפי הנוסחה לעיל.

שאלות:

(1) לפניך המעגל הבא:



נתון: $E_1 = 24V, E_2 = 16V, E_3 = 12V$

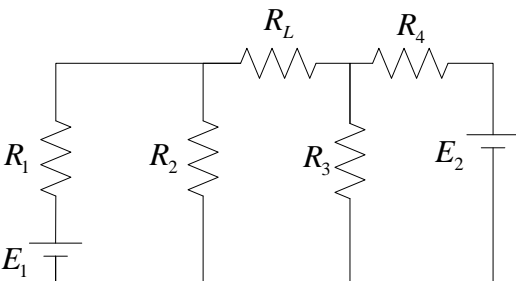
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 1\Omega, R_3 = 2\Omega$

$R_4 = 4\Omega, R_5 = 2.166\Omega$

א. סרטט מעגל תמורה תבנית עבור R_5 .

ב. חשב את ההספק על פני R_5 .

(2) לפניך המעגל הבא:



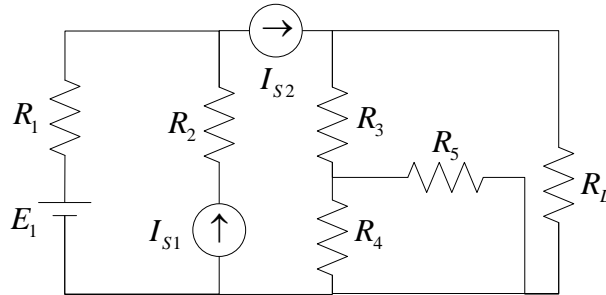
נתון: $E_1 = 40V, E_2 = 80V, R_1 = 15\Omega$

$R_2 = 5\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 30\Omega$

סרטט מעגל תמורה נורטון עבור נגד העומס.

3) לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$$E_1 = 2V, I_{S1} = 2A, I_{S2} = 1A, R_1 = 5\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 5\Omega, R_4 = 3\Omega, R_5 = 6\Omega$$



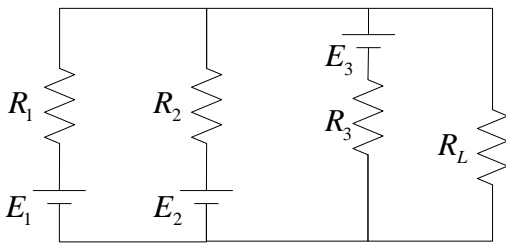
- א. חשב את התנגדות נורטון עבור נגד העומס.
- ב. חשב את זרם נורטון.
- ג. מצא את ערכי נגד העומס שיגרמו להספק של 1W עליו.

4) לפניך המעגל הבא:

$$E_1 = 10V, E_2 = 12V, E_3 = 20V$$

$$R_1 = 3\Omega, R_2 = 6\Omega, R_3 = 5\Omega$$

- א. סרטט מעגל תמורה עפ"י נורטון לנגד העומס.
- ב. מהו ההספק המקסימלי שיכול להתפתח על נגד העומס?

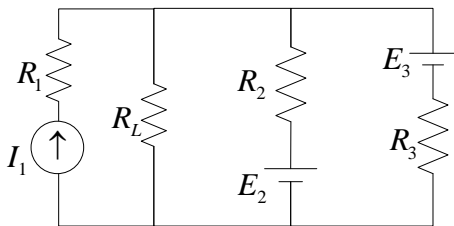


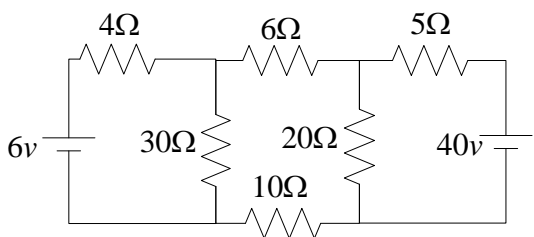
5) לפניך המעגל הבא:

$$E_2 = 4V, E_3 = 12V, I_1 = 1A$$

$$R_1 = R_2 = 2\Omega, R_3 = 4\Omega$$

- א. חשב את ערכו של נגד העומס לקבלת נצילות מקסימלית במעגל.
- ב. מהו זרם הקצר של נגד העומס?
- ג. לנגד העומס קיימים שני ערכים שונים שיגרמו לכך שעל פני הנגד יתפתח הספק השווה בערכו למחצית ההספק המקסימלי שלו. מהם שני ערכי ההתנגדויות שמקיימים זאת?





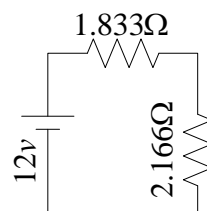
6) לפניך המעגל הבא :

- א. מצא את ההספק המתפתח על מקור המתח של 6V.
 ב. קבע האם מקור זה הוא צרכן או ספק במעגל.

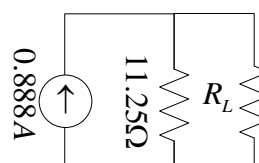
תשובות סופיות:

ב. 19.5W

1) א. להלן סרטוט:



2) א. להלן סרטוט:



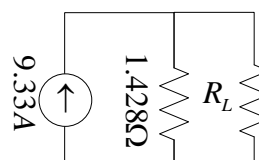
ג. $R_{L1} = 1.46\Omega$, $R_{L2} = 33.539\Omega$

ב. 1A

3) א. 7Ω

ב. 31.11W

4) א. להלן סרטוט:



ג. $R_{L1} = 7.771\Omega$, $R_{L2} = 0.228\Omega$

ב. 6A

5) א. $R_L = \frac{4}{3}\Omega$

ב. המקור צורך אנרגיה.

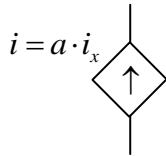
6) א. 4.95W

ניתוח מעגלים עם מקורות אנרגיה תלויים:

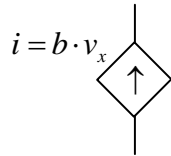
סיכום כללי:

סוגי מקורות תלויים:

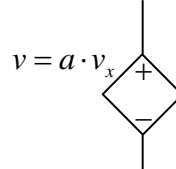
זרם התלוי בזרם



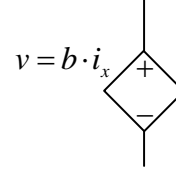
זרם התלוי במתח



מתח התלוי במתח



מתח התלוי בזרם



ניתוח מעגלים בשיטת הסופרפוזיציה:

- לא מאפסים מקורות תלויים!
- כאשר מאפסים מקורות בלתי תלויים ומנתחים את המעגל, יש לבדוק את ערכי הפרמטרים של המקורות התלויים. אם הם מתאפסים אז המקור יתאפס, אחרת הוא ישאר ויספק למעגל אנרגיה כלשהי.

מציאת התנגדות שקולה במעגלים עם מקורות תלויים:

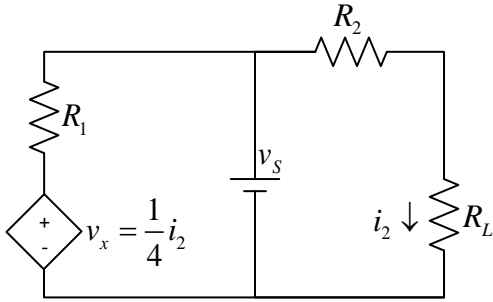
שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י הכנסת מקור בוחן:

- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) משתקים מקורות בלתי תלויים (ניתוק מקורות זרם וקיצור מקורות מתח).
- (3) מכניסים מקור בוחן v_T אשר מזריק זרם i_T .
- (4) כותבים משוואות לפי KCL ו-KVL ומחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_T}{i_T}$.

שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י מתח שקול וזרם קצר:

- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) מחשבים את המתח שבין הדקי הרכיב שניתקנו - v_{TH} .
- (3) מקצרים את ההדקים ומחשבים את גודל הזרם העובר דרכו - i_{SC} .
- (4) מחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_{TH}}{i_{SC}}$.

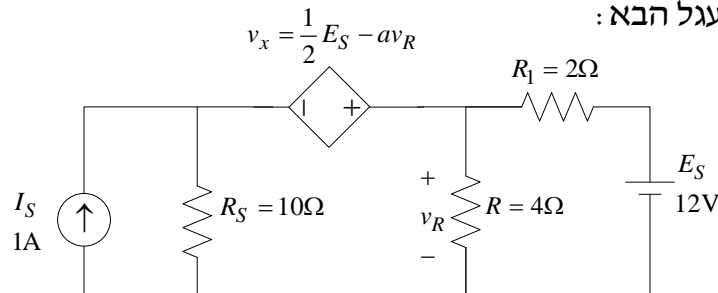
שאלות:



- 1) נתון המעגל הבא ובו נגדים R_1, R_2 ועומס R_L . מקור המתח הוא v_s ומקור המתח התלוי מקיים: $v_x = \frac{1}{4}i_2$. כמו כן: $R_1 = 4\Omega$.
- א. הבע את v_x כתלות במקור המתח v_s , הנגד R_2 והעומס R_L .

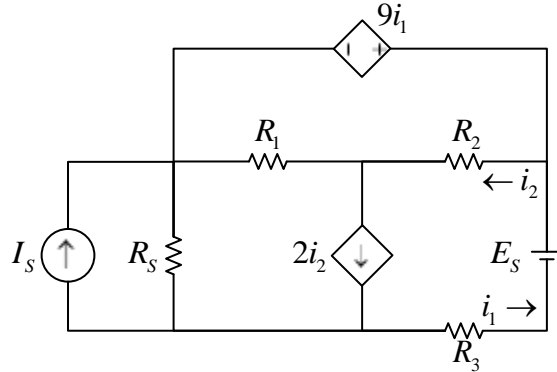
- ב. עבור עומס השווה להתנגדות R_2 מקבלים כי v_x מהווה 12.5% מערך מקור המתח v_s . מצא את העומס המחובר למעגל.
- ג. חשב את הזרם העובר בנגד R_1 (מהו גודלו וכיוונו) עבור מתח כניסה: $v_s = 12V$.
- ד. מחליפים את מקור המתח במקור המתנהג לפי המודל: $\tilde{v}_x = a \cdot i_2$. אולם, עקב אי ליניאריות של המעגל, מקור המתח התלוי מאבד מערכו גודל מסוים התלוי בריבוע הזרם i_2 , כלומר: $\tilde{v}_x = a \cdot i_2 - b \cdot i_2^2$. ענה על השאלות הבאות (הבע באמצעות a ו- b במידת הצורך):
- מהו המתח \tilde{v}_x המירבי האפשרי במעגל?
 - מהם הזרם i_2 והמתח v_s המתקבלים במקרה זה?

2) לפניך המעגל הבא:



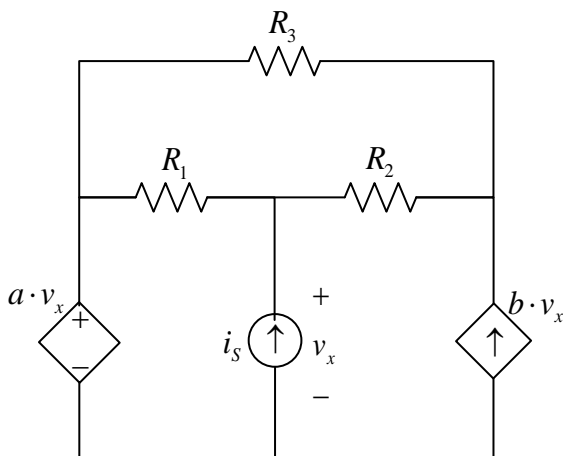
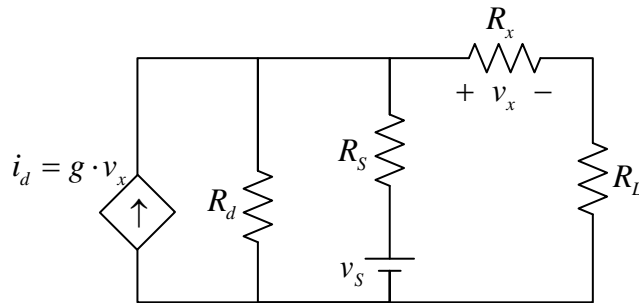
- א. הוכח כי הזרם שעובר דרך מקור המתח התלוי v_x נמצא ביחס הפוך ל- a (נתון: $0 \leq a \leq 1$).
- ב. מצא את ערכו של a עבורו מפל המתח על R יהיה $\frac{1}{\sqrt{2}}E_s$.
- ג. מה הוא תחום ערכי המתח ש- v_x יכול לקבל?

- 3) במעגל שלפניך ישנם מקור מתח ומקור זרם תלויים.
נתון: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_s = 12\Omega$. כמו כן: $I_s = 4A$, $E_s = 50V$.



- א. מצא את הזרם הזורם דרך מקור המתח התלוי.
ב. עקב תקלה במקור המתח, ערכו ירד ל- $E_s = 48V$. כיצד הדבר ישפיע על המעגל?

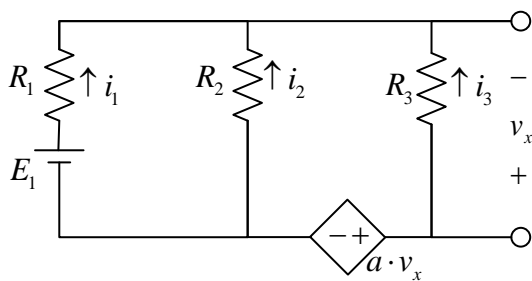
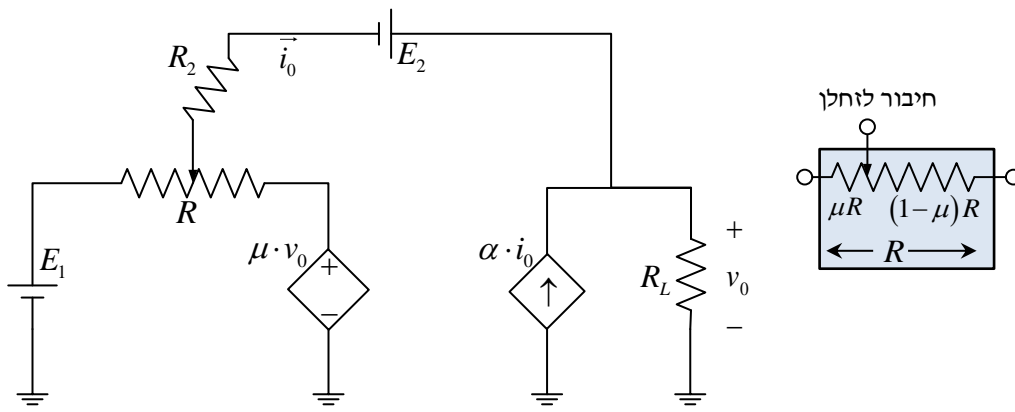
- 4) במעגל שלפניך נתונים: R_d, R_s, R_x, R_L וכן: g, v_s .
א. הבע באמצעות פרמטרי השאלה את כל המתחים במעגל.
ב. עקב תקלה ירד ערך הנגד R_x למחצית מערכו: $R_x^{(new)} = 0.5R_x$. כתוב ביטוי ליחס שבין ההספק הנופל על העומס לפני התקלה ואחרי התקלה.



- 5) נתון המעגל הבא ובו:
 $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = R_3 = 4k\Omega$
 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{8} \text{ mS}$, $i_s = 1 \text{ mA}$

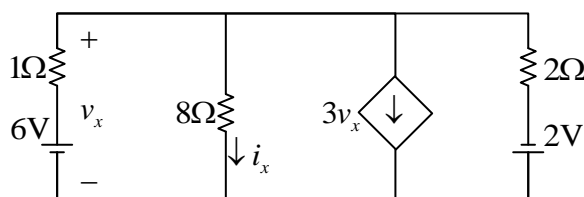
מצא את מפל המתח על מקור הזרם הבלתי תלוי ואת ההספק המתפתח על פניו.

- 6** במעגל שלפניך ישנו נגד משתנה בעל ערך כולל של $R = 4\Omega$ כפי שמופיע באיור הימני. לזחלן של הנגד המשתנה ישנה התנגדות של $R_2 = 2\Omega$ והוא שולט בחלוקת ההתנגדות. נסמן את החלק השמאלי ב- μR ואת החלק הימני $(1-\mu)R$. הרכיב הנ"ל מחובר למעגל המתואר בסכמה ובה: $E_1 = 3\frac{2}{3}V$, $E_2 = 8V$, $\alpha = 3$, $R_L = 5\Omega$. מסמנים את מפל המתח על העומס ב- v_0 .
- א. מצא את μ עבורו מפל המתח על העומס יהיה $10V$.
- ב. מצא מי ממקורות האנרגיה הוא צרכן ומי הוא ספק.

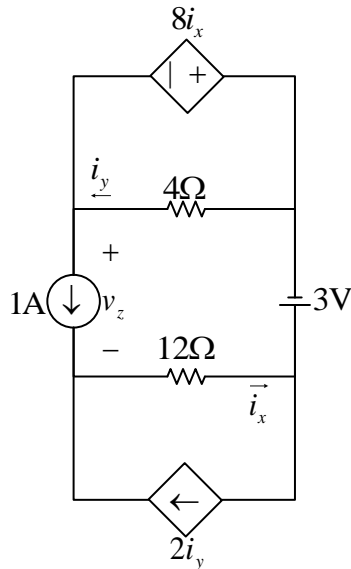


- 7** נתון המעגל הבא ובו:
- $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 4\Omega$
- $E_1 = 11V$, $a = 3$
- ענה על השאלות הבאות:
- א. מהו הזרם העובר דרך כל אחד מהנגדים: i_1, i_2, i_3 .
- ב. מצא את ההספק הנופל על כל אחד מהמקורות והראה כי מתקיים מאזן הספקים במעגל.

- 8** במעגל שלפניך שני מקורות מתח בלתי תלויים ומקור זרם תלוי. מסמנים את הזרם העובר דרך הנגד של 8Ω ב- i_x ואת המתח שעל פני המקור $6V$ והתנגדותו הפנימית 1Ω ב- v_x . היעזר בשיטת הסופרפוזיציה ומצא את i_x ואת v_x . כל ערכי הרכיבים מופיעים בסכמה.



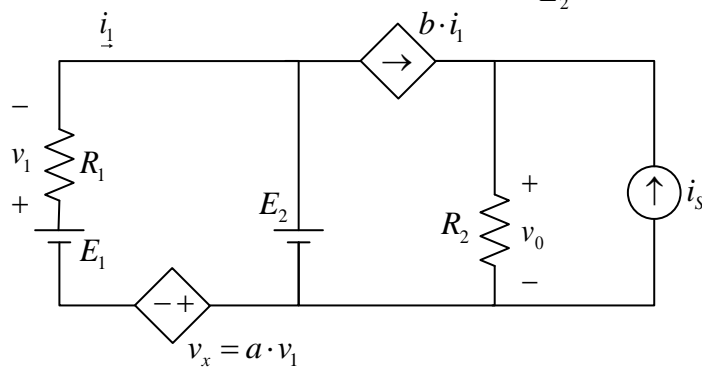
- 9) במעגל שלפניך נתונים שני מקורות בלתי תלויים ושני מקורות תלויים. מסמנים את הזרמים i_x , i_y ואת מפל המתח על מקור הזרם v_z . היעזר בשיטת הסופרפוזיציה ומצא את ערכם של i_x , i_y ו- v_z . כל הנתונים מופיעים בסכמה.



- 10) במעגל שלפניך: $E_1 = 9V$, $E_2 = 8V$, $i_s = 1mA$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $a = 2$, $b = \frac{1}{4}$.

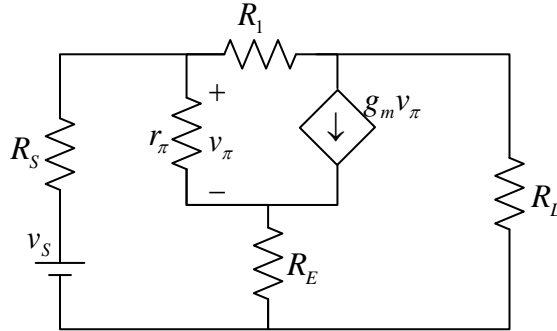
א. מצא את מפל המתח על הנגד R_2 המסומן v_0 .

ב. מצא את היחס $\frac{E_1}{E_2}$ עבורו תרומת מקורות המתח למפל המתח v_0 תהיה זניחה.



11) במעגל שלפניך כל ערכי הרכיבים נתונים כפרמטרים.
כתוב ביטויים עבור הסעיפים הבאים:

- מצא את ההתנגדות השקולה שרואה נגד העומס במעגל שלפניך.
 - מצא את התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח (והנגד R_S).
 - עבור התנגדות הכניסה שמצאת, כתוב ביטוי ל- $\lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in}$.
- הסבר את התלות של התנגדות הכניסה במקרה זה בעומס ובנגד R_E .



12) לפניך המעגל הבא.

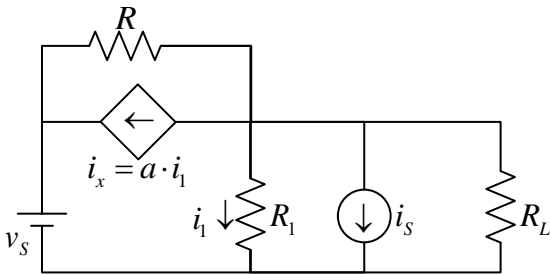
נתון: $R_1 = 12\text{k}\Omega$, $R = 4\text{k}\Omega$, $a = 5$.

מצא את ההתנגדות השקולה שרואה העומס:

א. ע"י מציאת המתח השקול

וחישוב הזרם i_{sc} .

ב. ע"י הכנסת מקור בוחן למעגל.



תשובות סופיות:

א. $v_x = \frac{1}{4} \frac{v_s}{R_2 + R_L}$.א (1) ב. $R_L = 1\Omega$ ג. $2.625A$ לתוך מקור המתח התלוי.

ד. i. $\tilde{v}_x(\max) = \frac{a^2}{2b} [V]$ ii. $v_s(\max) = \frac{a}{b} [V]$ iii. $i_2(\max) = \frac{a}{2b} [A]$

א. הוכחה. ב. $a = 0.456$ ג. $-2 \leq v_x \leq 6 [V]$.א (2)

א. $80.8mA$ ב. כל הזרמים בענפים מתאפסים. א. (3)

א. $v_A = \frac{g_s \cdot (g_x + g_L)}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} v_s$, $v_B = \frac{g_s \cdot g_x}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} v_s$.א (4)

ב. $\eta = \frac{1}{4} \left(\frac{(g_d + g_s) \cdot (2g_x + g_L) + g_L(2g_x - g)}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} \right)^2$.א (5)

. $P_{i_s} = 4mW$, $v_{i_s} = 4V$ א. (5)

א. $\mu = \frac{1}{4}$ ב. E_1 ספק, E_2 ספק, αi_0 ספק, μv_0 צרכן. א. (6)

א. $i_1 = 3.5A$, $i_2 = -4A$, $i_3 = \frac{1}{2}A$ א. (7)

ב. שני המקורות ספקים: $\sum P_{Source} = -41.5W$; $P_{E_1} = -38.5W$, $P_{(av_x)} = -3W$.א (8)

מאזן הספקים: $\sum_{k=1}^3 P_{R_k} = 41.5W$; $P_{R_1} = 24.5W$, $P_{R_2} = 16W$, $P_{R_3} = 1W$.א (9)

. $i_x = 135.13mA$, $v_x = 1.08V$ א. (8)

. $i_x = -333.33mA$, $i_y = -666.66mA$, $v_z = 3.666V$ א. (9)

א. $v_0 = 4 \frac{1}{12} V$ ב. $E_1 = E_2$ א. (10)

א. $R_{eq} = \left(\frac{g_m r_\pi R_S + R_E (1 + g_m r_\pi) + r_\pi}{(R_1 + R_S)(R_E (1 + g_m r_\pi) + r_\pi)} \right)^{-1}$.א (11)

א. $\lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in} = \frac{r_\pi + R_E}{1 + g_m r_\pi R_L}$ ב. $R_{in} = \frac{R_1 (r_\pi + R_E)(R_1 + R_L)}{(R_1 + R_E + r_\pi) - R_1 R_L (r_\pi (1 - g_m R_1) + R_E)}$ א. (12)

התנגדות הכניסה מושפעת ביחס ישיר ל- R_E וביחס הפוך ל- R_L .א (12)

א. $R_{eq} = 8k\Omega$ ב. $R_{eq} = 8k\Omega$ א. (12)

תוכן העניינים:

| | |
|-----|---|
| 97 | קבלים במעגל החשמלי |
| 97 | סרטון – מהו קבל : |
| 97 | הגדרות יסודיות : |
| 97 | תלות הקיבול במידות הקבל ובמקדם הדיאלקטרי : |
| 98 | חוזק דיאלקטרי ומתח פריצה : |
| 99 | אנרגיה חשמלית האגורה בקבל : |
| 100 | תרגילים : |
| 101 | תשובות סופיות : |
| 102 | סרטון – חיבור קבלים בטור ומקביל : |
| 102 | סימון קבלים במעגל החשמלי : |
| 102 | חיבור קבלים בטור ובמקביל : |
| 102 | התייחסות לקבלים עם חומרים דיאלקטריים שונים : |
| 103 | תרגילים : |
| 105 | תשובות סופיות : |
| 106 | סרטון – רקע מתמטי- משוואות ופונקציות מעריכיות : |
| 106 | הפונקציה המעריכית : |
| 107 | קבוע אוילר ואלגברה מעריכית בסיסית : |
| 108 | סרטון – הקבל במעגל החשמלי : |
| 108 | הגדרות בסיסיות : |
| 108 | ארבע התובנות של התנהגות הקבל : |
| 108 | מידול הקבל לנגד : |
| 109 | משוואות הדפקים : |
| 110 | קבוע הזמן של המעגל : |
| 111 | איזון מטענים : |
| 111 | תרגילים : |
| 115 | תשובות סופיות : |

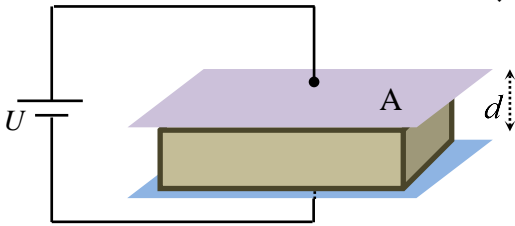
פרק 5

קבלים במעגל החשמלי

סרטון – מהו קבל:

הגדרות יסודיות:

1. הקשר המרכזי בין המטען Q , המתח V והקיבול C של הקבל הוא: $Q = CV$.
2. הקיבול עצמו מוגדר בתור מטען ליחידת מתח: $C = \frac{Q}{V}$.
3. יחידות הקיבול הן פאראד (F). מקובל להשתמש בסדרי הגודל: μF , nF , pF .
4. השדה החשמלי שבין לוחות הקבל הוא: $E = \frac{U}{d}$.



תלות הקיבול במידות הקבל ובמקדם הדיאלקטרי:

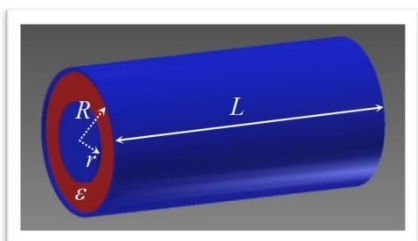
הקיבול של קבל לוחות שאורכו d ושטח הלוחות A שבו חומר מבודד עם מקדם דיאלקטרי ϵ הוא: $C = \epsilon \frac{A}{d}$.

המקדם הדיאלקטרי ייכתב באופן הבא: $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, כאשר $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ הוא המקדם הדיאלקטרי של ריק ו- ϵ_r הוא המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

יחידות המקדם הדיאלקטרי: $[\epsilon] = \frac{F}{m}$.

טבלת המקדמים הדיאלקטריים היחסיים של חומרים נפוצים:

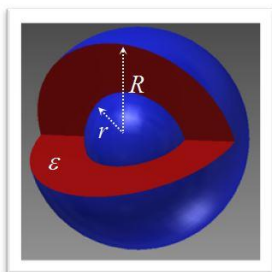
| המקדם הדיאלקטרי היחסי ϵ_r | הדיאלקטרון |
|------------------------------------|-------------|
| 1 | ריק |
| 1.0006 | אוויר |
| 2.1 | טפלון |
| 2.5 | נייר |
| 3 | גומי |
| 5 | נציץ |
| 6 | זכוכית |
| 6 | חרסינה |
| 78.2 | מים מזוקקים |
| 1250 | בריום טיטנט |



נוסחת הקיבול של קבל קואקסיאלי:

הקיבול של קבל קואקסיאלי באורך L , עם רדיוס פנימי r ורדיוס חיצוני R כאשר בניהם ישנו חומר דיאלקטרי ϵ יחושב לפי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln(R/r)}$$



נוסחת הקיבול של קבל כדורי:

הקיבול של קבל כדורי בעל רדיוס פנימי r ורדיוס חיצוני R כאשר בניהם ישנו חומר דיאלקטרי ϵ יחושב לפי:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot R \cdot r}{R - r}$$

חוזק דיאלקטרי ומתח פריצה:

1. מתח הפריצה הוא המתח המירבי שניתן להזין לקבל מבלי שהוא ייהרס.
2. החוזק הדיאלקטרי מתאר את המתח המירבי ליחידת אורך שהוא מסוגל להכיל על מנת שיתפקד ולא ייפרץ.

טבלת החוזק הדיאלקטרי של חומרים נפוצים:

| $\left[\frac{kv}{cm} \right]$ | החוזק הדיאלקטרי | הדיאלקטרון |
|--------------------------------|-----------------|-------------|
| 30 | | אוויר |
| 30 | | בריום טיטנט |
| 80 | | חרסינה |
| 160 | | בקליט |
| 200 | | נייר |
| 600 | | טפלון |
| 1200 | | זכוכית |
| 2000 | | נציץ |

אנרגיה חשמלית האגורה בקבל:

האנרגיה האגורה בקבל בעל מטען Q , שעליו מתח V ובעל קיבול C היא:

$$.E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2}$$

תרגילים:

- (1) שטח הלוח של קבל הוא 240cm^2 . לוחות הקבל מבודדים ע"י שכבת חומר דיאלקטרי שעוביו 0.5mm . חשב את קיבוליותו של הקבל אם החומר הדיאלקטרי הוא:
- א. נציץ, ובו: $\epsilon_r = 5$.
- ב. נייר רווי-פרפין, ובו: $\epsilon_r = 2.5$.
- (2) נתון קבל אשר שטח הלוח שלו הוא 0.8m^2 . הלוחות מבודדים ביניהם בשכבת נייר בעלת $\epsilon_r = 2.5$ שעובייה הוא 1mm .
- א. חשב את קיבוליות הקבל.
- ב. פי כמה צריך להגדיל את שטח הלוחות מבלי לשנות את המרחק ביניהם אם נרצה להחליפו בקבל עם בידוד אוויר ובעל קיבוליות זהה?
- (3) ברשותנו 7 לוחות קבל בעל שטח של 10cm^2 לכל לוח. אנו רוצים ליצור מהם קבל מרובה לוחות עם בידוד אוויר שקיבוליותו תהיה 70.8pF . מה צריך להיות המרחק בין הלוחות בהנחה שהמרחק זהה בין כל זוג לוחות?
- (4) שטח הלוח בקבל עם בידוד אוויר הינו 217cm^2 .
- המרחק בין הלוחות הוא 1.2mm וידוע כי על לוחות הקבל הצטבר מטען של 64nC .
- א. עד לאיזה מתח נטען הקבל?
- ב. עד איזה מתח צריך לטעון את הקבל אם נגדיל את המרחק בין לוחותיו פי 2, כדי שהמטען על פניו יישאר ללא שינוי?
- ג. האם הקבל ייפרץ כתוצאה מהגדלת המרחק? נמק ע"י חישוב מתאים.

5) קבל A הוא קבל לוחות המורכב משני לוחות עגולים בעלי רדיוס של $0.4mm$ ובו חומר מבודד בעל מקדם חלחלות חשמלית (דיאלקטריות) יחסית של 60. קבל B הוא גם קבל לוחות המורכב משני לוחות ריבועיים בעלי אורך צלע של $0.3mm$ אשר בניהם חומר בעל מקדם חלחלות יחסית של 50.

א. מצא מה צריך להיות היחס $\frac{d_A}{d_B}$ על מנת שקיבוליות הקבלים תהיה:

i. זהה.

ii. הקבל A יהיה גדול פי 2 מהקבל B.

ב. כעת מניחים כי $d_A = d_B$ אך רדיוס הלוחות של קבל A אינו ידוע (כל שאר הפרמטרים נשארים כפי שהם).

מצא את הרדיוס עבורו הקיבולים של שני הקבלים יהיו זהים.

ג. הוכח כי עבור מקרה כללי שבו: $A_A = 2A_B$ ו- $2d_A = d_B$ אז כדי שהקיבול

של שני הקבלים יהיה זהה צריך להתקיים: $4\epsilon_{rA} = \epsilon_{rB}$.

תשובות סופיות:

1) א. $2.124nF$ ב. $1.062nF$

2) א. $17.7nF$ ב. $A = 2m^2$. יש להגדיל את שטח הלוחות פי 2.5.

3) $0.75mm$



4) א. $400v$ ב. $800v$

ג. כן, הקבל ייפרץ. מתח הפריצה הוא: $720v$ ואצלנו: $800v > 720v$.

5) א. i. $\frac{d_A}{d_B} = \frac{19.2\pi}{9} \approx 6.7$ ii. $\frac{d_A}{d_B} = \frac{16\pi}{15} \approx 3.35$ ב. $154\mu m$

סרטון – חיבור קבלים בטור ומקביל:

סימון קבלים במעגל החשמלי:

| קבל מקוטב: | קבל כללי: |
|---|---|
|  |  |

חיבור קבלים בטור ובמקביל:

חיבור קבלים במקביל:

הקיבול השקול של N קבלים במקביל בעלי קיבול C_k הוא: $1 \leq k \leq N$: $C_T = \sum_{k=1}^N C_k$.

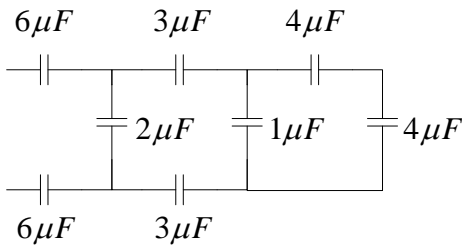
חיבור קבלים בטור:

הקיבול השקול של N קבלים בטור בעלי קיבול C_k הוא: $1 \leq k \leq N$: $\frac{1}{C_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}$.

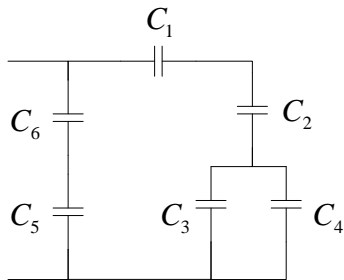
התייחסות לקבלים עם חומרים דיאלקטריים שונים:

נפצל קבלים שבהם יותר מחומר דיאלקטרי אחד לקבלים בטור ומקביל, נחשב את ערך הקיבול של כל אחד מהם בנפרד ולבסוף נחבר אותם לפי חוקם החיבור.

תרגילים:



1) חשב את הקיבול השקול של המעגל הבא :



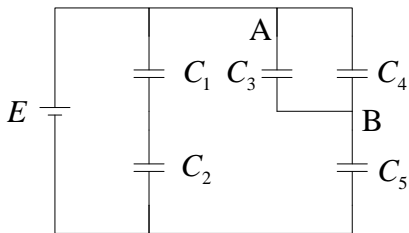
2) לפניך המעגל הבא :

נתון : $C_1 = 12\mu F$, $C_2 = 18\mu F$, $C_3 = 3\mu F$

$C_4 = 6\mu F$, $C_5 = 12\mu F$, $C_6 = 4\mu F$

ידוע כי המתח על הקבל C_2 הוא $8v$.

מצא את המתח על הדקי הקבל C_6 .



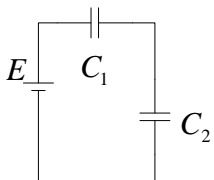
3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $C_1 = 6mF$, $C_2 = 3mF$, $C_3 = 2mF$

$C_4 = 4mF$, $C_5 = 12mF$

א. חשב את הקיבול השקול שרואה מקור המתח.

ב. מצא את מתח המקור אם נתון כי $V_{AB} = 16v$.



4) במעגל שלפניך הקבל C_2 הינו קבל לוחות.

נתון : $E = 30v$, $C_1 = 49pF$, $C_2 = 12.4pF$

א. מהו המתח על הדקי קבל הלוחות?

ב. חשב את האנרגיה האגורה בכל קבל.

ג. טבלו את קבל הלוחות במים מזוקקים וכתוצאה מכך

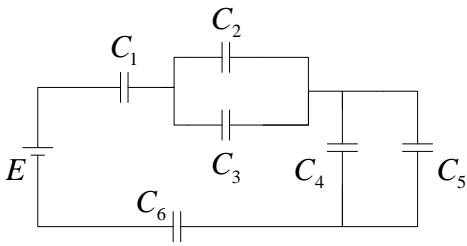
גדל קיבולו פי 80. חשב את האנרגיה כעת בשני הקבלים.

ד. מהו כיוון הכוח הפועל בין לוחות הקבל?

ה. כיצד הייתה משתנה התוצאה של סעיף ב' אם במקום קבל לוחות,

הקבל C_2 היה קבל טפלון גלילי שבו הרדיוס חיצוני גדול פי 2 מהרדיוס

הפנימי והוא באורך של $1cm$?



5 לפניך המעגל הבא :

נתון : $C_1 = 10\mu F$, $C_3 = 4\mu F$, $C_4 = 7\mu F$

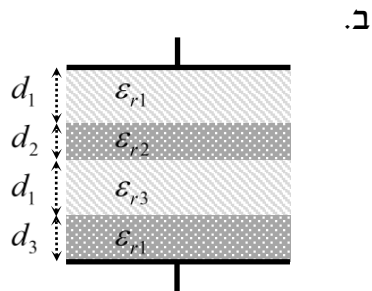
$C_5 = 3\mu F$, $C_6 = 10\mu F$

מצא מה צריך להיות ערכו של C_2 על מנת

שמתח המקור יהיה $100v$ אם ידוע : $U_{C_6} = 25v$.

6 לפניך מספר קבלים עם חומרים דיאלקטרים שונים.

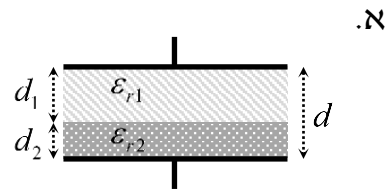
מצא את הקיבול של כל אחד מהם לפי הנתונים הרשומים לידם.



נתון : $\epsilon_{r1} = 80$, $\epsilon_{r2} = 20$, $\epsilon_{r3} = 500$

$A = 40cm^2$, $d_1 = 0.6mm$, $d_2 = 0.3mm$

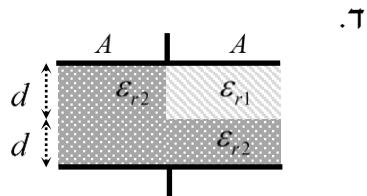
$d_3 = 0.5mm$



נתון : $d = 5mm$, $d_1 = 0.6d$

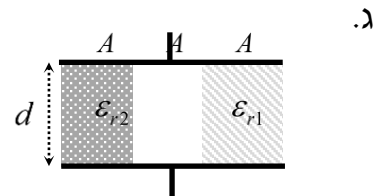
$\epsilon_{r1} = 2.3$, $\epsilon_{r2} = 3.5$

$A = 24cm^2$



נתון : $\epsilon_{r1} = 36$, $\epsilon_{r2} = 3$, $A = 40cm^2$

$d = 2.4mm$

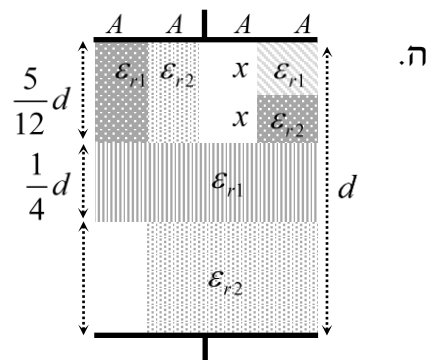


נתון : $\epsilon_{r1} = 44$, $\epsilon_{r2} = 800$

$d = 1cm$, $A = 20cm^2$

נתון : $\epsilon_{r1} = 60$, $\epsilon_{r2} = 40$, $A = 5mm^2$

$d = 2.4cm$



תשובות סופיות:

(1) $1.5\mu F$

(2) $.27v$

(3) א. $6mF$ ב. $.24v$

(4) א. $23.94v$ ב. $W_1 = 899pJ$, $W_2 = 3553pJ$

ג. $W_1 = 200nJ$, $W_2 = 989pJ$

ד. כיוון הכוח הוא מהלוח העליון לתחתון. ה. $W_1 = 24.5pJ$, $W_2 = 706.44pJ$

(5) $.6\mu F$

(6) א. $11.33pF$ ב. $1.34nF$ ג. $1.495nF$ ד. $76.73pF$ ה. $.279.7fF$

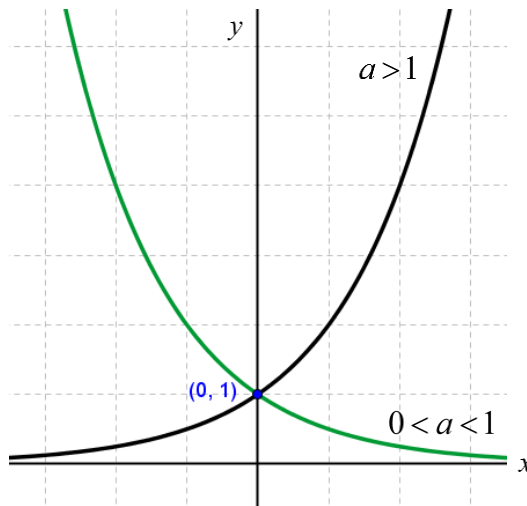
סרטון – רקע מתמטי- משוואות ופונקציות מעריכיות:

הפונקציה המעריכית:

עבור הפונקציה: $y = a^x$ נקבל:

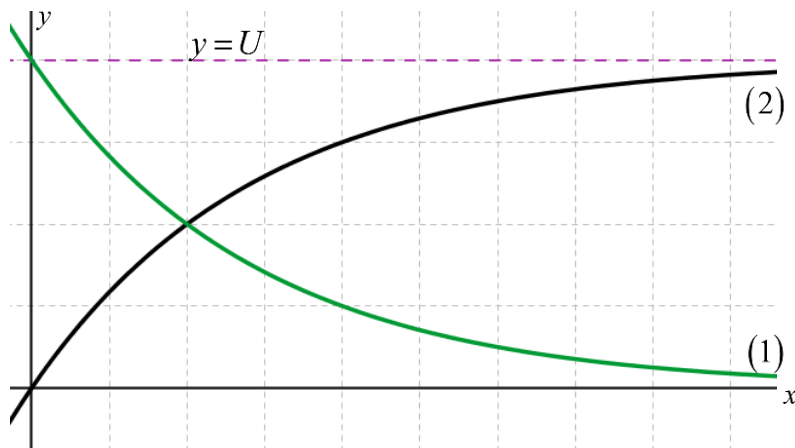
1. הפונקציה תמיד חיובית.
2. הפונקציה תמיד חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה: $y = 1$.
3. הפונקציה עולה עבור $a > 1$ ויורדת עבור $0 < a < 1$.

תיאור גרפי של פונקציה מעריכית:



עבור הפונקציה מהצורה: $y = Ua^{\frac{-x}{\tau}}$, כאשר: a, U, τ קבועים, נקבל את גרף (1)

עבור הפונקציה מהצורה: $y = U\left(1 - a^{\frac{-x}{\tau}}\right)$, כאשר: a, U, τ קבועים, נקבל את גרף (2)



קבוע אוילר ואלגברה מעריכית בסיסית:

קבוע אוילר יסומן באות e וערכו המספרי הוא בקירוב: $e = 2.718$.

נפתור את המשוואה מהצורה: $Ue^{-\frac{x}{\tau}} = A$ באופן הבא:

נחלק ב- U :

$$e^{-\frac{x}{\tau}} = \frac{A}{U}$$

נוציא \ln משני אגפי המשוואה: $\ln\left(e^{-\frac{x}{\tau}}\right) = \ln\left(\frac{A}{U}\right)$ $\rightarrow \ln(\)$ $\therefore e^{-\frac{x}{\tau}} = \frac{A}{U}$

נעזר בכלל: $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ כאשר החזקה n היא אצלנו היא $-\frac{x}{\tau}$.

נוריד אותה ונקבל:

$$-\frac{x}{\tau} \ln e = \ln\left(\frac{A}{U}\right)$$

נעזר בכלל: $\log_a a = 1$ $\therefore \ln e = \log_e e = 1$ אצלנו לפי:

נקבל את המשוואה:

$$-\frac{x}{\tau} = \ln\left(\frac{A}{U}\right)$$

נבודד את הנעלם:

$$\boxed{x = -\tau \ln\left(\frac{A}{U}\right)}$$

נפתור את המשוואה מהצורה: $U\left(1 - e^{-\frac{x}{\tau}}\right) = A$ באופן הבא:

נחלק ב- U :

$$1 - e^{-\frac{x}{\tau}} = \frac{A}{U}$$

נבודד את הביטוי המעריכי:

$$e^{-\frac{x}{\tau}} = 1 - \frac{A}{U}$$

נוציא \ln משני אגפי המשוואה: $\ln\left(e^{-\frac{x}{\tau}}\right) = \ln\left(1 - \frac{A}{U}\right)$ $\rightarrow \ln(\)$ $\therefore e^{-\frac{x}{\tau}} = 1 - \frac{A}{U}$

נוריד את החזקה:

$$-\frac{x}{\tau} \ln e = \ln\left(1 - \frac{A}{U}\right)$$

נמחק את $\ln e$ ונקבל:

$$-\frac{x}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{A}{U}\right)$$

נמצא את הנעלם:

$$\boxed{x = -\tau \ln\left(1 - \frac{A}{U}\right)}$$

סרטון – הקבל במעגל החשמלי:

הגדרות בסיסיות:

טעינה של קבל:

מצב בו הקבל מקבל מטענים ממוקור במעגל וכתוצאה מכך המתח על פניו עולה עד לערך מסוים.

פריקה של קבל:

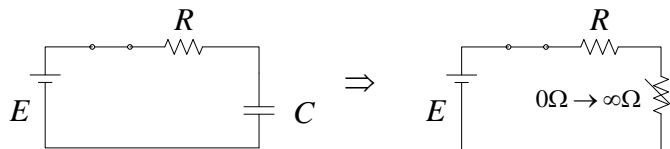
מצב בו הקבל מוציא מטענים אל המעגל.

ארבע התובנות של התנהגות הקבל:

1. הזרם במעגל ברגע הראשון שווה ל- E/R .
2. הזרם לאחר זמן רב הוא אפס.
נסמן את הזרם ההתחלתי כך: $I(0)$ ונקבל: $I(0) = \frac{E}{R}$.
3. המתח על פני הקבל ברגע הראשון הוא אפס.
נסמן את המתח ההתחלתי שעל הקבל כך: $U_c(0)$ ונקבל: $U_c(0) = 0$.
4. המתח על פני הקבל לאחר זמן רב שווה למתח מהמקור E .
נסמן את המתח שעל הקבל במצב המתמיד כך: $U_c(\infty)$ ונקבל: $U_c(\infty) = E$.

מידול הקבל לנגד:

ניתן למדל את הקבל לנגד שהתנגדותו ברגע הראשון היא 0Ω , ז"א חוט, ובמהלך פעולת המעגל התנגדותו גדלה עד ל- $\infty\Omega$, שמשמעו נתק.



משוואות הדפקים:

מקרה כללי:

הזרם, המתח והמטען של פני הקבל כתלות בזמן t כאשר הפרמטרים ההתחלתיים הם: $U_c(0)$, $I_c(0)$, $Q_c(0)$ והפרמטרים במצב המתמיד הם: $U_c(\infty)$, $I_c(\infty)$, $Q_c(\infty)$ מתנהגים בצורה הבאה:

$$U_c(t) = U_c(\infty) - (U_c(\infty) - U_c(0^+))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

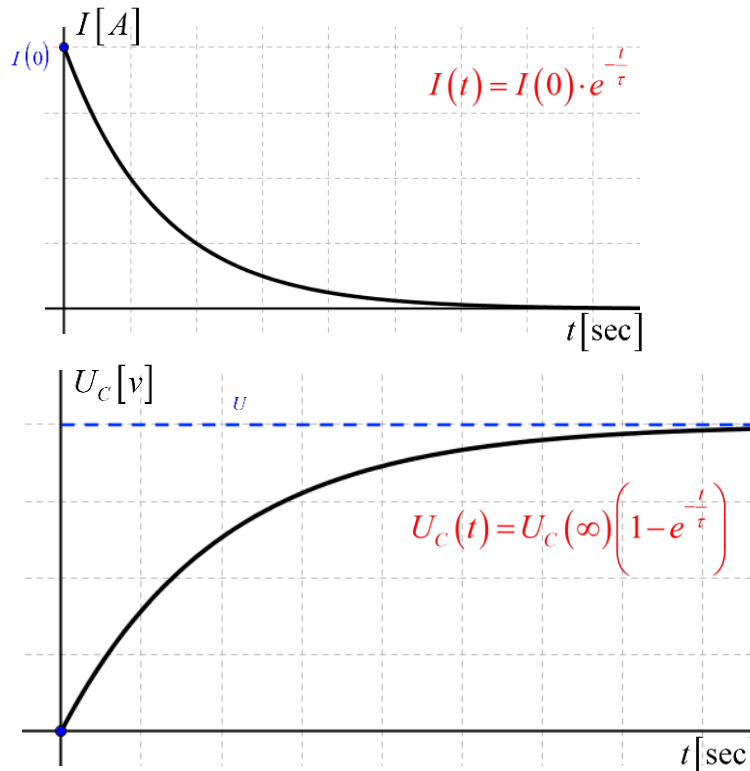
$$I(t) = I(\infty) - (I(\infty) - I(0^+))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q_c(t) = Q_c(\infty) - (Q_c(\infty) - Q_c(0^+))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

מקרה פרטי – משוואת של מעגל טעינה:

עבור: $U_c(\infty) = U$, $I_c(\infty) = 0$ ו- $U_c(0) = 0$, $I_c(0) = I(0)$
נקבל את המשוואות הבאות:

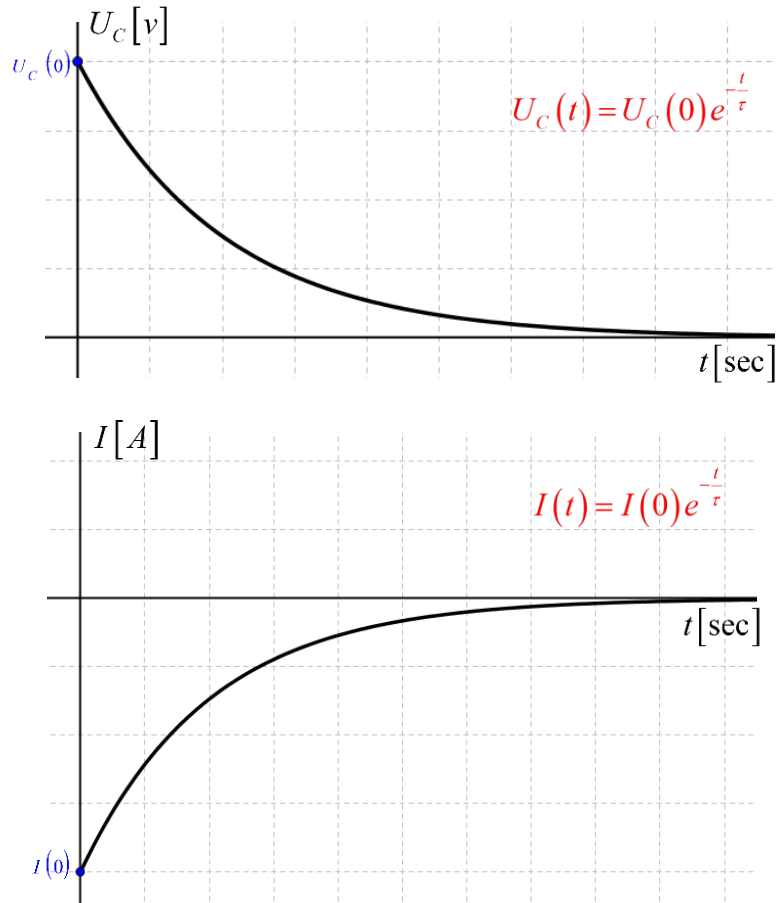
$$Q_c(t) = C \cdot U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad I(t) = I(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad U_c(t) = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



מקרה פרטי – משוואות של מעגל פריקה:

עבור : $U_C(\infty) = 0, I_C(\infty) = 0$ ו- $U_C(0) = U, I_C(0) = I(0)$
נקבל את המשוואות הבאות :

$$Q_C(t) = C \cdot U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad I(t) = I(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad U_C(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



קבוע הזמן של המעגל:

הקבוע τ נקרא קבוע הזמן של טעינת ופריקת הקבל והוא שווה למכפלת הקיבול בהתנגדות שהקבל רואה : $\tau = R_T C$. יחידותיו הן : $[\tau] = sec$.

במעגל טעינה נקבל לאחר $t = \tau$ טעינה עד לערך של 63% מערך המתח המירבי ודעיכה של 63% מהזרם ההתחלתי.

במעגל פריקה נקבל לאחר $t = \tau$ פריקה של 63% מערך המתח ההתחלתי ודעיכה של 63% מהזרם ההתחלתי.

איזון מטענים:

במעגל בו לשני קבלים C_1 ו- C_2 המחוברים במקביל זה לזה, יש מטענים התחלתיים Q_1 ו- Q_2 נעזר בחוק שימור המטען כדי למצוא את המטענים q_1 ו- q_2 שעל פני כל קבל במצב המתמיד: $Q_1 + Q_2 = q_1 + q_2$.

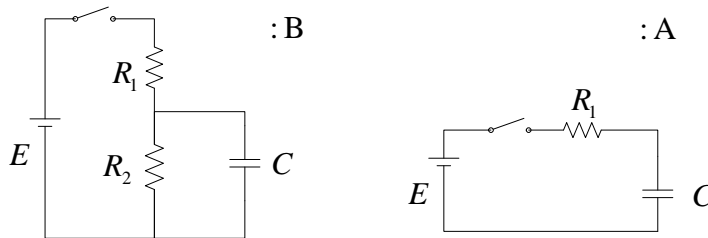
נחבר משוואה נוספת לפי שוויון מתחים במצב המתמיד: $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$.

נקבל את הפתרונות: $q_2 = \frac{C_2}{C_2 + C_1} Q$, $q_1 = \frac{C_1}{C_2 + C_1} Q$ כאשר: $Q = Q_1 + Q_2$.

תרגילים:

1) לפניך שני המעגלים הבאים:

נתון: $E = 12V$, $R_1 = R_2 = 1k\Omega$, $C = 10\mu F$.

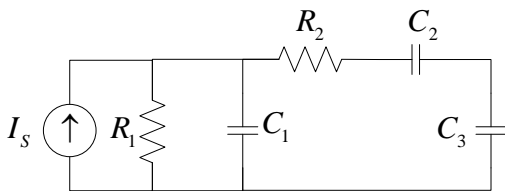


- מצא את הזרם במעגל ברגע סגירת המפסק.
- מצא את הזרם בכל מעגל במצב המתמיד.
- מה הם הזרם והמתח שעל פני הקבל ברגע סגירת המפסק?
- מה הם הזרם והמתח שעל פני הקבל במצב המתמיד?
- מהו המטען שהצטבר על הקבל במצב המתמיד בכל מעגל?

2) לפניך המעגל הבא:

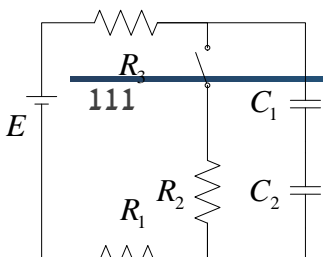
נתון: $I_s = 12A$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 100\Omega$

$C_1 = 1.9\mu F$, $C_2 = 3\mu F$, $C_3 = 2\mu F$

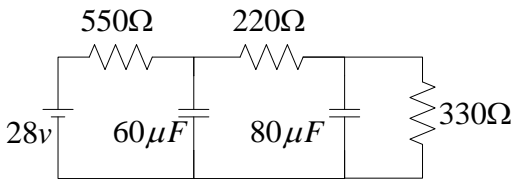


- חשב את הזרם דרך כל נגד במצב המתמיד.
- חשב את המתח על כל קבל במצב המתמיד.
- מחליפים את הנגד R_2 בנגד חדש בעל התנגדות של $1k\Omega$. כיצד ישתנו הזרמים במעגל במצב המתמיד?

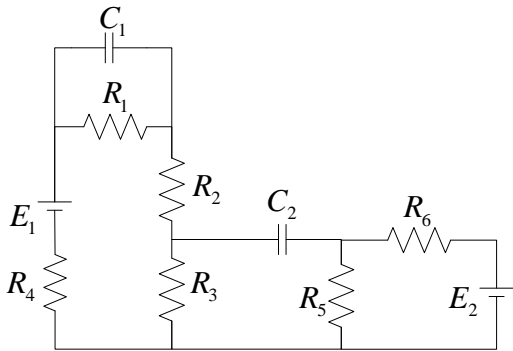
3) לפניך המעגל הבא:



- נתון: $E = 12v$, $R_1 = 4k\Omega$, $R_2 = 6k\Omega$
 $R_3 = 8k\Omega$, $C_1 = 15mF$, $C_2 = 5mF$
 חשב את הערכים הבאים בשני המצבים:
 כאשר המפסק פתוח וכאשר הוא סגור.
 א. מה יהיה המתח על כל קבל במצב המתמיד?
 ב. חשב את הזרם הכללי במעגל במצב המתמיד.
 ג. חשב את האנרגיה האגורה בשני הקבלים כאשר המפסק סגור לאחר זמן רב.



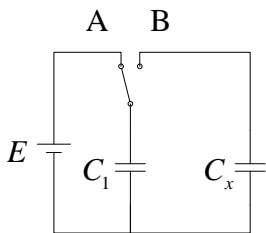
- 4) כמה מטען ואנרגיה אגורים בכל אחד מהקבלים במצב המתמיד במעגל הבא:



- 5) לפניך המעגל הבא:

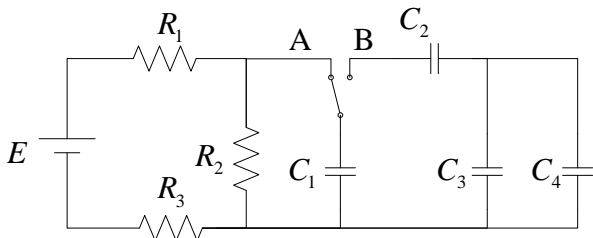
נתון: $E_1 = 15v$, $E_2 = 12v$, $R_1 = 2k\Omega$
 $R_2 = 3k\Omega$, $R_3 = 5k\Omega$, $R_4 = 5k\Omega$
 $R_5 = 2k\Omega$, $R_6 = 4k\Omega$, $C_1 = 1\mu F$
 $C_2 = 3\mu F$

- חשב את מתחי הקבלים במצב המתמיד.



- 6) לפניך המעגל הבא:

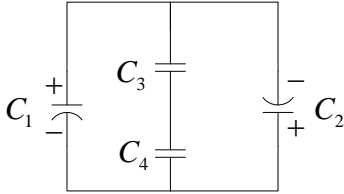
- ידוע כי: $C_1 = 4\mu F$ וכי מקור המתח הוא: $E = 500v$.
 בשלב הראשון המפסק היה במצב A למשך זמן רב.
 לאחר מכן העבירו אותו למצב B והקבל C_x נטען למתח של $200v$.
 מצא את קיבולו של הקבל C_x ואת המטענים שעל פני כל קבל במצב המתמיד.



- 7) לפניך המעגל הבא:

נתון: $E = 12v$, $R_1 = 3k\Omega$, $R_2 = 1k\Omega$
 $R_3 = 2k\Omega$, $C_1 = 5\mu F$, $C_2 = 3\mu F$
 $C_3 = 4\mu F$, $C_4 = 2\mu F$

לאחר שהמפסק היה זמן רב בנקודה A, הוא הועבר לנקודה B. חשב את המתח והמטען שעל פני כל אחד מהקבלים לאחר שהמפסק היה במצב B במשך הרבה זמן.



8) למעגל הנתון חוברו הקבלים $C_1 = 4\mu F$

ו- $C_2 = 2\mu F$ שהיו טעונים לפי הקוטביות הנתונה באיור. לפני חיבורם למעגל הנתון, נטען הקבל C_1 למתח של $10V$ ואילו

הקבל C_2 נטען עד שמטענו הכולל הוא $10\mu C$.

נתון כי: $C_3 = 2\mu F$, $C_4 = 1\mu F$.

חשב את המתח והמטען שעל פני כל הקבלים במעגל לאחר זמן רב.

9) קבל ריק בעל קיבול של $2mF$ מחובר בטור למקור מתח של $25V$ והתנגדות של 10Ω . הקבל מתחיל להיטען.

א. מהו קבוע הזמן של טעינת הקבל?

ב. מצא את המתח שעל פני הקבל לאחר $10msec$.

ג. מה המתח שעל פני הקבל לאחר פרק זמן של 2τ .

ד. כיצד תשתנה התוצאה של סעיף ג' אם נשנה את ערכי הקיבול או ההתנגדות במעגל?

ה. מהו הזרם ההתחלתי במעגל?

ו. מה יהיה הזרם במעגל לאחר $10msec$?

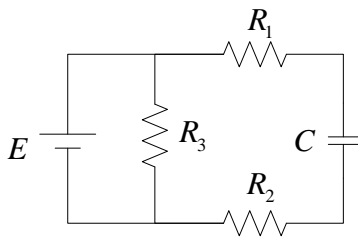
ז. מצא את הזמן שלוקח לקבל להיטען עד למתח של $15V$.

ח. מצא את הזמן שלוקח לזרם במעגל לרדת עד ל-10% מערכו ההתחלתי.

10) במעגל שלפניך נתון כי בזמן $t = 0$ הקבל היה ריק.

נתון: $E = 12V$, $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 3k\Omega$

$R_3 = 7k\Omega$, $C = 3\mu F$



א. מהו זרם הטעינה ההתחלתי של הקבל?

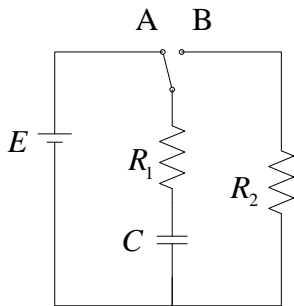
ב. חשב את קבוע הזמן של המעגל.

ג. מהו המתח על פני הקבל כעבור $18msec$?

ד. לאחר כמה זמן נטען הקבל למתח של $7V$?

ה. סרטט את גרף טעינת הקבל וציין את הנקודות שחישבת בסעיפים הקודמים.

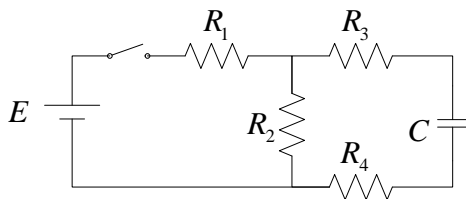
- 11** על קבל שקיבולו $10mF$ נמדד מתח של $32v$. בזמן מסוים חיברו את הקבל במקביל לנגד שהתנגדותו $2k\Omega$ והקבל החל להתפרק דרך הנגד.
- מהו המטען האגור בקבל רגע לפני הפריקה?
 - מהו זרם הפריקה ההתחלתי של הקבל?
 - חשב את הזמן בו נמדד מתח של $13v$ על פני הנגד?
 - כמה מתח נשאר על הקבל לאחר שעברו $15sec$ מרגע התחלת הפריקה?
 - כמה זמן נדרש לפריקה מלאה של הקבל?



- 12** במעגל הנתון המפסק היה זמן רב בנקודה B. נתון: $E = 30v$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 20k\Omega$, $C = 20\mu F$.

בזמן $t = 0$ חיברו את המפסק לנקודה A.

- חשב תוך כמה זמן יימדד מתח של $20v$ על פני הקבל.
 - מהו הזרם דרך הנגד R_1 בזמן שנמדד מתח של $23v$ על הקבל?
 - מהו פרק הזמן המינימלי שיש להשאיר את המפסק בנקודה A, על מנת שהקבל יטען למקסימום הניתן?
- לאחר שהמפסק היה זמן רב בנקודה A (לפי סעיף ג') העבירו אותו לנקודה B.
- מהו זרם הפריקה המיידי של הקבל?
 - תוך כמה זמן נמדד זרם של $0.65mA$ דרך הנגדים מרגע חיבור המפסק לנקודה B?



13 לפניך המעגל הבא:

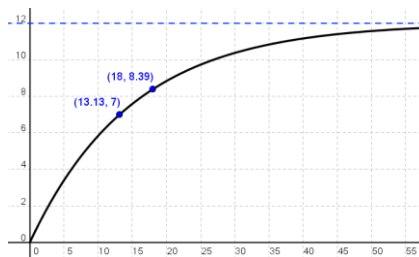
- נתון: $E = 220v$, $R_1 = 5k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$,
 $R_3 = 1k\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $C = 25\mu F$

בתחילה הקבל פרוק לגמרי.

- תוך כמה זמן מרגע סגירת המפסק יגיע הקבל למתח המקסימלי אליו הוא יכול להיטען? ומהו מתח זה?
- לאחר שהקבל נטען לערכו המקסימלי, פתחו את המפסק.
 - מהו המתח על פני R_2 מיד עם פתיחת המפסק?
 - תוך כמה זמן יימדד מתח של $9v$ על פני הנגד R_4 ?

תשובות סופיות:

- (1) א. $I_A(0) = I_B(0) = 12mA$. ב. $I_A(\infty) = 0A$, $I_B(\infty) = 6mA$. ג. $U_{C(A,B)}(0) = 0v$, $I_{C(A,B)}(0) = 12mA$. ד. $U_{C(A)}(\infty) = 12v$, $U_{C(B)}(\infty) = 6v$, $I_{C(A,B)}(\infty) = 0A$. ה. $Q_{C(A)} = 120\mu C$, $Q_{C(B)} = 60\mu C$.
- (2) א. $I_{R_1} = 12A$, $I_{R_2} = 0A$. ב. $U_{C_1} = 24v$, $U_{C_2} = 9.6v$, $U_{C_3} = 14.4v$. ג. הזרמים לא ישתנו כלל.
- (3) א. $S = 0: U_{C_1} = 3v$, $U_{C_2} = 9v$, $S = 1: U_{C_1} = 1v$, $U_{C_2} = 3$. ב. $I_{(S=0)} = 0A$, $I_{(S=1)} = 0.66mA$. ג. $W_{eq} = 30mJ$.
- (4) $60\mu F: Q = 840\mu C$, $W = 5.88mJ$; $80\mu F: Q = 672\mu C$, $W = 2.822mJ$.
- (5) $U_{C_1} = 2v$, $U_{C_2} = 1v$.
- (6) $q_1 = 0.8mC$, $q_x = 1.2mC$, $C_x = 6\mu F$.
- (7) $C_1: U = 1.428v$, $Q = 7.14\mu C$, $C_2: U = 0.953v$, $Q = 2.86\mu C$.
 $C_3: U = 0.475v$, $Q = 1.9\mu C$, $C_4: U = 0.475v$, $Q = 0.96\mu C$.
- (8) $C_1: U = 4.5v$, $Q = 18\mu C$, $C_2: U = 4.5v$, $Q = 9\mu C$.
 $C_3: U = 1.5v$, $Q = 3\mu C$, $C_4: U = 3v$, $Q = 3\mu C$.
- (9) א. $20msec$. ב. $9.83v$. ג. $21.616v$. ד. לא.
- ה. $2.5A$. ו. $1.516A$. ז. $18.325msec$. ח. $46.05msec$.
- (10) א. $2.4mA$. ב. $15msec$. ג. $8.385v$. ד. $13.13msec$.
- ה. להלן גרף הפונקציה:



- 11) א. $320mC$ ב. $16mA$ ג. $18.015sec$ ד. $15.115V$ ה. $100sec$
- 12) א. $0.219sec$ ב. $0.7mA$ ג. $1sec$ ד. $1mA$ ה. $0.258sec$
- 13) א. $U = 62.857V, \Delta t = 0.428sec$ ב. i. $31.428V$ ii. $55.734msec$

תוכן העניינים:

| | |
|------------|--|
| 118 | אלקטרומגנטיות וסלילים : |
| 118 | סרטון – השדה המגנטי : |
| 118 | הגדרות יסודיות : |
| 119 | שדות מגנטיים נפוצים : |
| 121 | תרגילים : |
| 122 | תשובות סופיות : |
| 123 | סרטון – כוח מגנטי, כא"מ מושרה ואנרגיה מגנטית : |
| 123 | חישוב כוח מגנטי : |
| 123 | אנרגיה מגנטית האגורה בסליל : |
| 123 | כא"מ מושרה : |
| 124 | תרגילים : |
| 125 | תשובות סופיות : |
| 126 | סרטון – הסליל במעגל החשמלי : |
| 126 | הגדרות בסיסיות : |
| 126 | ארבע התובנות של התנהגות הסליל : |
| 126 | מידול הסליל לנגד : |
| 127 | חיבור סלילים בטור ובמקביל : |
| 127 | תופעות המעבר של סליל במעגל החשמלי : |
| 128 | תרגילים : |
| 130 | תשובות סופיות : |

פרק 6

אלקטרומגנטיות וסלילים

סרטון – השדה המגנטי:

הגדרות יסודיות:

שדה מגנטי:

השדה המגנטי הוא גודל בעל כיוון אשר מגיב למטענים חשמליים בתנועה. השדה המגנטי מפעיל כוח על מטענים אלו, הנקרא כוח מגנטי. כיוון הכוח אינו בכיוון השדה ותלוי בכיוון תנועת המטענים ומהירותם. סימון השדה המגנטי הוא B ויחידותיו הן טֶסְלָה [T].

עוצמת השדה המגנטי:

את עוצמת השדה המגנטי מקובל לסמן ב-H ויחידותיו הן $\frac{A}{m}$.

משוואת מקסוול למציאת עוצמת השדה המגנטי מזרמים:

עוצמת השדה המגנטי תחושב ע"י לקיחת מסלול סגור בתחום שבו יש זרמים

$$\oint_L H dl = \sum_{k=1}^N I_k$$

חשמליים שונים:

מקדם הפרמאביליות (permeability) של חומר:

הקשר שבין עוצמת השדה המגנטי לצפיפות השדה המגנטי: $B = \mu H$.

הגודל μ נקרא הפרמאביליות (permeability) של חומר מסוים.

נסמן: $\mu = \mu_0 \mu_r$ כאשר: μ_0 נקרא מקדם הפרמאביליות של ריק

ו- μ_r הוא מקדם הפרמאביליות היחסי של החומר.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right] = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{A^2} \right]$$

מקדם הפרמאביליות של ריק:

טבלת מקדמי הפרמאביליות היחסיים של חומרים נפוצים:

| החומר | המקדם היחסי μ_r |
|--------------|---------------------|
| ריק/אוויר | 1 |
| ניקל | 100 |
| פלדה | 100 |
| חומצה ברזלית | 640 |
| מתכת חשמלית | 4000 |
| ברזל טהור | 5000 |

שטף מגנטי:

כמות השדה המגנטי שנמצא בתחום מסוים.

שטף מגנטי יסומן ב- ϕ ויחידותיו הן $[Wb]$.

צפיפות השדה המגנטי:

צפיפות השדה המגנטי מוגדרת בתור השטף המגנטי ליחידת שטח: $B = \frac{\phi}{A}$.

היחידות הן: $1 \left[\frac{Wb}{m^2} \right] = 1 [T]$.

השראות (Inductance):

היחס שבין השטף המגנטי לזרם היוצר אותו נקרא השראות ויסומן: $L = \frac{\phi}{I}$.

היחידות ההשראות הן הנרי $[H]$.

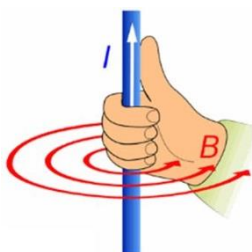
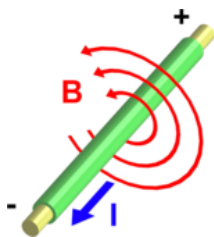
שדות מגנטיים נפוצים:

שדה מגנטי מתיל:

השדה המגנטי במרחק R מתיל אינסופי שבו זרם I

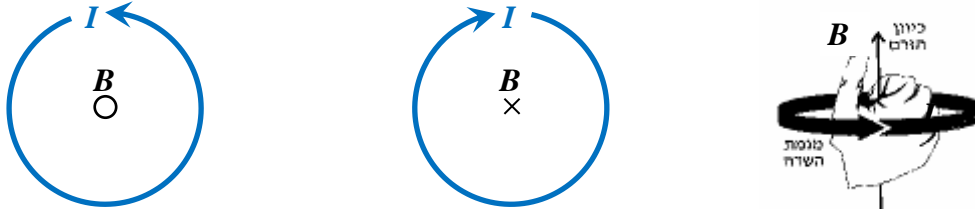
בתוך שבו נתון μ_r הוא: $B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi R}$

כיוון השדה יקבע לפי כלל יד ימין:



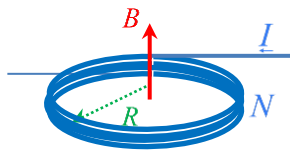
שדה מגנטי מכריכה מעגלית:

השדה המגנטי שנוצר במרכז של כריכה מעגלית ברדיוס R שבה זורם זרם I בתווך בו קיים μ_r הוא: $B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2R}$. את כיוון השדה נקבע לפי כלל יד ימין באופן הבא:



שדה מגנטי מסליל דק:

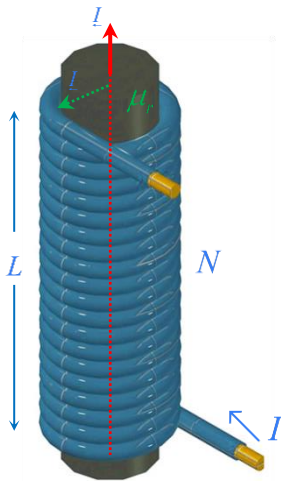
השדה המגנטי במרכז סליל דק המרוכב מ- N כריכות מעגליות ברדיוס R שבו זורם זרם I ובו חומר עם מקדם פרמאביליות יחסי μ_r , הוא: $B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{2R}$.



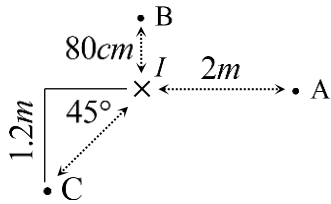
שדה מגנטי מסליל ארוך:

השדה המגנטי בתוך סליל גלילי בעל רדיוס R , ואורך L המכיל N ליפופים שזורם בו זרם I ובתוכו חומר עם μ_r הוא: $B = \mu_0 \mu_r nI$.

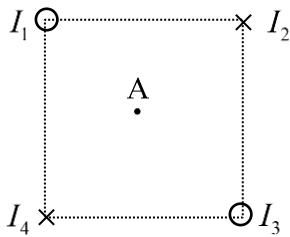
כאשר: $n = \frac{N}{L}$ - מספר הליפופים ליחידת אורך.



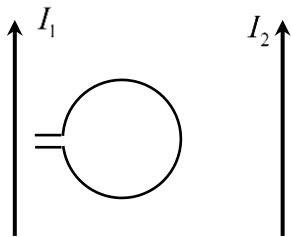
תרגילים:



1) בתיל שבאיור זורם זרם של $2A$ והוא נמצא בריק. חשב את עוצמת השדה המגנטי ואת כיוונו בנקודות הנתונות.



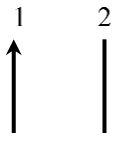
2) נתונים 4 מוליכים ב-4 קדקודיו של ריבוע בעל אורך צלע של $85cm$. הזרמים הם: $I_1 = 120A$, $I_2 = 100A$, $I_3 = 140A$, $I_4 = 90A$. חשב את עוצמת השדה השקול בנקודה A, הנמצאת במרכז הריבוע.



3) כריכה בעלת קוטר של $20cm$ נמצאת בין שני מוליכים. המרחק בין מוליך (1) למרכז הכריכה הוא $20cm$. המרחק בין מוליך (2) למרכז הכריכה הוא $30cm$. חשב את עוצמת הזרם וכיוונו שיש להזרים בכריכה על מנת לאפס את עוצמת השדה המגנטי במרכז הכריכה אם נתון כי: $I_1 = 80A$, $I_2 = 180A$.

4) נתונה כריכה מעגלית שרדיוסה הוא $5cm$. מדדו את צפיפות השדה המגנטי במרכז הכריכה וקיבלו $40T$.
 א. מהו השטף המגנטי?
 ב. מהו הזרם דרך הכריכה (הנח ריק).
 ג. מהי עוצמת השדה המגנטי במרכז הכריכה?

5) נתון סליל בעל ליבת אוויר הכרוך על גליל שקוטרו $12cm$. אורך הסליל הינו $30cm$ ומספר הכריכות הוא 500 .
 א. חשב כמה זרם יש להזרים דרך הסליל לקבלת שדה מגנטי של $5000 \frac{A}{m}$.
 ב. חשב את השטף המגנטי וצפיפות השטף המגנטי.



- 6 שני מוליכים נמצאים באוויר ובמקביל אחד לשני. נתון: $I_1 = 120A$, $I_2 = 80A$. כיוון הזרם במוליך (1) הוא כלפי מעלה וידוע כי המרחק בין המוליכים הוא $1.5m$.
- א. חשב את מיקומה של הנקודה B, כך שעוצמת השדה המגנטי בה יהיה 0 וציין את כיוון הזרם במוליך השני לשם כך.
- ב. חשב את צפיפות השטף המגנטי במרכז המרחק שבין שני המוליכים.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad H_A = 0.159 \frac{A}{m} \downarrow, \quad H_B = 0.397 \frac{A}{m} \leftarrow, \quad H_C = 0.187 \frac{A}{m} \swarrow$$

$$(2) \quad 5.926 \frac{A}{m}$$

$$(3) \quad 6.36A \text{ עם כיוון השעון.}$$

$$(4) \quad \text{א. } 314mWb \quad \text{ב. } 10MA \quad \text{ג. } 31.83M \frac{A}{m}$$

$$(5) \quad \text{א. } 3A \quad \text{ב. } B = 6.28mT, \quad \phi = 71.06\mu Wb$$

$$(6) \quad \text{א. עבור: } I_2 \text{ כלפי מעלה: } 0.9m \text{ מימין למוליך (1).}$$

$$\text{עבור: } I_2 \text{ כלפי מטה: } 3m \text{ מימין למוליך (2).}$$

$$\text{ב. עבור: } I_2 \text{ כלפי מעלה: } 10.66\mu T$$

$$\text{עבור: } I_2 \text{ כלפי מטה: } 53.33\mu T$$

סרטון – כוח מגנטי, כא"מ מושרה ואנרגיה מגנטית:

חישוב כוח מגנטי:

כוח מגנטי הפועל על מטען בודד:

הכוח המגנטי הפועל על מטען q שנע במהירות v בתוך בו שורר שדה מגנטי B כאשר הזווית שבין כיוון המהירות לשדה היא α הוא: $F_M = Bqv \sin \alpha$.

כוח מגנטי הפועל על תיל:

הכוח המגנטי הפועל על תיל באורך L שבו זרם I הנמצא בתחום בו שורר שדה מגנטי B כאשר הזווית שבין כיוון הזרם לשדה היא α הוא: $F_M = BIL \sin \alpha$.

כוח מגנטי בין שני תילים:

הכוח המגנטי הפועל על שני תילים מקבילים ארוכים שמרחקם זה מזה הוא d (כאשר $d \ll L$) ובהם זורמים הזרמים I_1 ו- I_2 הוא: $F_M = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d}$.

אנרגיה מגנטית האגורה בסליל:

האנרגיה האגורה בסליל עם השראות L שזרם דרכו זרם I היא: $E = \frac{LI^2}{2}$.

כא"מ מושרה:

כא"מ המתפתח על תיל הנע בתחום שבו שדה מגנטי אחיד:

הכא"מ המתפתח על פני תיל באורך L הנע במהירות קבועה v בתוך תחום בו שורר שדה מגנטי אחיד B בזווית α הוא: $\varepsilon = BLv \sin \alpha$.

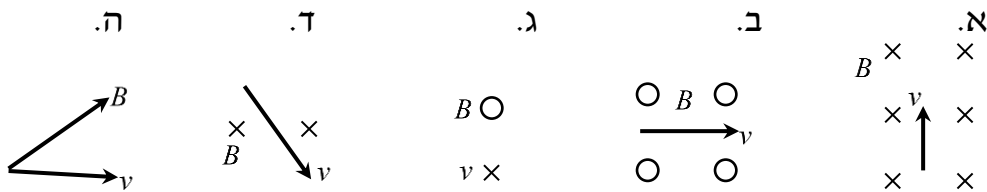
כא"מ המתפתח על מסגרת מסתובבת:

הכא"מ המתפתח על פני מסגרת ששטחה A אשר נמצאת בתחום בו שורר שדה מגנטי אחיד B ומסתובבת סביב המאונך לכיוון השדה במהירות זוויתית ω הוא: $\varepsilon(t) = \omega BA \sin(\omega t)$.

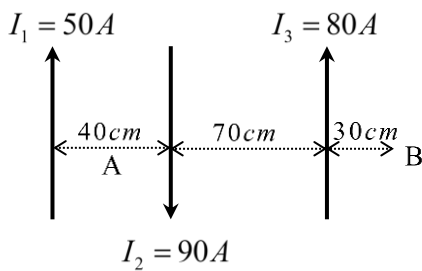
תרגילים:

1) מהו הכוח המגנטי הפועל על מטען של $Q = 6\mu C$ הנע במאונך לשדה מגנטי שגודלו $12T$ במהירות $3\frac{m}{s}$?

2) באילו מקרים לא יפעל כוח על מטען? נמק.



3) שלושה מוליכים נמצאים במקביל זה לזה לפי האיור הבא:



א. חשב את צפיפות השטף בנקודה A,

הנמצאת במרכז שבין התילים I_1 ו- I_2

ובנקודה B הנמצאת במרחק של $30cm$

מימין לתיל I_3 .

ב. מצא את הכוח שמפעיל תיל I_3 על התיל I_1 .

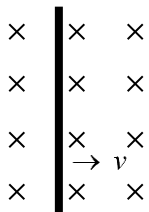
ג. מצא את הכוח שמפעיל תיל I_2 על התיל I_3 .

4) מוליך באורך של חצי מטר נע בתוך שדה מגנטי

בעל צפיפות של $6T$ במהירות של $0.5\frac{m}{s}$.

חשב את עוצמת הכא"מ המושרה המתפתח

במוליך ואת כיוונו.



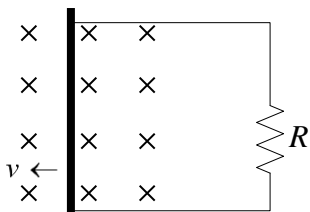
5) מחברים לנגד שערכו 50Ω תילים המחוברים למוט

באורך $40cm$ שנע במהירות קבועה בתוך תחום בו

נמצא שדה מגנטי בצפיפות של $8T$ כמתואר באיור.

מצא באיזו מהירות יש להזיז את המוט כדי ליצור

הספק של $1w$ על הנגד.



6) על סליל בעל 800 כריכות הכרוך סביב ליבת אוויר בעלת שטח חתך

של $0.414m^2$ נוצר כא"מ מושרה של $4v$ כאשר הזרם עלה בסליל מ- $2A$ ל- $14A$

בקצב אחיד תוך שתי שניות. חשב את אורך מסלול השטף המגנטי בסליל.

תשובות סופיות:

(1) $.216\mu N$

(2) רק במקרה ג'.

(3) א. $B_A = 122.22\mu T$, $B_B = 42.47\mu T$ ב. $727.27\mu N$ ג. $.2.05mN$

(4) $1.5v$, כלפי מעלה.

(5) $.2.21\frac{m}{s}$

(6) $.50cm$

סרטון – הסליל במעגל החשמלי:

הגדרות בסיסיות:

הקשר שבין המתח הנופל על פני סליל ושינוי הזרם העובר דרכו: $U_L = \frac{dI}{dt}$.

טעינה של סליל:

מצב בו הסליל אוגר זרם חשמלי בתוכו והשדה המגנטי הרגעי בו מגיע לערכו המירבי.

פריקה של סליל:

מצב בו הסליל משחרר את הזרם האגור בו אל המעגל והשדה שבתוכו קטן לאפס.

ארבע התובנות של התנהגות הסליל:

1. הזרם במעגל ברגע הראשון הוא אפס.

$$I(0^+) = I(0^-) = 0A \text{ : נסמן זאת}$$

2. הזרם במעגל במצב המתמיד שווה E/R .

$$I(\infty) = \frac{E}{R} \text{ : נסמן זאת}$$

3. המתח על הסליל ברגע הראשון הוא E .

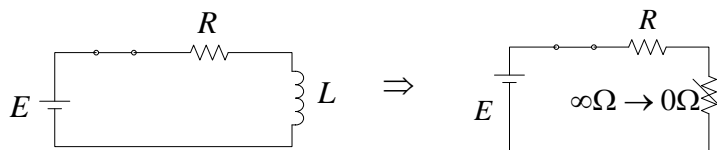
$$U_L(0^+) = E \text{ : נסמן זאת}$$

4. המתח על הסליל במצב המתמיד הוא אפס.

$$U_L(\infty) = 0 \text{ : נסמן זאת}$$

מידול הסליל לנגד:

ניתן למדל את הסליל לנגד שהתנגדותו ברגע הראשון היא $\infty\Omega$, ז"א נתק, ובמהלך פעולת המעגל התנגדותו קטנה עד ל- 0Ω , שמשמעו קצר.



חיבור סלילים בטור ובמקביל:

1. בחיבור של סלילים בטור נסכום את ערכי ההשראות שלהם: $L_T = \sum_{k=1}^N L_k$

2. בחיבור של סלילים במקביל נסכום את הערכים ההופכיים שלהם: $\frac{1}{L_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k}$

תופעות המעבר של סליל במעגל החשמלי:

מקרה כללי:

המתח על פני הנגד: $U_R(t) = U_R(\infty) - (U_R(\infty) - U_R(0))e^{-\frac{t}{\tau}}$

המתח על פני הסליל: $U_L(t) = (U_R(\infty) - U_R(0))e^{-\frac{t}{\tau}}$

הזרם במעגל: $I(t) = I(\infty) - (I(\infty) - I(0))e^{-\frac{t}{\tau}}$

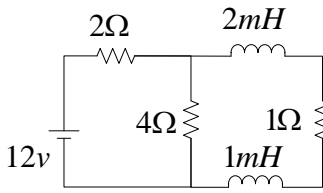
קבוע הזמן של המעגל: $\tau = \frac{L}{R}$

מקרה פרטי:

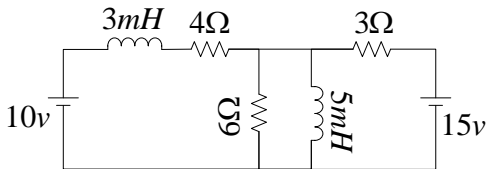
המתח על הסליל: $U_L(t) = U_L(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

הזרם במעגל: $I(t) = I(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

תרגילים:

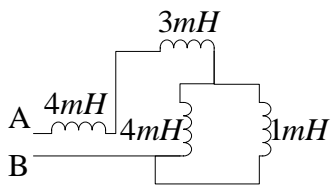


1) לפניך המעגל הבא :
חשב את האנרגיה האגורה בכל סליל במצב המתמיד.

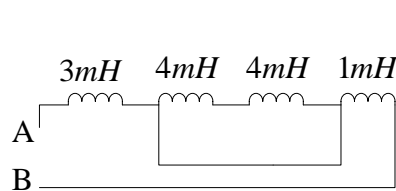


2) נתון המעגל הבא :
חשב את האנרגיה האגורה בכל אחד מהסלילים.

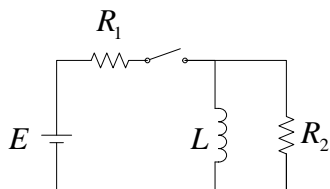
3) חשב את ערכי ההשראות השקולים של הסלילים הבאים בין הנקודות A ו-B:



ב.



א.



4) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 24v$, $R_1 = 6k\Omega$, $R_2 = 3k\Omega$, $L = 2H$.

בזמן $t = 0$ סגרו את המפסק.

א. מהו ההספק על R_2 בזמן זה?

ב. כמה זמן יש להשאיר את המפסק סגור כדי

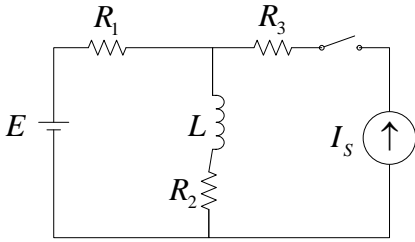
לקבל זרם מירבי בסליל ומהי עוצמתו?

ג. תוך כמה זמן ימדד הספק של $6.75mW$ על הנגד R_2 ?

פתחו את המפסק לאחר $3.5msec$.

ד. מהו המתח על הנגד R_2 ומהי קוטביותו?

ה. תוך כמה זמן ימדד זרם מינימלי דרך הסליל?



5) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 40v$, $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$.

$R_3 = 2k\Omega$, $I_s = 2mA$, $L = 4H$

זמן רב לאחר שהמפסק היה פתוח סגרו אותו.

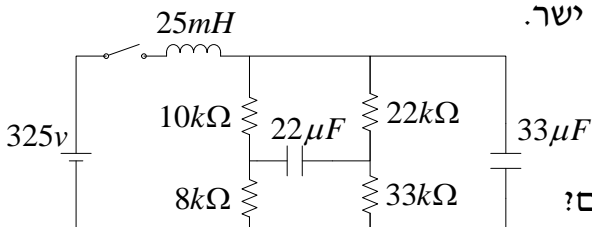
א. מהו ההספק על R_2 מיד לאחר סגירת המפסק?

ב. מהו הזרם דרך הסליל $3msec$ לאחר סגירת המפסק?

לאחר $4msec$ פתחו שוב את המפסק.

ג. מהו ההספק על מקור המתח מיד עם פתיחת המפסק?

ד. תוך כמה זמן ימדד זרם של $10.5mA$ דרך הסליל?



6) מקור המתח שבמעגל שלהלן הוא מקור מתח ישר.

העבירו את המתג למצב מחובר (on),

וחיכו עד אשר כל תופעות המעבר יחלפו.

א. כמה אנרגיה אגורה בסליל?

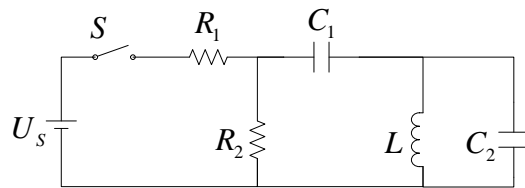
ב. מה המטען החשמלי בכל אחד מהקבלים?

ג. כמה אנרגיה אגורה בכל אחד מהקבלים?

7) באיור שלהלן נתון תרשים החיבורים של רכיבים חשמליים.

מקור אנרגיית החשמל הוא מקור זרם ישר DC.

העבירו את המתג s למצב מחובר on.



נתון : $U_s = 42v$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 400\Omega$, $C_1 = 22\mu F$, $C_2 = 33\mu F$, $L = 12mH$

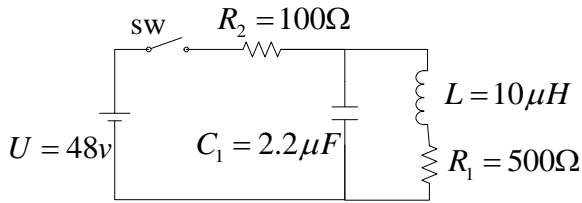
א. מה המתח השורר בין הדקי הקבל C_1 לאחר שחלפו כל תופעות המעבר?

ב. כמה אנרגיה אגורה בקבל C_2 כאשר המתג נמצא במצב מחובר זמן רב?

ניתקו את אספקת האנרגיה החשמלית באמצעות העברת המתג

למצב מופסק off.

ג. כמה אנרגיה הפכה לחום בנגד R_2 .



8) המתג sw שבמעגל שבאיור נמצא במצב מופסק off זמן ממושך מאוד. כל תופעות המעבר שהיו במעגל חלפו. מעבירים את המתג sw למצב מחובר on.

- א. מה הזרם העובר בנגד R_2 מיד עם העברת המתג sw למצב מחובר on.
- ב. כשהמתג במצב מחובר הרבה זמן, מה ההספק בנגד R_1 ?
- ג. כמה אנרגיה אגורה בהשראות במצב מתמיד?
- ד. כמה מטען חשמלי יהיה אגור בקבל לאחר שכל תופעות המעבר חלפו?

תשובות סופיות:

- (1) $11.755mJ$, $5.877mJ$
- (2) $0.14J$, $9.375mJ$
- (3) א. $6mH$. ב. $7.8mH$
- (4) א. $21.33mW$. ב. $I_{max} = 4mA$, $\Delta t = 5msec$. ג. $\Delta t = 0.575msec$. ד. $11.637v$, הפוטנציאל החיובי בתחתית, הזרם נגד כיוון השעון. ה. $\Delta t = 3.33msec$
- (5) א. $0.2w$. ב. $11.9mA$. ג. $478mW$. ד. $\Delta t = 1.36msec$
- (6) א. $299.55\mu J$. ב. $10.725mC$, $1.11mC$. ג. $1.74J$. ד. $28.1mJ$
- (7) א. $33.6v$. ב. $0J$. ג. $0.124J$
- (8) א. $0.48A$. ב. $3.2W$. ג. $32nJ$. ד. $8.8\mu C$

תוכן העניינים:

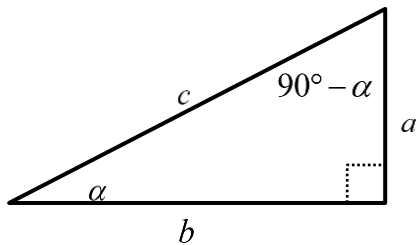
| | |
|------------|---|
| 132 | אותות חשמליים |
| 132 | סרטון – טריגונומטריה בסיסית : |
| 132 | הגדרות טריגונומטריות : |
| 132 | זהויות יסודיות : |
| 133 | ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות : |
| 133 | המעגל הטריגונומטרי : |
| 135 | הרדיאן : |
| 135 | נוסחאות מעבר : |
| 136 | תיאור גרפי של פונקציות טריגונומטריות : |
| 136 | הכפלה בקבוע, הוספת קבוע והזזת פאזה : |
| 137 | תרגילים : |
| 140 | תשובות סופיות : |
| 141 | סרטון – אותות במעגל החשמלי : |
| 141 | הגדרות : |
| 141 | ערכים ממוצעים : |
| 142 | אותות מחזוריים : |
| 143 | נוסחאות עבור אותות מרכזיים : |
| 145 | תרגילים : |
| 150 | תשובות סופיות : |

פרק 7

אותות חשמליים

סרטון – טריגונומטריה בסיסית:

הגדרות טריגונומטריות:



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{הניצב שמול הזווית}}$$

זהויות יסודיות:

1. זוויות משלימות ל- 90° מקיימות:
 - i. $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$
 - ii. $\cot \alpha = \tan(90^\circ - \alpha)$ $\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$
2. משפט פיתגורס במשולש מניב: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
3. הגדרת \tan באופן הבא: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
4. הגדרת \cot באופן הבא: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
5. קשר בין \tan ו- \cot עבור אותה הזווית: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

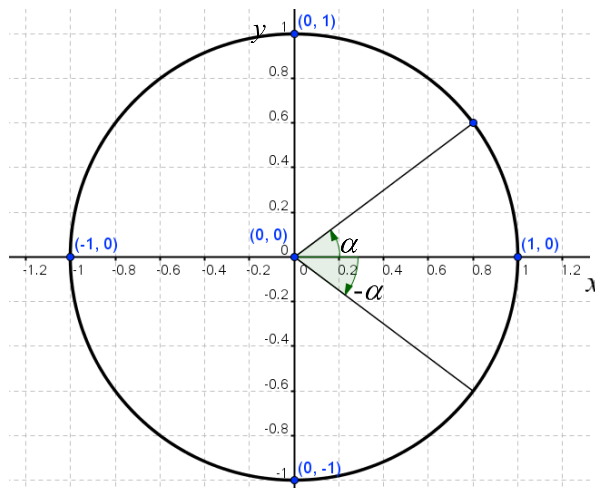
ערכי הפונקציות הטריגונומטריות עבור זוויות מיוחדות:

| פונקציה | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|---------|--------|----------------------|----------------------|----------------------|--------|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tan | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | ϕ |
| cot | ϕ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |

המעגל הטריגונומטרי:

הגדרות:

1. מעגל קנוני שרדיוסו יחידה אחת.
2. זווית חיובית תוגדר בתור הזווית המרכזית שנוצרת בין הכיוון החיובי של ציר ה- x ורדיוס לנקודה (x, y) שעל היקף המעגל, נגד כיוון השעון. זווית שלילית תוגדר באותו האופן תוך הליכה עם כיוון השעון.



קשרים ברביע הראשון:

הקשר בין שיעורי נקודה (x, y) שעל היקף המעגל לבין הפונקציות \sin ו- \cos הוא:
 $\sin \alpha = y$, $\cos \alpha = x$

זהויות לכל רביע:

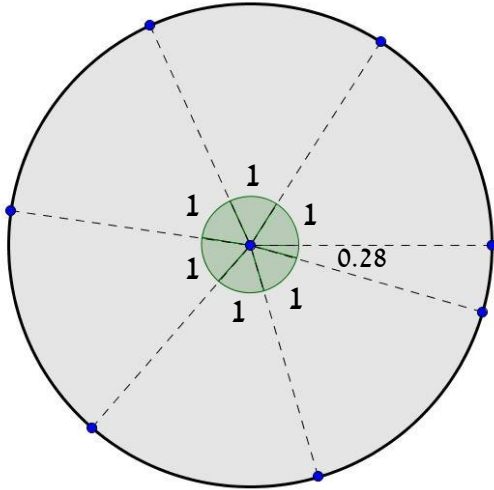
| רביע שני | רביע שלישי | רביע רביעי |
|---|---|--------------------------------|
| $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ | $\sin \alpha = -\sin(180^\circ + \alpha)$ | $\sin \alpha = -\sin(-\alpha)$ |
| $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ | $\cos \alpha = -\cos(180^\circ + \alpha)$ | $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$ |
| $\tan \alpha = -\tan(180^\circ - \alpha)$ | $\tan \alpha = \tan(180^\circ + \alpha)$ | $\tan \alpha = -\tan(-\alpha)$ |
| $\cot \alpha = -\cot(180^\circ - \alpha)$ | $\cot \alpha = \cot(180^\circ + \alpha)$ | $\cot \alpha = -\cot(-\alpha)$ |

עבור זווית הגדול מסיבוב שלם מתקיים: $\sin(\alpha + 360^\circ k) = \sin \alpha$ כאשר k טבעי.
 באותו אופן גם: $\cos(\alpha + 360^\circ k) = \cos \alpha$ כאשר k טבעי.

הרדיאן:

הגדרה:

זווית מרכזית במעגל עברה אורך הקשת שווה לרדיוס המעגל.



היקף מעגל הוא $P = 2\pi R$.
לכן לפי ההגדרה ישנם 2π רדיאנים במעגל.

באיור הסמוך ניתן לראות כי חלוקת היקף מעגל לגזרות שבהן אורך הקשת שווה לרדיוס המעגל מניב 2π חלקים כאלו (6.28) ולכן ישנם 2π רדיאנים במעגל שלם (360°).

נוסחאות מעבר:

מעבר ממעלות לרדיאנים: $\alpha^r = \frac{\pi}{180} \alpha^\circ$

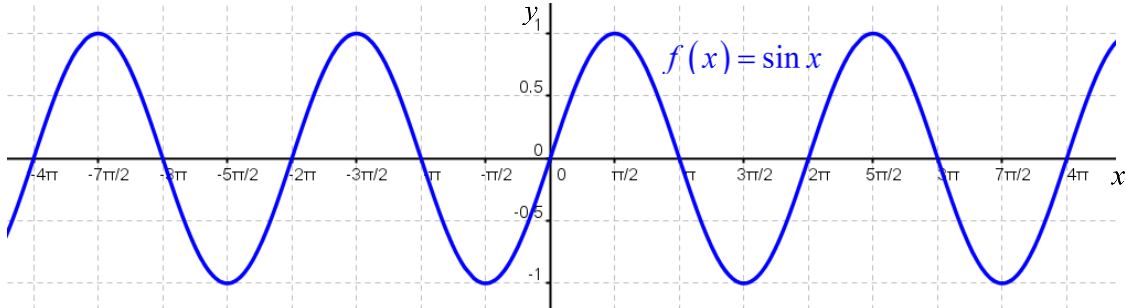
מעבר מרדיאנים למעלות: $\alpha^\circ = \frac{180}{\pi} \alpha^r$

מעברים נפוצים:

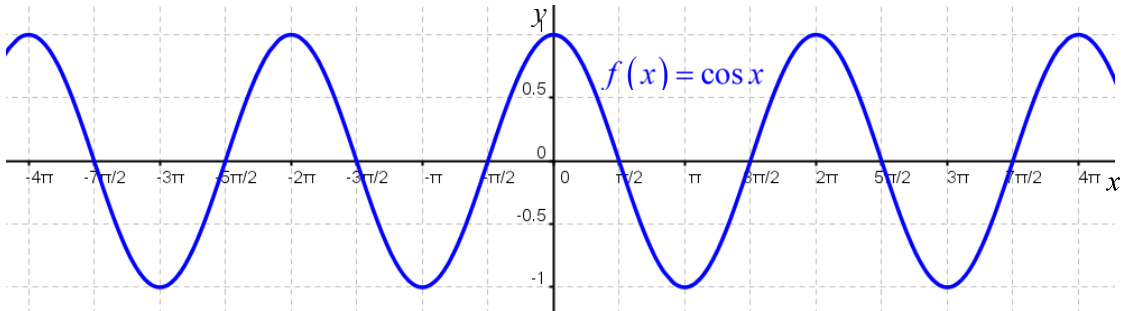
| זווית במעלות | זווית ברדיאנים |
|--------------|----------------|
| 360° | 2π |
| 180° | π |
| 90° | $\pi / 2$ |
| 60° | $\pi / 3$ |
| 45° | $\pi / 4$ |
| 30° | $\pi / 6$ |

תיאור גרפי של פונקציות טריגונומטריות:

תיאור גרפי של פונקציה הסינוס:



תיאור גרפי של פונקציה הקוסינוס:



הכפלה בקבוע, הוספת קבוע והזזת פאזה:

עבור הפונקציה: $f(t) = C + A \sin(\omega t)$

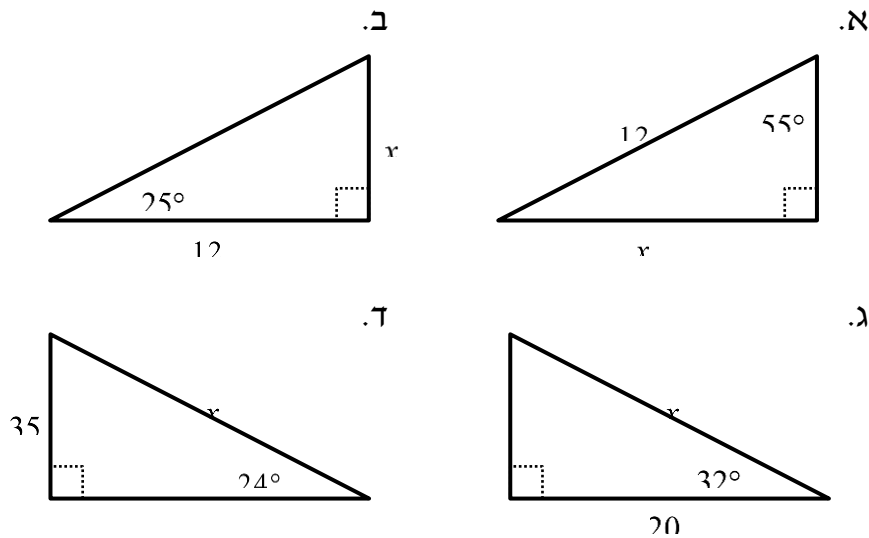
1. זמן המחזור שלה הוא $T = \frac{2\pi}{\omega}$
2. המשערת (האמפליטודה) שלה היא A
3. הטווח של הפונקציה הוא: $[C - A : C + A]$

עבור הפונקציה: $f(t) = \sin(t + \varphi)$

1. הפונקציה חותכת את ציר y בנקודה $(0, \sin \varphi)$
2. אם $\varphi > 0$ נאמר כי הפונקציה מקדימה את הפונקציה עם $\varphi = 0$
3. אם $\varphi < 0$ נאמר כי הפונקציה מאחרת ביחס לפונקציה עם $\varphi = 0$

תרגילים:

- (1) בשאלה זו נחזור על ההגדרות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית. מצא את ערכי הנעלמים בכל אחד מהאיורים הבאים. היעזר בהגדרות של ארבעת הפונקציות הטריגונומטריות.



- (2) לפניך הפונקציות הבאות: $f(x) = 6\sin(2x)$, $g(x) = 2\sin(6x)$
 א. מה המחזור של כל פונקציה?
 ב. מה היא המשרעת של כל פונקציה?
- (3) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = 3 + \sin(x)$, $g(x) = -4 + 4\sin(3x)$
 א. מה הוא המחזור של כל פונקציה?
 ב. כתוב את הטווח של כל הפונקציה.
- (4) נתונה הפונקציה: $f(t) = C + \sin(2\pi t)$ פרמטר C .
 א. מהו זמן המחזור של הפונקציה? (ציר הזמן נמדד בשניות).
 ב. מה צריך להיות ערכו של C עבורו הפונקציה תגיע לערך מירבי של 5?
- (5) נתונה הפונקציה: $f(t) = C + A\sin(b\pi t)$ פרמטרים b, A, C .
 ידוע כי זמן המחזור של הפונקציה הוא 4 שניות (כאשר ציר הזמן נמדד בשניות) והטווח של הפונקציה הוא $[2:8]$. מצא את ערכי הפרמטרים.

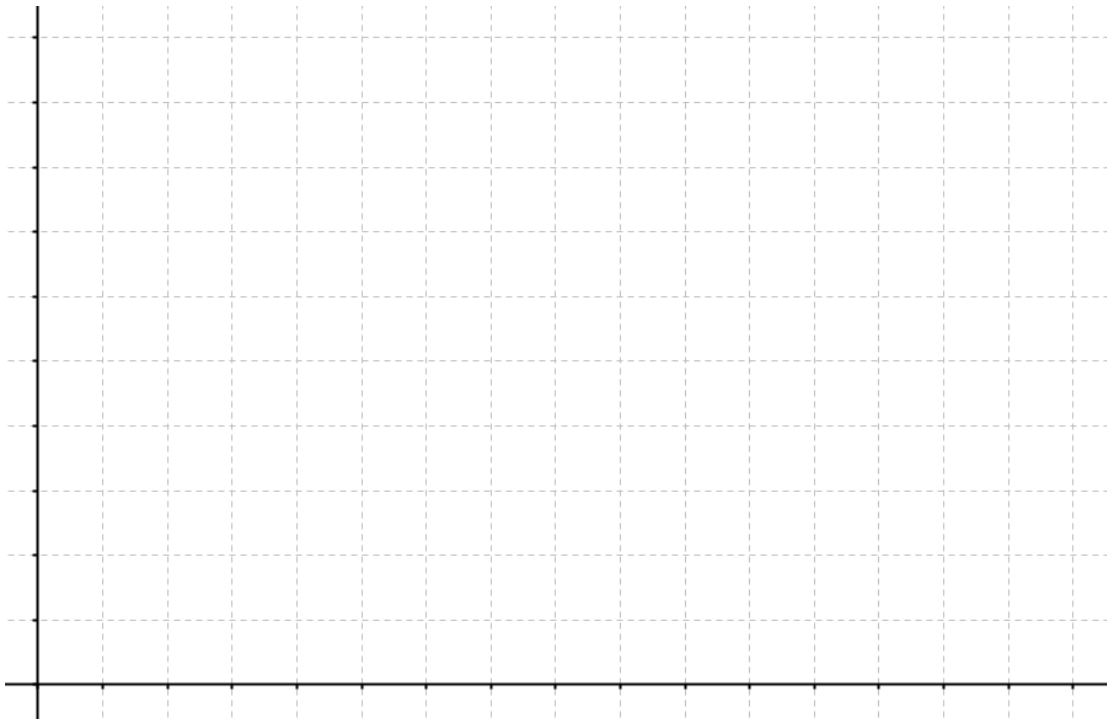
- 6 נתונה הפונקציה: $f(t) = 3 \sin(10\pi t + \varphi)$ פרמטר φ .
 ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה: $(0, 1.5)$.
 מצא את ערך הפרמטר φ וקבע האם $f(t)$ מקדימה או מאחרת את
 הפונקציה: $g(t) = 3 \sin(10\pi t)$.

7 נתונות שתי הפונקציות הבאות:

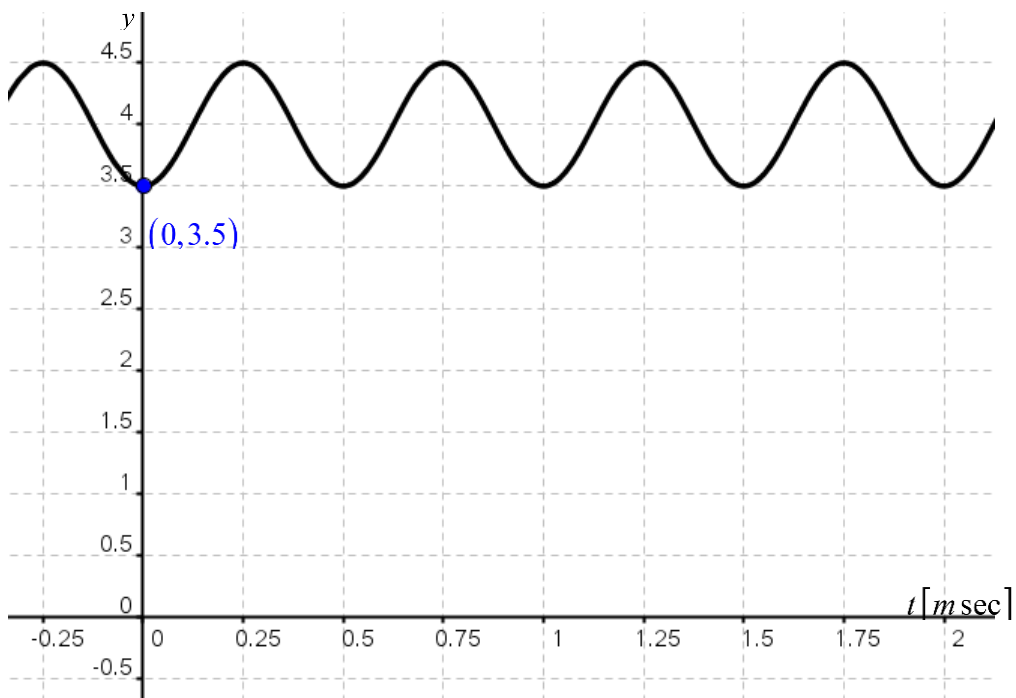
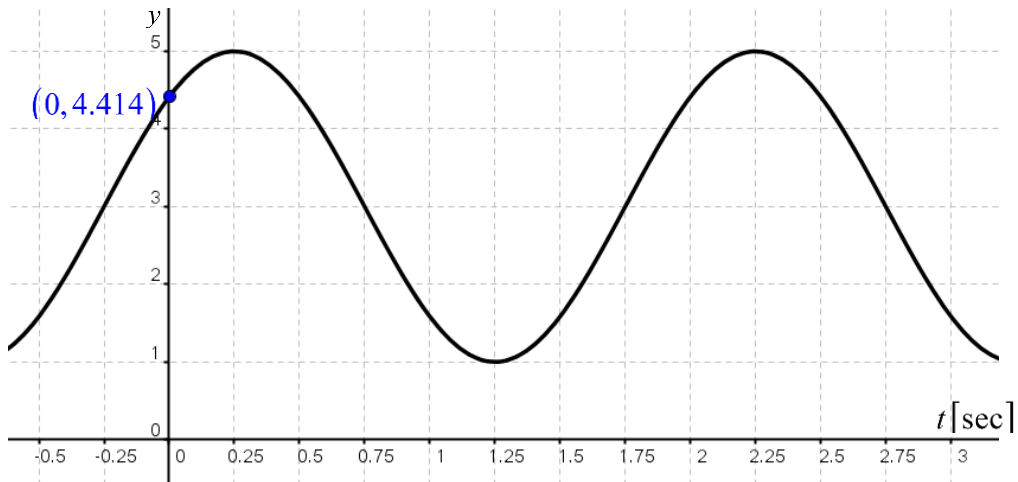
$$f(t) = 3.3 + 0.6 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2}\right), \quad g(t) = 1.8 + 0.4 \cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

ענה על הסעיפים הבאים:

- מהו זמן המחזור של כל פונקציה? (הנח ציר הזמן נמדד בשניות).
- כתוב את הטווח של כל פונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- y .
- קבע איזו פונקציה מקדימה ואיזו מאחרת.
- היעזר במערכת הצירים שלפניך וסרטט מחזור אחד של שתי הפונקציות תוך התייחסות לממציאך בסעיפים הקודמים.



- 8) לפניך שתי סקיצות של פונקציות מהצורה: $f(t) = C + A \sin(\omega t + \varphi)$
- א. מצא את זמן המחזור של כל פונקציה ואת ערכי כל הפרמטרים עבור כל אחת מהסקיצות.
- ב. אלו פרמטרים ישתנו וכיצד אם התבנית היא: $f(t) = C + A \cos(\omega t + \varphi)$?
נמק והראה חישוב מתאים.



תשובות סופיות:

(1) א. 9.829 ב. 5.596 ג. 23.58 ד. 78.61

(2) א. $T_f = \pi, T_g = \frac{\pi}{2}$ ב. $A_f = 6, A_g = 2$

(3) א. $T_f = 2\pi, T_g = \frac{2\pi}{3}$ ב. $f: [2:4], g: [-8:0]$

(4) א. שנייה אחת. ב. 4.

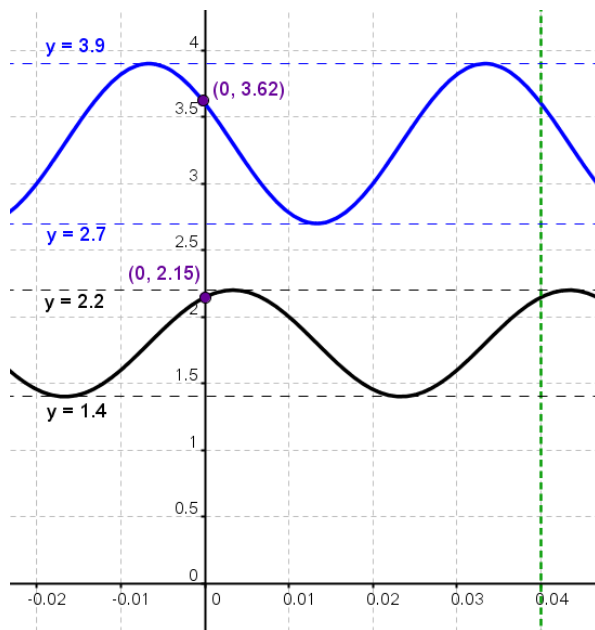
(5) $C = 5, A = 3, b = \frac{1}{7}$

(6) היא תקדים, $\varphi = \frac{\pi}{6}$

(7) א. $T_f = T_g = 40msec$ ב. $f: [2.7:3.9], g: [1.4:2.2]$

ג. $f: (0, 3.6), g: (0, 2.146)$ ד. f מקדימה ו- g מאחרת.

ה. להלן סקיצה של הגרפים של הפונקציות:



(8) סקיצה ראשונה:

א. $C = 3, A = 2, \omega = \pi \frac{rad}{sec}, \varphi = \frac{\pi}{4}, T = 2sec$ ב. רק: $\varphi = -\frac{\pi}{4}$
סקיצה שנייה:

א. $C = 4, A = \frac{1}{2}, \omega = 4000\pi \frac{rad}{sec}, \varphi = -\frac{\pi}{2}, T = 0.5msec$ ב. רק: $\varphi = -\pi$

סרטון – אותות במעגל החשמלי:

הגדרות:

אות:

גודל פיזיקאלי המשתנה בזמן. אות יכול להיות מתח, זרם או הספק המשתנים בזמן.

ערכים ממוצעים:

חישוב הערך הממוצע של אות $y(t)$ בזמן התצפית בו מ- $t = a$ עד ל- $t = b$ מוגדר:

$$Y_{avg} = \frac{1}{b-a} \int_a^b y(t) dt$$

חישוב ערך RMS (Root Mean Square), הערך האפקטיבי של אות $y(t)$ (או הערך

היעיל) בזמן התצפית בו מ- $t = a$ עד ל- $t = b$ מוגדר באופן הבא:

$$Y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b |y(t)|^2 dt}$$

יחסים בין ערכים ממוצעים:

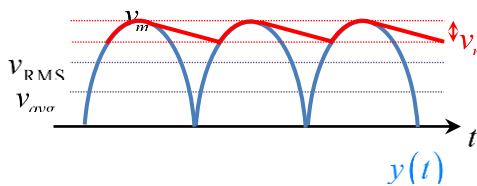
ערך ה-Form Factor:

$$FF = \frac{Y_{RMS}}{Y}$$

ערך ה-Peak Factor:

$$PF = \frac{Y_m}{Y}$$

הערך ה-Ripple Factor: $RF = \sqrt{FF^2 - 1}$



אותות מחזוריים:

אות מחזורי:

אות שערכיו חוזרים על עצמם מדי פרק זמן קבוע במהלך התצפית בו.

מחזור של אות:

פרק הזמן הקצר ביותר שלאחריו ערכי האות חוזרים על עצמם. המחזור של אות יסומן ב- T .

תדר של אות:

מספר המחזורים שאות מבצע במשך שנייה אחת מוגדר בתור התדירות של האות.

נסמן את התדירות ב- f מלשון frequency והיא מקיימת: $f = \frac{1}{T}$.
יחידות התדירות הן sec^{-1} או Hz (הרץ).

התדירות הזוויתית של אות:

התדירות הזוויתית מוגדרת בתור מכפלת התדר ב- 2π רדיאנים באופן הבא:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

יחידות התדירות הזוויתית הן rad .

טור פורייה לאותות מחזוריים כלליים:

לכל אות מחזורי, בעל מחזור T , קיים אוסף של פונקציות טריגונומטריות שיוצרות אותו, הנקרא טור פורייה של האות.

את האות המחזורי $y(t)$ בעל מחזור של T ותדירות זוויתית $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$, בתחום $[t = a : t = b]$ ניתן להציג ע"י הטור הבא:

$$y(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t))$$

חישוב ערכים ממוצעים לאותות מחזוריים:

כדי לחשב ערכים ממוצעים של אותות מחזוריים מספיק להסתכל על מחזור אחד.

הערך הממוצע של אות מחזורי בעל מחזור T יחושב לפי:

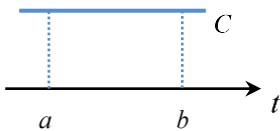
$$Y_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

הערך האפקטיבי של אות מחזורי בעל מחזור T יחושב לפי:

$$Y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |y(t)|^2 dt}$$

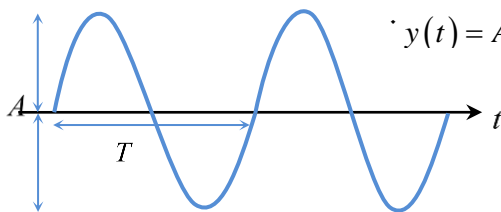
נוסחאות עבור אותות מרכזיים:

אות זרם ישר:



הערך הממוצע של האות: $Y_{avg} = C$
 הערך האפקטיבי של האות: $Y_{RMS} = C$

אות סינוסי:

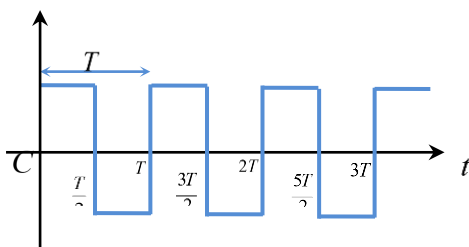


התבנית המתמטית של אות סינוסי היא: $y(t) = A \sin(\omega t)$

הערך הממוצע של האות הוא אפס: $Y_{avg} = 0$

הערך האפקטיבי של האות: $Y_{RMS} = \frac{A}{\sqrt{2}}$

אות ריבועי:

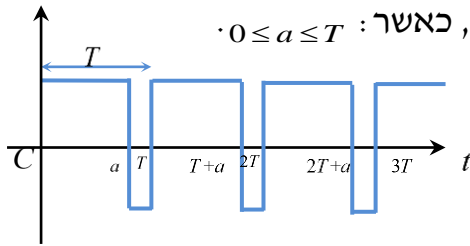


התבנית המתמטית:

$$y(t) = \begin{cases} C & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -C & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

הערך הממוצע הוא אפס: $Y_{avg} = 0$

הערך האפקטיבי של האות הוא: $Y_{RMS} = C$



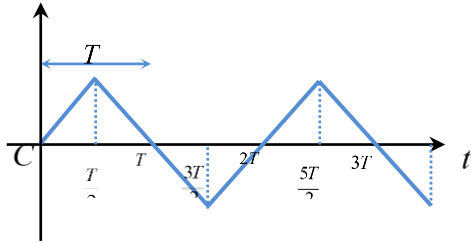
כאשר: $0 \leq a \leq T$

$$y(t) = \begin{cases} C & 0 < t < a \\ 0 & a < t < T \end{cases}$$

הערך הממוצע של האות הוא: $Y_{avg} = \frac{2a-T}{T} C$

הערך האפקטיבי של האות הוא: $Y_{RMS} = C$

אות משולש:

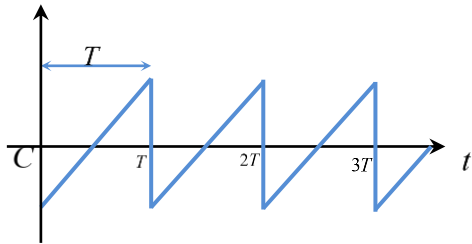


הערך הממוצע של האות: $Y_{avg} = 0$

הערך האפקטיבי של האות: $Y_{RMS} = \frac{C}{\sqrt{3}}$

נוסחה זו נשמרת לכל אות משולש שמקבל ערכי שיא השווים בערכם המוחלט (אות סימטרי).

אות שן מסור:



הערך הממוצע של האות: $Y_{avg} = 0$

הערך האפקטיבי של האות: $Y_{RMS} = \frac{C}{\sqrt{3}}$

חיבור של אותות מחזוריים:

עבור אות מחזורי $y(t)$ המורכב מהאותות המחזוריים הבאים: $y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)$
 כלומר: $y(t) = y_1(t) + y_2(t) + \dots + y_N(t)$, נוכל לחשב את הערכים הממוצעים באופן הבא:

הערך הממוצע של האות יחושב ע"י חיבור הערכים הממוצעים של כל האותות:

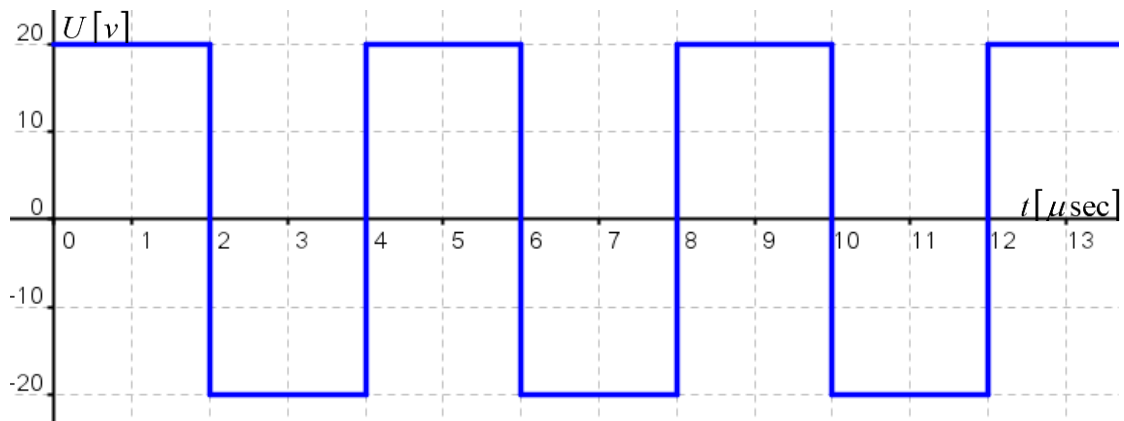
$$Y_{avg} = Y_{1avg} + Y_{2avg} + Y_{3avg} + \dots + Y_{Navg}$$

הערך האפקטיבי של האות יחושב ע"י השורש של סכום הריבועים של הערכים האפקטיביים של כל האותות:

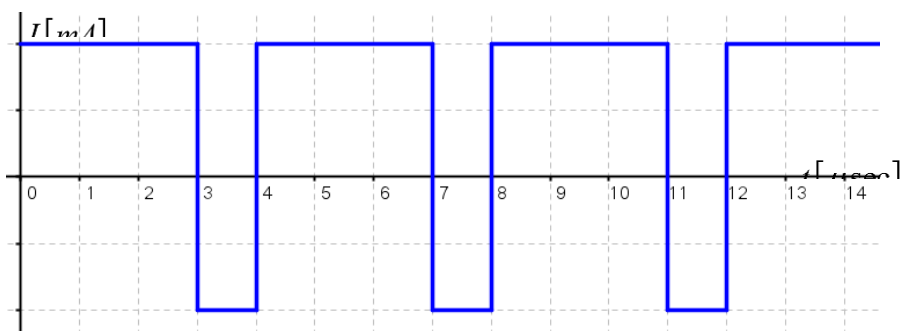
$$Y_{RMS} = \sqrt{Y_{1RMS}^2 + Y_{2RMS}^2 + Y_{3RMS}^2 + \dots + Y_{NRMS}^2}$$

תרגילים:

- (1) אות מתח על נגד של 20Ω נתון באיור הבא:
- מהו זמן המחזור של האות? ומהי תדירות האות?
 - מהו המתח הממוצע והמתח היעיל שמרגיש הנגד?
 - מהו ההספק הממוצע שמתפתח על הנגד?



- (2) בגרף שלפניך מתואר אות זרם שערכיו הקיצוניים אינם ידועים ומסומנים ב- C . ידוע כי כאשר מחברים אותו לנגד בעל $1k\Omega$ הוא מרגיש מתח יעיל של $2V$.
- מהו זמן המחזור של האות ומהו תדרו?
 - מצא את C .
 - מהו ההספק הממוצע שמרגיש הנגד?

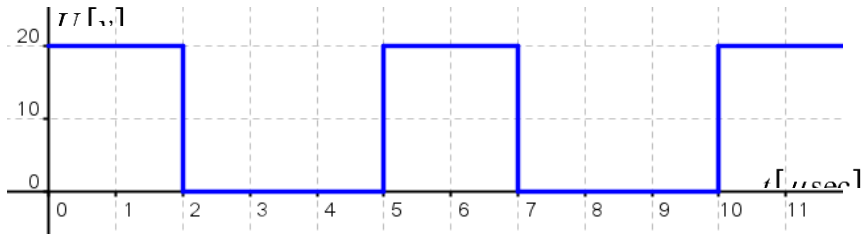


3) אות מתח על נגד של 8Ω נתון באיור הבא:

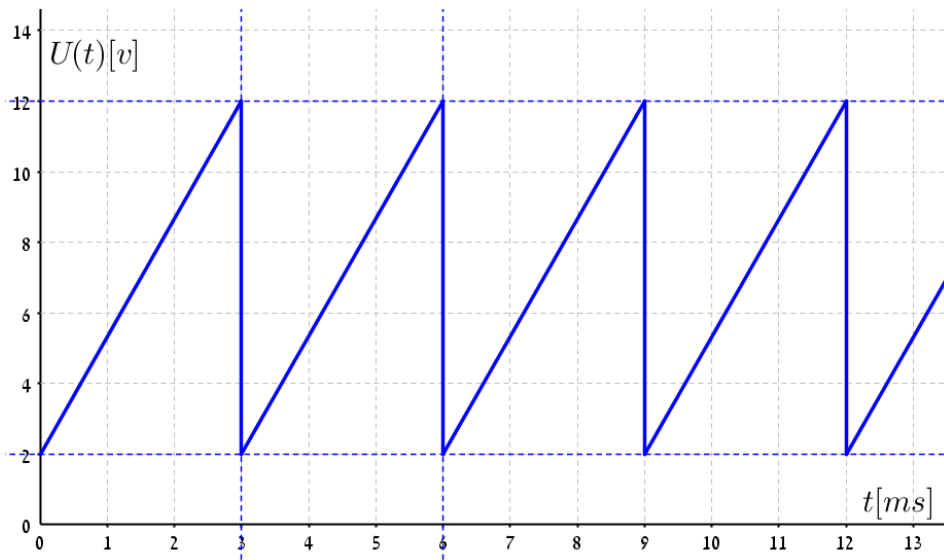
א. מהו זמן המחזור של האות? ומהי תדירות האות?

ב. מהו המתח הממוצע והמתח היעיל שמרגיש הנגד?

ג. מהו ההספק הממוצע שמתפתח על הנגד?



4) באיור שלפניך נתון גרף אות מתח שנמדד בין הדקי נגד עומס של 50Ω :



א. מצא את תדר האות ואת מחזור האות.

ב. מצא את הערך הממוצע של הזרם הזורם בנגד.

ג. מהו הערך הממוצע של הספק החום המתפתח בנגד?

ד. עקב תקלה, הערך המינימלי של האות השתנה ל- $4V$.

כיצד הדבר ישפיע על תוצאות החישובים של הסעיפים הקודמים? נמק.

ה. עקב תקלה (אחרת) ערכי האות המקסימלי והמינימלי השתנו ל- $11V$

ו- $3V$. בהתאמה. כיצד הדבר ישפיע על תוצאות החישובים של הסעיפים

הקודמים? נמק.

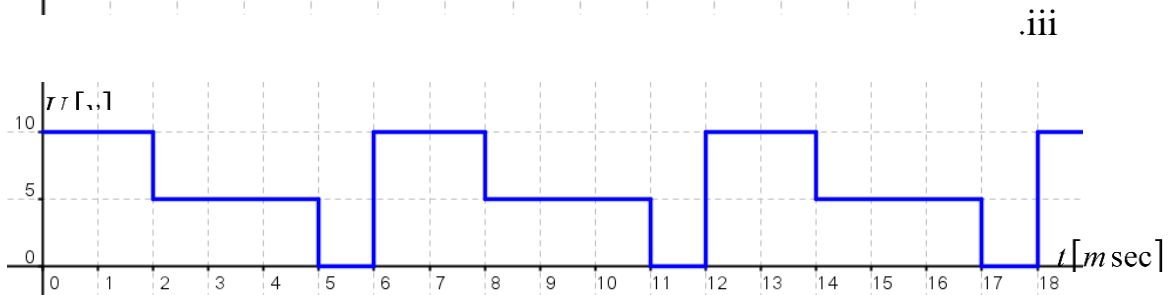
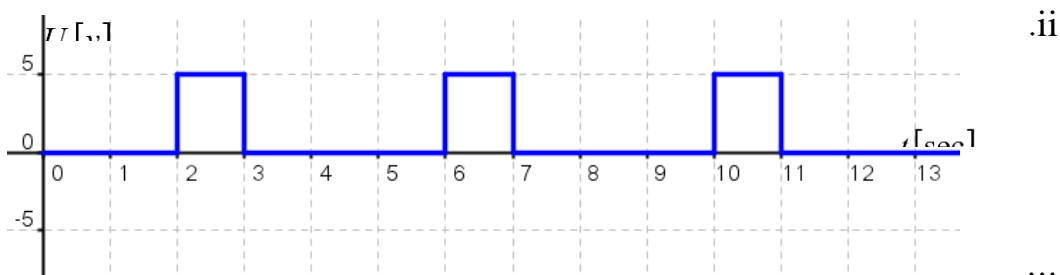
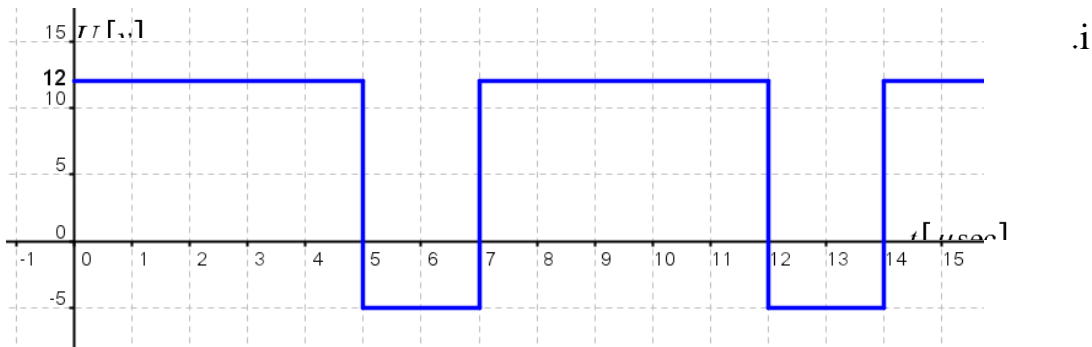
- (5) בשאלה זו נעסוק בפיתוח נוסחאות עזר למציאת ערכי ה-RMS של אותות ריבועיים כלליים (שאינם בהכרח סימטריים סביב הציר האופקי). נתון אות ריבועי $y(t)$ במחזור של T . ידוע כי במשך זמן $0 \leq a \leq T$ הוא מקבל ערך של C_1 ובשאר המחזור הוא מקבל ערך של C_2 .

א. הוכח כי הערך היעיל של אות הוא: $Y_{RMS} = \sqrt{C_2^2 + \frac{a}{T}(C_1^2 - C_2^2)}$

ב. הראה כי עבור: $C_2 = 0$ מתקבל: $Y_{RMS} = C_1 \sqrt{\frac{a}{T}}$

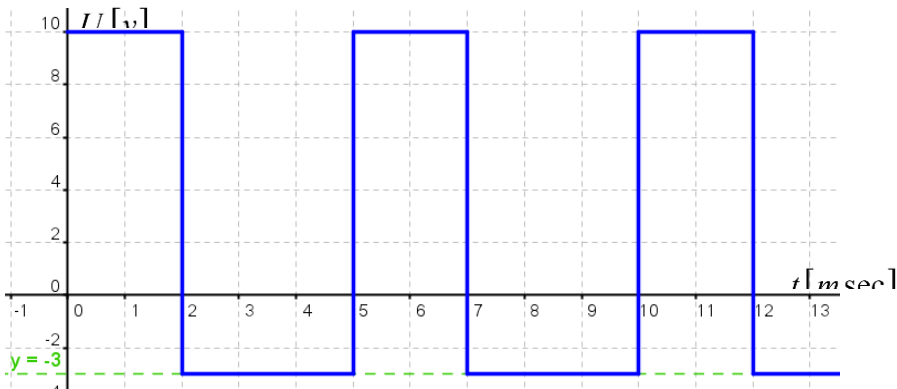
ג. הראה כי עבור: $C_1 = C, C_2 = -C$ מתקבל: $Y_{RMS} = C$

- ד. לפניך מספר גרפים של אותות מתח ריבועיים כלליים. חשב את הערך היעיל בכל אחד מהם תוך היעזרות בנוסחאות שפיתחת בסעיפים הקודמים.



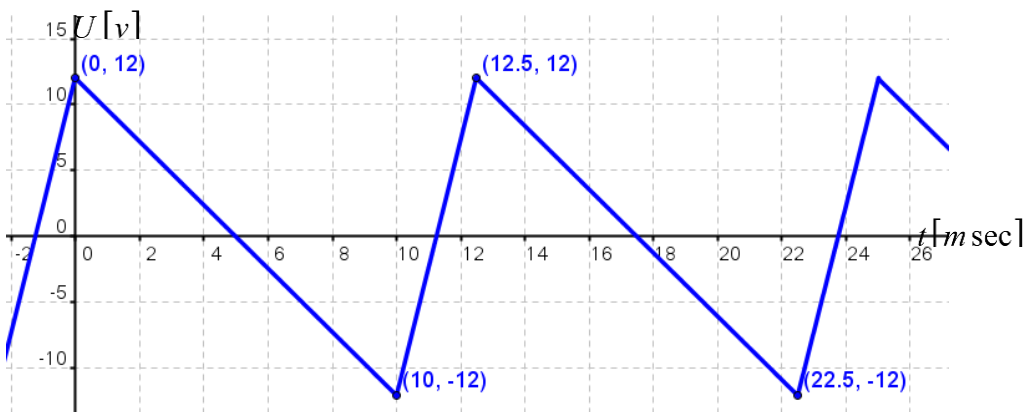
6) לפניך אות המתח הבא :

- מהו זמן המחזור והתדירות של האות?
- מהו הערך הממוצע והערך היעיל של אות המתח?
- מה יהיה הזרם האפקטיבי אשר ירגיש נגד של 4Ω ?
- מהו גודלו של U_{\max} ושל התדר הזוויתי ω באות מתח החלופין : $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$ שהוא אות השקול בתדירות היסודית ובהספק לאות המתח שבאיור?



- 7) גל שן מסור סימטרי המייצג זרם במעגל, הינו בעל מחזור של $4msec$. ידוע כי ערך השיא שלו הוא $6mA$ וכי הוא זורם דרך נגד של $14k\Omega$.
- חשב את הזרם האפקטיבי שמרגיש הנגד.
 - מהי תדירות הזרם האפקטיבי?
 - מהו ההספק המתפתח על הנגד?

- 8) באיור שלפניך נתון גרף של אות מתח שנצפה ונמדד בין שני ההדקים של נגד עומס שהתנגדותו 75Ω .



- מהו תדר האות?

- ב. מהו הערך המירבי של הזרם הזורם בנגד העומס?
 ג. מהו ממוצע ההספק בנגד?
 ד. מהו מכשיר המדידה שבאמצעותו נצפה האות המתואר באיור?

(9) השלם את הטבלה הבאה :

(ציר הזמן של כל הביטויים הוא בשניות - sec).

| מקרה | האות | משרעת | תדירות זוויתית | תדר | זווית מופע | ערך אפקטיבי | ערך רגעי $t = 1msec$ |
|------|--|-------|----------------|-----|------------|-------------|----------------------|
| 1 | $20 \sin(100\pi t + 30^\circ)$ | | | | | | |
| 2 | $10 \sin(50\pi t + 45^\circ)$ | | | | | | |
| 3 | $2 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right)$ | | | | | | |
| 4 | $110\sqrt{2} \sin\left(157.08\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ | | | | | | |
| 5 | $54 \cos(2300t - 15^\circ)$ | | | | | | |
| 6 | $27 \cos\left(2500t - \frac{\pi}{4}\right)$ | | | | | | |

(10) מחברים בטור למקור המתח : $U_1(t) = 22 \sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$, מקור מתח קבוע.

ערך מקור המתח הקבוע אינו ידוע ויסומן ב- U_0 .
 ידוע כי המתח המירבי שמרגיש נגד עומס של $4.7k\Omega$ הוא $30v$.
 א. מצא את U_0 .

- ב. כתוב את משוואת המתח הרגעית שמרגיש נגד העומס.
 ג. מצא את המתח האפקטיבי והמתח הממוצע שמרגיש נגד העומס.
 ד. חשב את ההספק הממוצע המתפזר על נגד העומס.

(11) שלושה מקורות מתח מחוברים בטור זה לזה :

$U_1(t) = 8 \sin(1000t + 60^\circ)[v]$, $U_2 = 5[v]$, $U_3(t) = 10 \sin(3000t + 45^\circ)[v]$
 מחברים את שלושת המקורות לנגד עומס של 40Ω .

- א. חשב את המתח הממוצע על הנגד העומס.
 ב. חשב את המתח האפקטיבי של נגד העומס.
 ג. חשב את ההספק המתפזר על נגד העומס.
 ד. רשום את משוואת הזרם הרגעית על נגד העומס.

תשובות סופיות:

(1) א. $T = 4\mu\text{sec}, f = 250\text{kHz}$ ב. $U_{\text{avg}} = 0\text{V}, U_{\text{RMS}} = 20\text{V}$ ג. 20W

(2) א. $T = 4\mu\text{sec}, f = 250\text{kHz}$ ב. 2mA ג. 4mW

(3) א. $T = 5\mu\text{sec}, f = 200\text{kHz}$ ב. $U_{\text{avg}} = 8\text{V}, U_{\text{RMS}} = \sqrt{160}\text{V}$ ג. 20W

(4) א. $f = 333\frac{1}{3}\text{Hz}, T = 3\text{ms}$ ב. $I_{\text{avg}} = 0.14\text{A}$ ג. $P_{\text{RMS}} = 1.146\text{W}$

ד. התשובות של ב' ו-ג' ישתנו: $I_{\text{avg}} = 0.16\text{A}, P_{\text{RMS}} = 1.326\text{W}$ ה. ב' זהה, ג': $P_{\text{RMS}} = 1.108\text{W}$

(5) א. i. $U_{\text{RMS}} = \sqrt{110}\text{V}$ ii. $U_{\text{RMS}} = 2.5\text{V}$ iii. $U_{\text{RMS}} = \frac{5}{\sqrt{2}}\sqrt{66}\text{V} \approx 6.77\text{V}$ ד.

(6) א. $T = 5\text{msec}, f = 200\text{Hz}$ ב. $U_{\text{avg}} = 2.2\text{V}, U_{\text{RMS}} = 6.738\text{V}$ ג.

ג. 1.684A ד. $\omega = 400\pi \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, U_{\text{max}} = 9.52\text{V}$

(7) א. 3.464mA ב. 250Hz ג. 0.167W

(8) א. 80Hz ב. 160mA ג. 0.64W ד. משקף תנודות (אוסילוסקופ).

(9) להלן הטבלה עם הפתרונות:

| ערך רגעי $t = 1\text{msec}$ | ערך אפקטיבי | זווית מופע | תדר | תדירות זוויתית | משרעת | האות | |
|--------------------------------|----------------|---------------|------|-------------------|---------------|---|---|
| 14.862 | 14.14 | 30° | 50 | 100π | 20 | $20\sin(100\pi t + 30^\circ)$ | 1 |
| 8.09 | 7.07 | 45° | 25 | 50π | 10 | $10\sin(50\pi t + 45^\circ)$ | 2 |
| 1.956 | 1.41 | 60° | 50 | 314 | 2 | $2\sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right)$ | 3 |
| -44.67 | 110 | -45° | 73.5 | 157.08π | $110\sqrt{2}$ | $110\sqrt{2}\sin\left(157.08\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ | 4 |
| -24.33 | 38.18 | -15° | 366 | 2300 | 54 | $54\cos(2300t - 15^\circ)$ | 5 |
| -10.652 | 19.1 | -30° | 397 | 2500 | 27 | $27\cos\left(2500t - \frac{\pi}{6}\right)$ | 6 |

(10) א. 8V ב. $U_R(t) = 8 + 22\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ ג.

ג. $U_{\text{avg}} = 8\text{V}, U_{\text{RMS}} = 3\sqrt{34}\text{V} \approx 17.49\text{V}$ ד. $P = 65.1\text{mW}$

(11) א. 5V ב. $U_{\text{RMS}} = \sqrt{107}\text{V} \approx 10.34\text{V}$ ג. $P = 2.675\text{W}$ ד.

ד. $I(t) = 0.125 + 0.2\sin(1000t + 60^\circ) + 0.25\sin(3000t + 45^\circ)$

תוכן העניינים:

| | |
|------------------|---|
| 153 | תופעות מעבר במעגלים מסדר ראשון ושני |
| 153 | סרטון – עירורי כניסה שונים : |
| 153 | סוגי עירורי כניסה : |
| 154 | קשרים בין פונקציות : |
| 154 | תגובה להלם של מערכת ליניארית : |
| 155 | תרגילים : |
| 157 | תשובות סופיות : |
| 159 | סרטון – מד"ר מסדר ראשון וסוגי פתרונות : |
| 159 | תבנית כללית של מד"ר מסדר ראשון : |
| 159 | סוגי משוואות ודרך פתרון : |
| 161 | פתרונות ZIR ו-ZSR : |
| 162 | רציפות תנאי התחלה ואיזון הלמים : |
| 163 | תרגילים : |
| 164 | תשובות סופיות : |
| 165 | סרטון – ייצוג מעגלים מסדר ראשון ותופעות מעבר : |
| 165 | התגובה הטבעית של מעגלים מסדר ראשון : |
| 166 | התגובה למדרגה של מעגלים מסדר ראשון : |
| 166 | הכללה למשוואת הדפקים : |
| 167 | תרגילים : |
| 169 | תשובות סופיות : |
| 170 | סרטון – ניתוח מתקדם של מעגלים מסדר ראשון : |
| 170 | תזכורת - קשרים כלליים בין מתח ובזרם בקבל ובסליל : |
| 170 | גישת פתרון לשאלות : |
| 170 | סימני זרמים ומתחים : |
| 171 | תרגילים : |
| 173 | תשובות סופיות : |
| 174 | סרטון – מד"ר מסדר שני וסוגי פתרונות : |
| 174 | תבנית כללית של מד"ר מסדר שני : |
| 175 | משוואה הומוגנית – צורה ודרך הפתרון : |
| 176 | משוואה לא הומוגנית – דרך פתרון : |
| 176 | תכונות ליניאריות והזזה בזמן : |

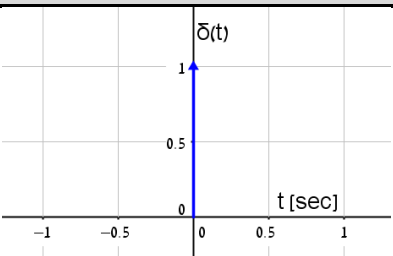
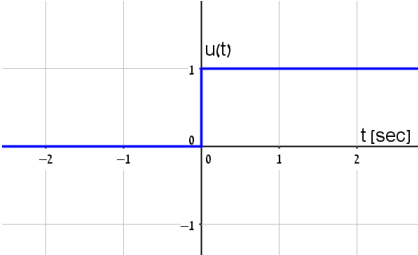
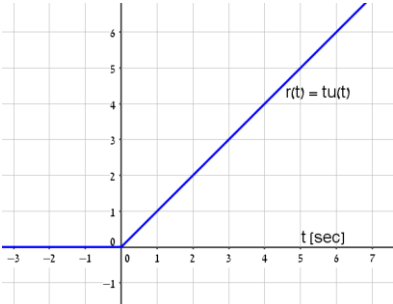
| | |
|-----|---|
| 177 | תרגילים: |
| 179 | תשובות סופיות: |
| 180 | סרטון – ייצוג מעגלים מסדר שני ותופעות מעבר: |
| 180 | מודלים של מעגלים מסדר שני: |
| 180 | תיאור מתמטי והגדרות: |
| 181 | התגובה הטבעית של מעגלים מסדר שני: |
| 182 | תרגילים: |
| 185 | תשובות סופיות: |
| 187 | סרטון – ניתוח מתקדם של מעגלים מסדר שני: |
| 187 | צורת המשוואה הכללית: |
| 188 | תרגילים: |
| 190 | תשובות סופיות: |

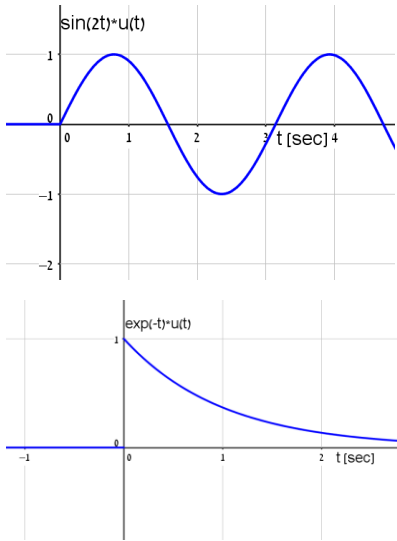
פרק 8

תופעות מעבר במעגלים מסדר ראשון ושני

סרטון – עירורי כניסה שונים:

סוגי עירורי כניסה:

| תיאור גרפי | תיאור מתמטי | סוג העירור |
|---|--|------------------|
|  | $\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$ | כניסת הלם (דלתא) |
|  | $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ | כניסת מדרגה |
|  | $r(t) = \text{ramp}(t) = tu(t)$ | כניסת רמפה |



$$f(t) = \sin(\omega t + \varphi)u(t)$$

כניסה סינוסית

$$f(t) = e^{-\alpha t}u(t)$$

כניסה מעריכית
דועכת

קשרים בין פונקציות:

- קשר בין הלם למדרגה: $\frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$
- קשר בין מדרגה ורמפה: $\frac{dr(t)}{dt} = u(t)$
- קשרים בין הלם, מדרגה ורמפה (מוכלל): $\frac{d^2 r(t)}{dt^2} = \frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$
- הכפלה בפונקצית דלתא: $f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0) \cdot \delta(t - t_0)$

תגובה להלם של מערכת ליניארית:

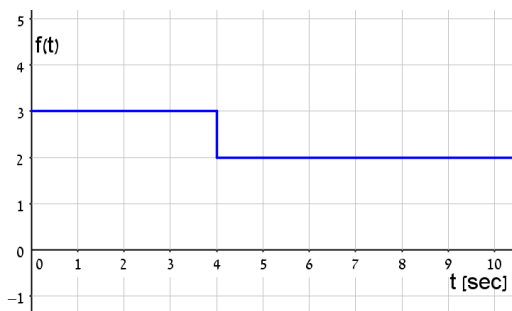
תגובה להלם מוגדרת להיות תגובת מוצא המעגל כאשר בכניסתו ישנה פונקצית דלתא. מקובל לסמן את התגובה להלם ב- $h(t)$:



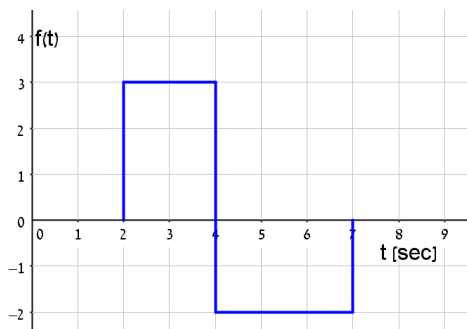
תרגילים:

1) כתוב ביטוי מתמטי לכל אחד מאותות הכניסה במקרים הבאים:

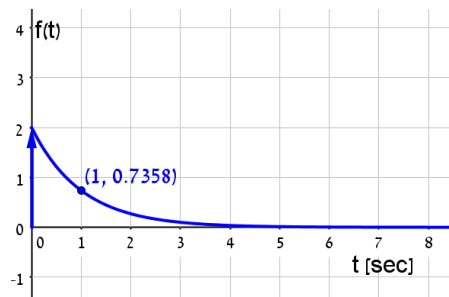
א.



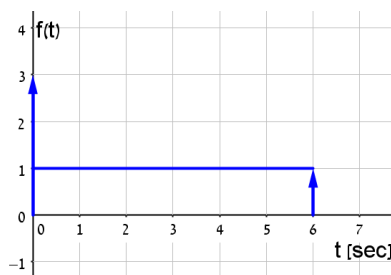
ב.



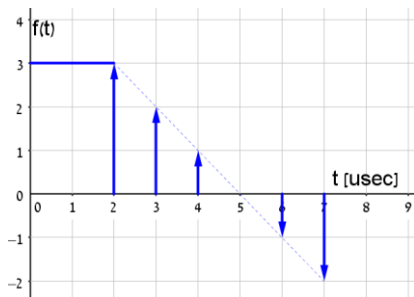
ג.



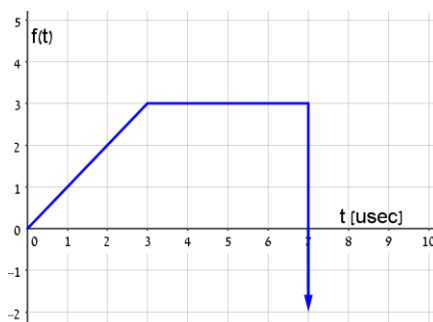
ד.



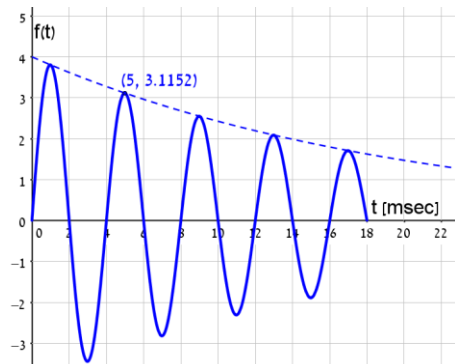
ה.



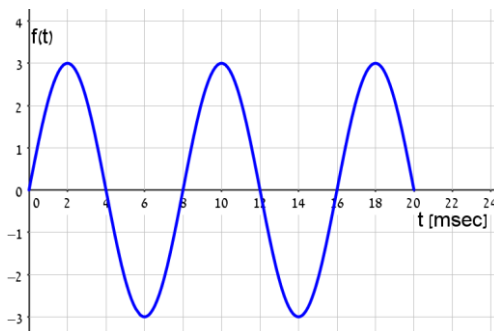
ו.



ז.



ח.



2) צייר את צורות הגל המתאימות בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. $f(t) = 2u(t) - 3u(t-1)$

ב. $f(t) = 3t[u(t) - u(t-5)]$

ג. $f(t) = 10\sin(30t)u(t)$

ד. $f(t) = e^{-2t}(\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2))$

ה. $f(t) = 6\sin(10t)[u(t-1) - u(t-6)]$

ו. $f(t) = e^{-0.1t} \cos(4t)u(t)$

ז. $f(t) = e^{-10t}u(t) - 2\delta(t)$

ח. $f(t) = (e^{-5t} - 3e^{-15t}) \cdot (\delta(t) + u(t))$

ט. $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u(t-k)$

י. $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} 4^{2-k} \delta(t-k)$

3) חשב את הביטויים הבאים:

ב. $(t^2 - 3t)\delta(t-2)$

א. $(t^2 - 3t)\delta(t)$

ד. $e^{-2t} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) \cdot [\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2)]$

ג. $t \cdot e^{-t} [\delta(t-1) - 5\delta(t-2)]$

ו. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta(t-k)}{t^2}$

ה. $\sum_{k=0}^{\infty} 3^{-k} \delta(t-k)$

4) גזור את הפונקציות הזמניות הבאות:

א. $f(t) = e^{-20t}u(t)$

ב. $f(t) = \sin(\omega t)u(t)$

ג. $f(t) = tu(t)$

ד. $f(t) = t^2u(t)$

ה. $f(t) = e^{-5t}(\cos 3t - 3\sin 3t)u(t)$

ו. $f(t) = \sum_{k=0}^N ku(t-k)$

ז. $f(t) = \delta(t) + \sum_{k=1}^N e^{-10kt}u(t-2k)$

תשובות סופיות:

1 א. $f(t) = 3u(t) - u(t-4)$. ב. $f(t) = 3u(t-2) - 5u(t-4) + 2u(t-7)$

ג. $f(t) = 3\delta(t) + \delta(t-6) + u(t) - y(y-6)$. ד. $f(t) = 2\delta(t) + e^{-0.3t}u(t)$

ה. $f(t) = t[u(t) - u(t-3)] + 3[u(t-3) - u(t-7)] - 5\delta(t-7)$

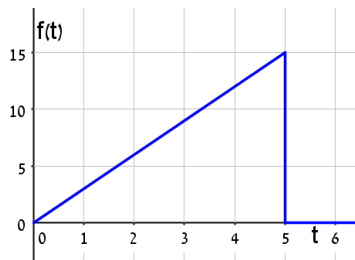
ו. $f(t) = 3[u(t) - u(t-2)] + \sum_{k=2}^7 (5-k)\delta(t-k)$

ז. $f(t) = \sin(250\pi t)[u(t) - u(t-0.02)]$

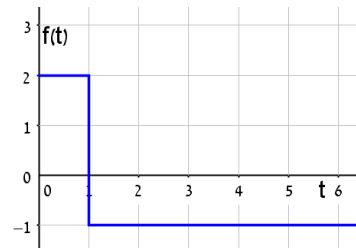
ח. $f(t) = \sin(500\pi t)e^{-227.25t}[u(t) - u(t-0.018)]$

2 להלן תוצאות התיאורים הגרפיים:

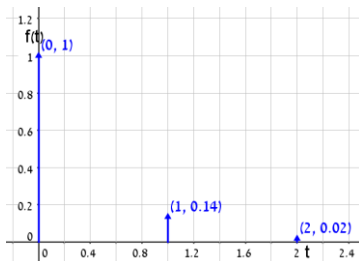
ב.



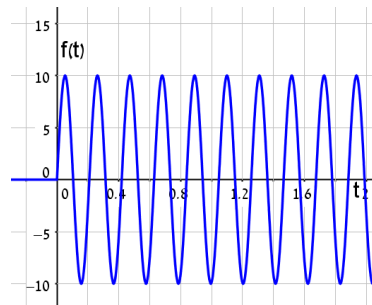
א.



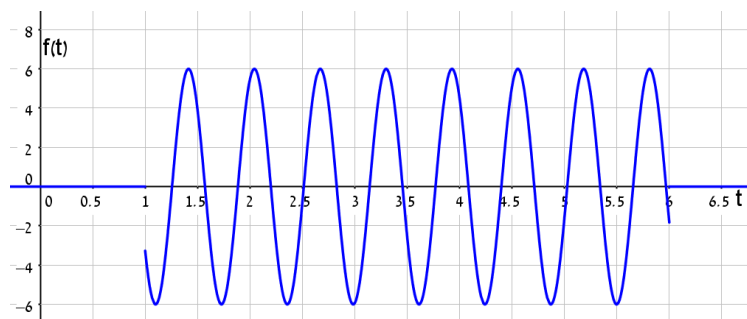
ד.



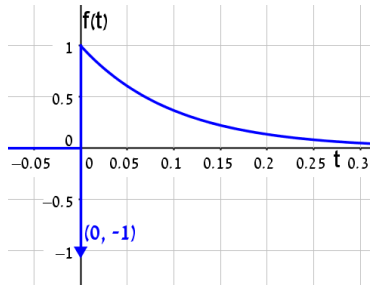
ג.



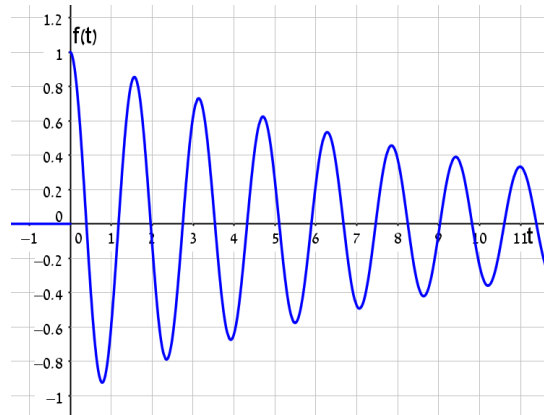
ה.



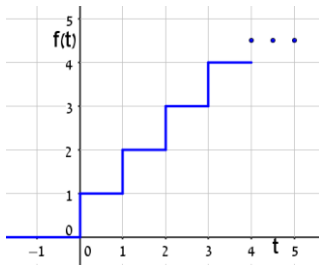
ג.



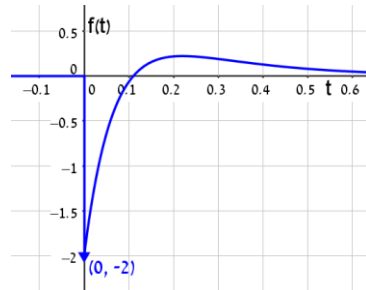
ד.



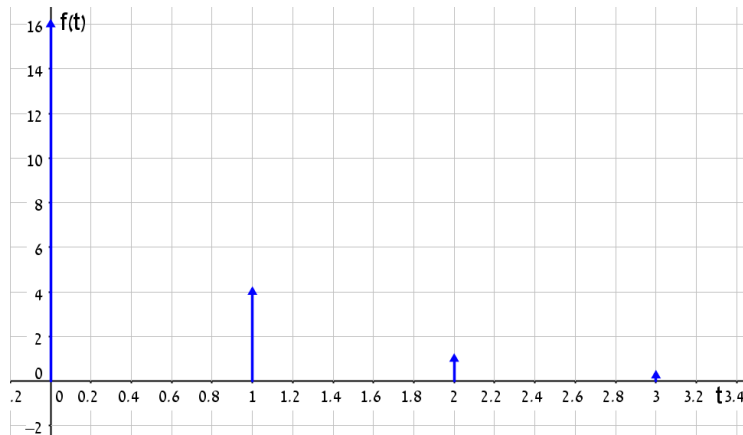
ה.



ו.



ז.



א. 0 ב. $-2\delta(t-2)$ ג. $e^{-1}\delta(t-1) - 10e^{-2}\delta(t-2)$ ד. 3

ה. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2} \delta(t-k)$ ו. $\sum_{k=0}^{\infty} 3^{-k} \delta(t-k)$ ז. $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2}\delta(t-1) + e^{-4}\delta(t-2)$

ח. $f'(t) = u(t)$ ט. $f'(t) = \omega \cos(\omega t) u(t)$ י. $f'(t) = -20e^{-20t} u(t) + \delta(t)$ יא. 4

יב. $f'(t) = 2e^{-5t} (6 \sin 3t - 7 \cos 3t) u(t) + \delta(t)$ יג. $f'(t) = 2tu(t)$

יד. $f'(t) = \delta'(t) + \sum_{k=1}^N [-10ke^{-10kt} u(t-2k) + e^{20k^2} (t-2k)]$ יו. $f'(t) = \sum_{k=1}^N k\delta(t-k)$

סרטון – מד"ר מסדר ראשון וסוגי פתרונות:

תבנית כללית של מד"ר מסדר ראשון:

נעסוק במד"ר מהצורה: $y'(x) + ay(x) = f(x)$ כאשר יש למצוא את $y(x)$ ונתונה פונקציה כלשהי $f(x)$.

בקורס שלנו נעסוק בפונקציות זמניות, ולכן נחליף $x \rightarrow t$ ונכתוב משוואות עבור אות זרם ואות מתח:

| משוואה עבור אות זרם | משוואה עבור אות מתח |
|--|--|
| $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = f(t)$ | $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ |

כאשר τ (בשתי הצורות) הוא קבוע כלשהו שערכו נקבע לפי רכיבי המעגל ו- $f(t)$ הינה פונקציה זמנית כלשהי המתארת התנהגות של אות מתח/זרם.

סוגי משוואות ודרך פתרון:

משוואה הומוגנית:

משוואה הומוגנית היא משוואה אגף ימין שלה הוא אפס: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = 0$. במילים אחרות, משוואה הומוגנית מקיימת: $f(t) = 0$.

הפתרון הוא: $v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ - אות מתח, $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ - אות זרם.

פתרון זה נקרא הפתרון ההומוגני של המשוואה ומסומן: $v_h(t)$, $i_h(t)$.

תנאי התחלה:

ערך הפונקציה בזמן מוגדר נקרא תנאי התחלה של המשוואה.

במקרים שלנו נעסוק בזמן $t = 0^+$ ולכן נקבל: $v(t = 0^+) = v_0$ או $i(t = 0^+) = i_0$.

עבור משוואות הומוגניות מתקיים: $f(t = 0^-) = f(t = 0^+)$ כאשר f היא פונקציה של מתח או זרם.

משוואה לא הומוגנית:

משוואה שאינה הומוגנית מכילה פונקציה $f(t)$ כלשהי.

כלומר: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ עבור אות מתח, או $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = f(t)$ עבור אות זרם.

פתרון משוואה שאינה הומוגנית יכתב ע"י הסכום של פתרון הומוגני + פתרון פרטי.

דוגמא עבור מתח: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ נקבל: $v(t) = v_h(t) + v_p(t)$.

דוגמא עבור זרם: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = f(t)$ נקבל: $i(t) = i_h(t) + i_p(t)$.

שלבי פתרון מד"ר לא הומוגנית:

1. מנחשים פתרון פרטי:

- אם קיים פולינום מסדר n ננחש פולינום מסדר n .
 - אם קיים ביטוי מעריכי מהצורה $f(t) = Ce^{-\alpha t}$ ננחש: $v_p(t) = Ce^{-\alpha t}$.
 - אם קיים ביטוי מעריכי מהצורה $f(t) = P_n(t)e^{-\alpha t}$ כאשר $P_n(t)$ הוא פולינום מסדר n כלשהו, ננחש: $v_p(t) = Q_n(t)e^{-\alpha t}$ כאשר $Q_n(t)$ גם הוא פולינום (מלא) מסדר n .
 - אם מתקיים: $\alpha = \frac{1}{\tau}$ וישנו: $f(t) = Ce^{-\alpha t}$, נצטרך לנחש: $v_p(t) = (At + B)e^{-\alpha t}$.
 - אם קיים ביטוי טריגונומטרי מהצורה $f(t) = A \sin(\omega_0 t)$ או מהצורה: $f(t) = A \cos(\omega_0 t)$, ננחש: $v_p(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$.
2. גוזרים את הפתרון הפרטי ומציבים במשוואה כדי למצוא את המקדם.
 3. כותבים פתרון מלא (הומוגני + פרטי).
 4. מציבים בפתרון המלא את תנאי ההתחלה למציאת המקדם.
 5. כותבים פעם נוספת את הפתרון המלא.

פתרונות ZIR ו-ZSR :

פתרון ZIR :

פתרון המהווה את התגובה הטבעית של המעגל כאשר לא מוכנס עירור חיצוני. מצב זה נקרא כניסת אפס למעגל, או Zero Input Response (ZIR).

המשוואה המתארת את מצב ZIR היא : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = 0$ עם $v(0^+) = v_0$.

הפתרון כאן הוא הפתרון ההומוגני בלבד וזהו : $v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ניתן לראות כי תנאי ההתחלה מייצג את האנרגיה האגורה במעגל החשמלי. לכן אם אין אנרגיה לא נקבל פתרון ZIR מכיוון שאין למעגל תגובה טבעית.

פתרון ZSR :

הפתרון זה הוא מציאת תגובת המעגל לעירור החיצוני. יש לאפס את תנאי ההתחלה ולקחת את גורם העירור.

מצב זה נקרא Zero state response (ZSR) מכיוון שמצב המעגל שרוי ללא אנרגיה

בתחילה. המשוואה היא : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ עם תנאי התחלה : $v(0^+) = 0$.

יש לפתור לפי העיקרון של פתרון הומוגני + פרטי.

סיכום פתרונות :

• פתרון כללי של המשוואה יחולק : $v(t) = v_{ZIR}(t) + v_{ZSR}(t)$.

• פתרון ZIR : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = 0$ עם $v(0^+) = v_0$

צורתו : $v_{ZIR}(t) = v_h(t)$

• פתרון ZSR : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ עם $v(0^+) = 0$

צורתו : $v_{ZSR}(t) = v_h(t) + v_p(t)$

הכללת פתרונות ZSR :

פתרון משוואה בעלת N עירורים : $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \sum_{k=1}^N f_k(t)$ הוא : $v(t) = v_{ZIR}(t) + \sum_{k=1}^N v_{ZSRk}(t)$

רציפות תנאי התחלה ואיזון הלמים :

פתרון ZSR קיים כאשר יש למעגל עירור חיצוני.

תנאי ההתחלה במשוואה עבור פתרון ZSR הוא עבור הרגע $t = 0^+$.

כל עירור כניסה למעט $\delta(t)$ גורר כי האות $v(t)$ יהיה רציף ב- $t = 0$, ז"א: $v(0^-) = v(0^+)$.

יש למצוא את תנאי ההתחלה $v(0^+) = ?$ או $i(0^+) = ?$ במד"ר: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = C\delta(t)$

או $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = C\delta(t)$, כאשר $v(0^-) = 0$ או $i(0^-) = 0$ בהתאמה.

איזון הלמים :

$$\begin{cases} y^{(N)}(t) + \dots + a_0 y^{(0)}(t) = C \cdot \delta(t) \\ y^{(N-1)}(0^-) = \dots = y(0^-) = 0 \end{cases} \quad \text{המערכת :}$$

$$\begin{cases} y^{(N)}(t) + \dots + a_0 y^{(0)}(t) = 0 \\ y^{(N-1)}(0^+) = C, y^{(N-2)}(0^+) \dots = y(0^+) = 0 \end{cases} \quad \text{שקולה למערכת :}$$

איזון הלמים במד"ר מסדר ראשון (במקרה שלנו) :

יש להוסיף את ערך הקבוע C לתנאי ההתחלה: $v(0^+) = v(0^-) + C = C$.

תרגילים:

- (1) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 0$, כאשר $\tau = \frac{1}{4}\text{sec}$ ו- $i(0^-) = 5A$.
 א. מהו פתרון ZIR ופתרון ZSR של המשוואה?
 ב. כתוב את הפתרון הכללי.

- (2) פתור את המד"ר הבאה: $v' + \frac{1}{\tau}v = 0$, $\tau = \frac{1}{2}\text{sec}$, $v(0^-) = 1v$.

- (3) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 5 \cdot u(t)$, כאשר $\tau = 40\text{msec}$.
 מהו פתרון המשוואה עבור כל אחד מתנאי ההתחלה הבאים:
 א. $i(0^-) = 0A$.
 ב. $i(0^-) = 3A$.

- (4) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 6 \cdot \sin(4t) \cdot u(t)$, כאשר $\tau = 20\text{msec}$ ו- $i(0^-) = 3mA$. מצא את הפתרון הכללי של $i(t)$.

- (5) מצא את הפתרון הכללי של המד"ר הבאה: $v' + \frac{1}{\tau}v = e^{-4t}u(t)$.
 אם ידוע כי $\tau = 0.25\text{sec}$ ותנאי ההתחלה הוא $v(0^+) = 30\text{mv}$.

- (6) פתור את המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 4\delta(t) - 3 \cdot \cos(2t) \cdot u(t)$.
 כאשר: $\tau = 1\text{sec}$ ו- $i(0^-) = 200mA$.

- (7) נתונה המד"ר הבאה: $v' + \frac{1}{\tau}v = 2\delta(t) + 5 \cdot \sin(3t) \cdot u(t) + e^{-12t} \cdot u(t) + 2e^{-10t} \cdot u(t)$.
 מצא את הפתרון הכללי עבור $v(t)$ כאשר $\tau = 0.1\text{sec}$ ו- $v(0^-) = 0v$.

תשובות סופיות:

$$i(t) = i_{ZIR}(t) = 5e^{-4t}; t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad i_{ZSR}(t) = 0, i_{ZIR}(t) = 5e^{-4t}; t \geq 0 \quad \text{א. (1)}$$

$$v(t) = v_{ZIR}(t) = e^{-2t}; t \geq 0 \quad \text{(2)}$$

$$i(t) = \frac{1}{5} + 2\frac{4}{5}e^{-25t}; t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad i(t) = i_{ZIR}(t) = \frac{1}{5}(1 - e^{-25t}); t \geq 0 \quad \text{א. (3)}$$

$$i(t) = 93.22 \cdot 10^{-3} e^{-50t} + \frac{150}{133} \sin 4t - \frac{12}{133} \cos 4t; t \geq 0 \quad \text{(4)}$$

$$v(t) = e^{-4t}(t + 0.03); t \geq 0 \quad \text{(5)}$$

$$i(t) = [5.2e^{-t} + \cos 2t + 2 \sin 2t] u(t) \quad \text{(6)}$$

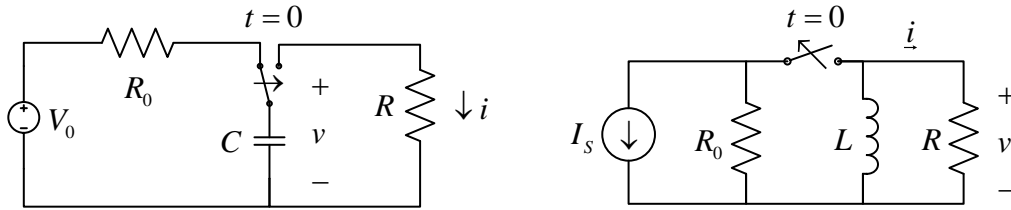
$$v(t) = \left(\frac{575}{218} + 2t \right) e^{-10t} - \frac{1}{2} e^{-12t} + \frac{1}{109} (50 \sin 3t - 15 \cos 3t); t \geq 0 \quad \text{(7)}$$

סרטון – ייצוג מעגלים מסדר ראשון ותופעות מעבר:

התגובה הטבעית של מעגלים מסדר ראשון:

תיאור כללי של מעגלי RC ו-RL:

נתון מעגל המכיל מקור אנרגיה שטוען את הסליל/הקבל. בזמן $t = 0$ פותחים את המפסק והסליל/הקבל פורקים את האנרגיה שלהם.



משוואות דיפרנציאליות המתקבלות בכל מעגל:

מד"ר ליניארית מסדר ראשון עבור מעגל RL:

$$\left\{ \begin{array}{l} L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \end{array} \right.$$

מד"ר ליניארית מסדר ראשון עבור מעגל RC:

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \end{array} \right.$$

אותות זרם, מתח, הספק ואנרגיה המתקבלים מפתרון המשוואות:

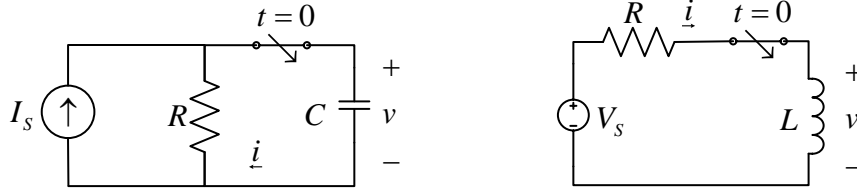
| מעגל RC | מעגל RL | סוג אות |
|---|---|---------|
| $i(t) = \frac{V_0}{R_0} e^{-t/\tau}$ | $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ | זרם |
| $v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$ | $v(t) = L_0 R \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ | מתח |
| $P(t) = \frac{V_0^2}{R_0} e^{-2t/\tau}$ | $P(t) = I_0^2 R \cdot e^{-2t/\tau}$ | הספק |
| $E(t) = \frac{1}{2} C V_0^2 (1 - e^{-2t/\tau})$ | $E(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-2t/\tau})$ | אנרגיה |

קבוע הזמן במעגל RC הוא: $\tau = R_{ea} C$ וקבוע הזמן במעגל RL הוא: $\tau = L / R_{ea}$ כאשר R_{ea} הוא ההתנגדות השקולה שרואה הסליל/הקבל.

התגובה למדרגה של מעגלים מסדר ראשון:

תיאור כללי של מעגלי RC ו-RL:

כאשר סוגרים את המפסק ומקור האנרגיה חוזר למעגל מתקבלת תגובה מדרגה.



משוואות דיפרנציאליות המתקבלות בכל מעגל:

מד"ר ליניארית מסדר ראשון עבור מעגל RL:

$$\left\{ \begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri &= V_s \end{aligned} \right.$$

מד"ר ליניארית מסדר ראשון עבור מעגל RC:

$$\left\{ \begin{aligned} C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} &= I_s \end{aligned} \right.$$

פתרון כללי של המשוואות:

אות זרם במעגל RL:

$$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R} \right) e^{-t/\tau}, \quad \tau = L / R_{ed}$$

אות מתח במעגל RC:

$$v_c(t) = I_s R + (V_0 - I_s R) e^{-t/\tau}, \quad \tau = R_{ed} C$$

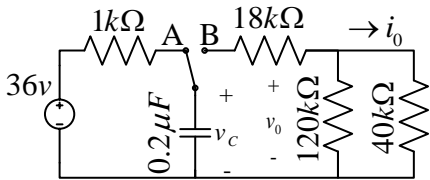
הכללה למשוואת הדפקים:

ניתן לכתוב את הביטויים הזמניים של אות המתח והזרם באופן כללי בצורה הבאה:

$$\text{האות הרצוי} = \text{הערך הסופי של האות (עבור: } t = \infty \text{)} + \left(\begin{array}{c} \text{הערך ההתחלתי של האות} \\ \text{(עבור: } t = t_0 \text{)} \end{array} - \text{הערך הסופי של האות (עבור: } t = \infty \text{)} \right) \times \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right)$$

תרגילים:

1) במעגל שלפניך כל הערכים מופיעים בסכמה החשמלית הבאה:



המפסק נמצא במצב A למשך הרבה זמן.

בזמן $t=0$ מעבירים אותו למצב B באופן מידי.

א. מצא את הביטוי הזמני עבור $v_c(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. מצא את הביטוי הזמני עבור $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$.

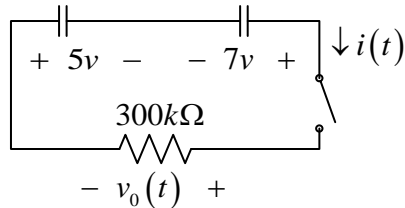
ג. מצא את הביטוי הזמני עבור $i_0(t)$ עבור $t \geq 0$.

ד. חשב את האנרגיה הכוללת שהתפרקה על פני הנגד של $40k\Omega$.

2) במעגל שלפניך כל הערכים מופיעים בסכמה החשמלית הבאה.

ערכי המתח ההתחלתיים של הקבלים מצוינים לידם.

$$C_1 = 30\mu F \quad C_2 = 20\mu F$$



א. מצא את הביטויים הזמניים

של: $v_0(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ עבור $t \geq 0$

ואת $i(t)$ עבור $t \geq 0^+$

ב. מהי האנרגיה ההתחלתית הכוללת האגורה בשני הקבלים?

ג. קבע כמה אנרגיה תהיה בקבלים כאשר $t \rightarrow \infty$.

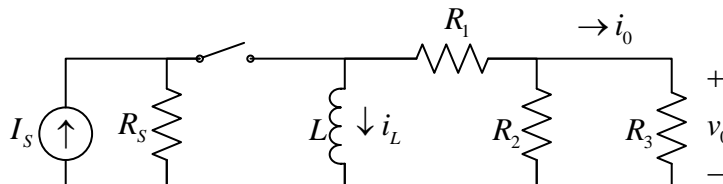
ד. הראה כי האנרגיה שהועברה לנגד שווה להפרש בין

התוצאות שהושגו בסעיפים ב' ו-ג'.

3) במעגל שלפניך נתונים ערכי הרכיבים הבאים:

$$I_s = 20A, \quad R_s = 0.1\Omega, \quad L = 3.3H, \quad R_1 = 2\Omega, \quad R_2 = 5\Omega, \quad R_3 = 20\Omega$$

המפסק היה סגור במשך הרבה זמן וברגע $t=0$ פותחים אותו.



א. מצא ביטוי זמני ל- $i_L(t)$ עבור $t \geq 0$

ב. מצא ביטוי זמני ל- $i_0(t)$ עבור $t \geq 0^+$

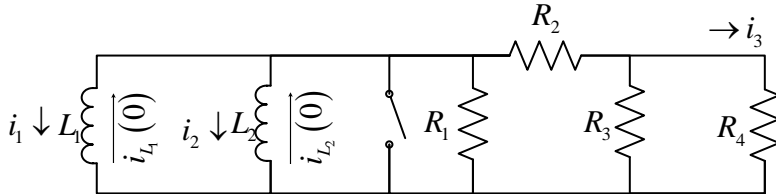
ג. מצא ביטוי זמני ל- $v_0(t)$ עבור $t \geq 0^+$

ד. מצא את האחוז מהאנרגיה הכללית שאגורה בסליל, אשר התפרקה על הנגד R_2 .

4 במעגל שלפניך נתונים ערכי הרכיבים הבאים :

$L_1 = 4H$, $L_2 = 16H$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 40\Omega$, $R_4 = 40\Omega$
 הסלילים L_1, L_2 נטענו מבעוד מועד וכעת מחזיקים את

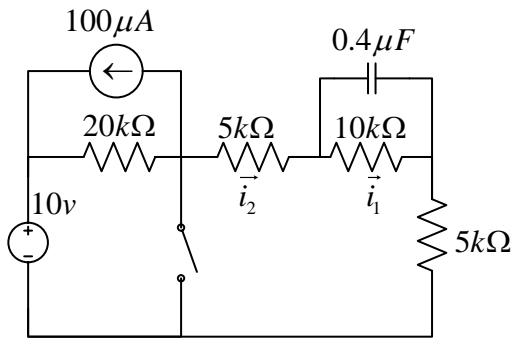
הזרמים : $i_{L_1}(0) = 8A$, $i_{L_2}(0) = 6A$. פותחים את המפסק בזמן $t = 0$.



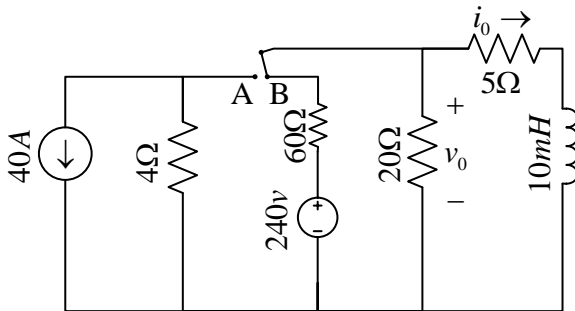
- מצא את ערכי הביטויים הזמניים של i_1, i_2, i_3 עבור $t \geq 0$.
- מהי האנרגיה ההתחלתית האגורה בשני הסלילים יחדיו?
- כמה אנרגיה תהיה בסלילים כאשר $t \rightarrow \infty$?
- הראה כי האנרגיה הכוללת שהועברה לרשת הנגדים שווה להפרש בין התוצאות של סעיפים ב' ו-ג'.

5 במעגל שלפניך נתונים הערכים המופיעים בתרשים .

המפסק נסגר ברגע $t = 0$ לאחר שהיה פתוח במשך הרבה זמן .



- מצא את $i_1(0^-)$ ואת $i_2(0^-)$.
- מצא את $i_1(0^+)$ ואת $i_2(0^+)$.
- הסבר מדוע $i_1(0^-) = i_1(0^+)$.
- הסבר מדוע $i_2(0^-) \neq i_2(0^+)$.
- מצא את $i_1(t)$ עבור $t \geq 0$.
- מצא את $i_2(t)$ עבור $t \geq 0^+$.



6 המפסק במעגל שלפניך היה

במצב A למשך הרבה זמן .

ברגע $t = 0$ העבירו אותו

באופן מידי למצב B .

מצא ביטויים מספריים

עבור $i_0(t)$ ל- $t \geq 0$

ועבור $v_0(t)$ ל- $t \geq 0^+$

תשובות סופיות:

$$v_0(t) = 22.5e^{-104\frac{1}{6}t} [V] \quad t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad v_C(t) = 36e^{-104\frac{1}{6}t} [V] \quad t \geq 0 \quad \text{א. (1)}$$

$$E = 60.75 \mu J \quad \text{ד.} \quad i_0(t) = 562.5e^{-104\frac{1}{6}t} [\mu A] \quad t \geq 0 \quad \text{ג.}$$

$$v_0(t) = 2e^{\frac{t}{3.6}} [V], \quad v_1(t) = 0.8e^{\frac{t}{3.6}} - 5.8 [V], \quad v_2(t) = 1.2e^{\frac{t}{3.6}} + 5.8 [V] \quad t \geq 0 \quad \text{א. (2)}$$

$$i(t) = 6\frac{2}{-}e^{-\frac{t}{3.6}} [\mu A] \quad t \geq 0^+$$

$$E_0(t \rightarrow \infty) = 841 \mu J \quad \text{ג.} \quad E_0 = 865 \mu J \quad \text{ב.}$$

$$i_0(t) = -4e^{-\frac{20}{11}t} [A] \quad t \geq 0^+ \quad \text{ב.} \quad i_L(t) = 20e^{-\frac{20}{11}t} [A] \quad t \geq 0 \quad \text{א. (3)}$$

$$53\frac{1}{-}\% \quad \text{ד.} \quad v_0(t) = -80e^{-\frac{20}{11}t} [V] \quad t \geq 0^+ \quad \text{ג.}$$

$$i_2(t) = -3.2 - 2.8e^{-2.5t} [A] \quad t \geq 0, \quad i_1(t) = 3.2 - 11e^{-2.5t} [A] \quad t \geq 0 \quad \text{א. (4)}$$

$$E = 416 J \quad \text{ב.} \quad i_3(t) = 1.4e^{-2.5t} [A] \quad t \geq 0$$

$$E(t \rightarrow \infty) = 102.4 J \quad \text{ג.}$$

$$i_1(0^+) = -i_2(0^+) = 0.2 mA \quad \text{ב.} \quad i_1(0^-) = i_2(0^-) = 0.2 mA \quad \text{א. (5)}$$

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) \quad \text{ג. הקבל רציף לעניין מתח:}$$

היות והזרם i_1 מאולץ ע"י ממתח הקבל הרי שמתקיים: $i_1(0^-) = i_1(0^+)$
 ד. פעולת המיתוג על רשת נגדים גוררת שינוי מידי בכיוון הזרם ברשת.

$$i_2(0^-) = -i_2(0^+) \quad \text{לכן:}$$

$$i_2(t) = -0.2e^{-500t} [mA] \quad t \geq 0 \quad \text{א.} \quad i_1(t) = 0.2e^{-500t} [mA] \quad t \geq 0 \quad \text{ה.}$$

$$v_0(t) = 15 + 285e^{-2000t} [V] \quad t \geq 0, \quad i_0(t) = 3 - 19e^{-2000t} [A] \quad t \geq 0 \quad \text{ב. (6)}$$

סרטון – ניתוח מתקדם של מעגלים מסדר ראשון:

תזכורת - קשרים כלליים בין מתח ובזרם בקבל ובסליל:

- עבור קבל מתקיים: $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$

כתיבה בצורה האינטגרלית: $v_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(x) dx = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(x) dx + v_0$

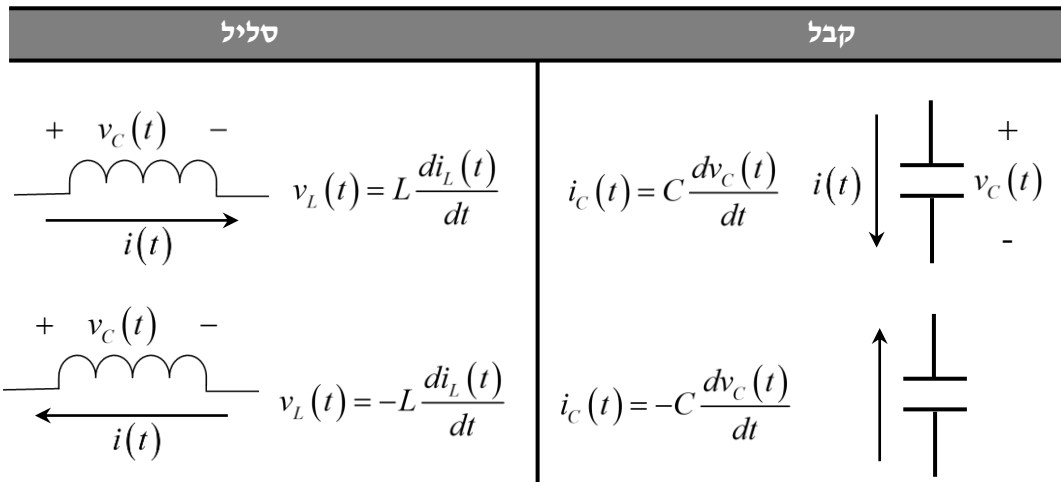
- עבור סליל מתקיים: $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$

כתיבה בצורה האינטגרלית: $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v_L(x) dx = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(x) dx + i_0$

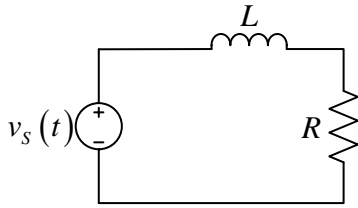
גישת פתרון לשאלות:

- תיאור המקרה - מתבקשים למצוא זרם על פני קבל או מתח על פני סליל.
- פתרון ע"י משוואה אינטגרלית – יש לדעת את ערכי האנרגיה ההתחלתיים בכל רכיב.
 - פתרון ע"י משוואה מתאימה לכל רכיב:
 - נחבר משוואת למציאת אות המתח בקבל או אות הזרם בסליל.
 - נעזר בתכונות:
- $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$ כדי למצוא את אות הזרם בקבל.
- $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ כדי למצוא את אות המתח בסליל.

סימני זרמים ומתחים:



תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא ובו: $L = 6H$, $R = 3\Omega$.

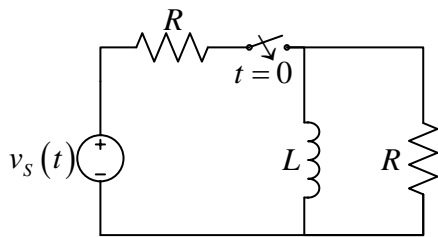
מקור המתח הוא: $v_s(t) = 40e^{-0.1t}u(t)$.

א. כתוב משוואה דיפרנציאלית עבור הזרם במעגל.

ב. מצא את האות $i(t)$ עבור תנאי ההתחלה הבאים:

i. $i(0^+) = 0A$

ii. $i(0^+) = 1A$



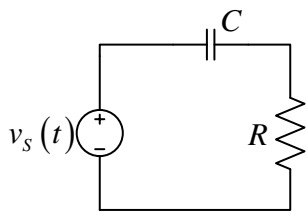
2) במעגל שלפניך המפסק פתוח למשך הרבה זמן.

בזמן $t = 0$ סוגרים אותו. נתון: $R = 4\Omega$, $L = 1H$.

מצא את $v_L(t)$ עבור $t \geq 0$ כאשר מקור המתח

הוא $v_s(t) = 3u(t)$ והזרם בסליל רגע לפני סגירת

המפסק הוא $200mA$.



3) במעגל שלפניך מתח המקור הוא $v_s(t) = 30e^{-25t}u(t)$.

בתחילה הקבל אינו טעון כלל.

נתון: $R = 1.25k\Omega$, $C = 80\mu F$.

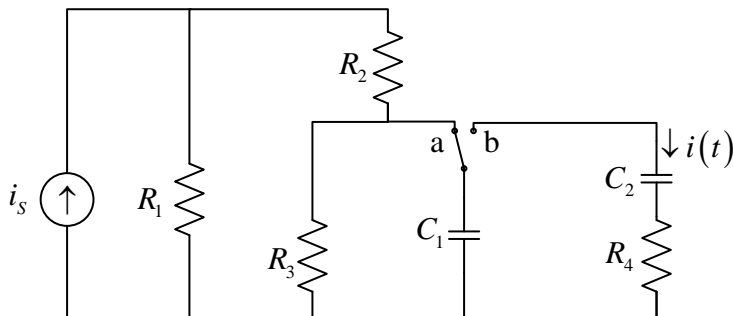
א. מצא את אות הזרם במעגל, $i(t)$, עבור $t \geq 0$.

ב. משנים את ערכי הרכיבים: $R = 2k\Omega$, $C = 20\mu F$.

מתח המקור הוא: $v_s(t) = v_0 \cdot e^{-25t}u(t)$.

מצא את v_0 המקסימלי אם ידוע כי הזרם המירבי בערכו המוחלט חייב

להיות קטן מ- $2.7mA$ לכל $t \geq 0$.



4) במעגל שלפניך המפסק נמצא

במצב a למשך הרבה זמן.

נתונים ערכי הרכיבים:

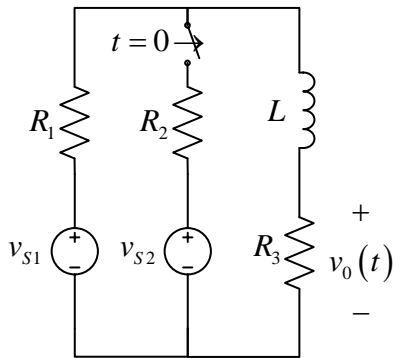
$$i_s = 3A, R_1 = 60\Omega, R_2 = 40\Omega$$

$$R_3 = 80\Omega, R_4 = 2k\Omega$$

$$C_1 = 20\mu F, C_2 = 30\mu F$$

בזמן $t = 0$ מעבירים את המפסק למצב b.

תחת ההנחה כי הקבל C_2 אינו טעון כלל, מצא את הזרם $i(t)$.



5 במעגל שלפניך המפסק סגור במשך הרבה זמן וברגע $t = 0$ פותחים אותו.

נתון: $v_{S1} = 8V$, $v_{S2} = 6V$, $R_1 = 1k\Omega$

$R_2 = 3k\Omega$, $R_3 = 3k\Omega$, $L = 1H$

מצא ביטוי ל- $v_0(t)$.

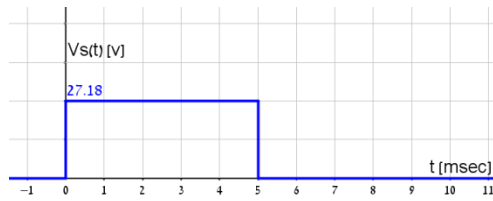
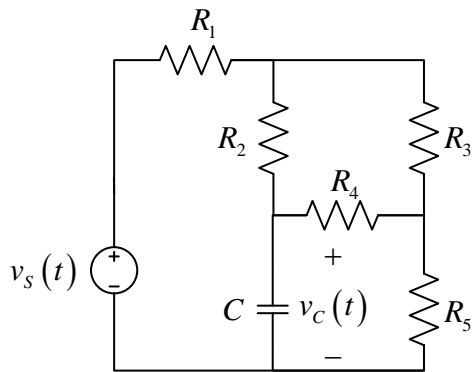
הערה: ניתן לנסח את שאלה זו באופן הבא:

"הוכח כי $v_0(t)$ הוא גודל קבוע לכל $t \geq 0$ ומצא את ערכו".

עיין בסרטון כדי לראות כיצד להוכיח זאת.

6 במעגל שלפניך מכניסים אות פולס כמתואר באיור הסמוך.

נתון: $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $R_3 = 8k\Omega$, $R_4 = 28k\Omega$, $R_5 = 35k\Omega$, $C = 31\mu F$



מצא את אות המתח $v_C(t)$.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } \frac{di}{dt} + \frac{1}{2}i = 6\frac{2}{3}e^{-0.1t}u(t) \quad \text{ב. i. } i(t) = 16\frac{2}{3}[e^{-0.1t} - e^{-2t}]u(t) \quad (1)$$

$$\text{ב. ii. } i(t) = \left[17\frac{2}{3}e^{-0.1t} - 16\frac{2}{3}e^{-2t} \right]u(t)$$

$$\text{ב. } v_L(t) = (-0.4e^{-2t} + 1.5e^{-2t})u(t) \quad (2)$$

$$\text{א. } i(t) = 4[5e^{-25t} - 2e^{-10t}]u(t) \text{ [mA]} \quad \text{ב. } v_0 = 40\text{V} \quad (3)$$

$$i(t) = 40e^{\frac{41}{3}t}u(t) \quad (4)$$

$$v_0(t) = 6\text{V} \quad (5)$$

$$v_C(t) = 21(1 - e^{-5.95t})u(t) - 21(1 - e^{-5.95(t-5m)})u(t-5m) \text{ [V]} \quad (6)$$

סרטון – מד"ר מסדר שני וסוגי פתרונות:

תבנית כללית של מד"ר מסדר שני:

נעסוק במד"ר מהצורה: $y''(x) + ay'(x) + by(x) = cf(x)$ כאשר יש למצוא את $y(x)$ ונתונה פונקציה כלשהי $f(x)$.

בקורס שלנו נעסוק בפונקציות זמניות, ולכן נחליף $x \rightarrow t$ ונכתוב משוואות עבור אות זרם ואות מתח:

| משוואה עבור אות זרם | משוואה עבור אות מתח |
|---|---|
| $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{di(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot i(t) = f(t)$ | $\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot v(t) = f(t)$ |

כאשר $[\alpha] = [\omega_0] = \frac{rad}{sec}$ (בשתי הצורות) הם קבועים שערכם נקבע לפי רכיבי המעגל ו- $f(t)$ הינה פונקציה זמנית כלשהי המתארת התנהגות של אות מתח/זרם.

תנאי ההתחלה של משוואה מסדר שני:

עבור אות מתח: $v(0^+) = v_0 [v]$; $\frac{dv(0^+)}{dt} = v_0' \left[\frac{v}{sec} \right]$

עבור אות זרם: $i(0^+) = i_0 [A]$; $\frac{di(0^+)}{dt} = i_0' \left[\frac{A}{sec} \right]$

משוואה הומוגנית – צורה ודרך הפתרון:

צורת משוואה הומוגנית: $\frac{d^2v(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot v(t) = 0$ (עבור אות מתח).

שלבי הפתרון הם:

1. מוצאים את שורשי הפולינום האופייני: $S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$.

2. מסווגים למקרה המתאים ובחרים את הפתרון ההומוגני $v_h(t)$:

- $\alpha > \omega_0$: במקרה זה יש לנו שני פתרונות ממשיים שליליים $S_{1,2}$.

הפתרון ההומוגני יהיה מהצורה: $v_h(t) = Ae^{-S_1 t} + Be^{-S_2 t}$.

- $\alpha = \omega_0$: במקרה זה יש לנו פתרון אחד והוא: $S_1 = S_2 = S = -\alpha$.

הפתרון ההומוגני יהיה מהצורה: $v_h(t) = Ae^{-St} + Bte^{-St} = e^{-St}(A + Bt)$.

- $\alpha < \omega_0$: נגדיר: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ ונקבל את הפתרונות המרוכבים

הצמודים: $v_h(t) = -\alpha \pm j\omega_d$.

הפתרון יהיה מהצורה: $v_h(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t))$.

3. נמצא את ערכי A ו- B ע"י תנאי ההתחלה:

- נציב ב- $v_h(t)$ את: $v(0^+) = v_0$.

- גזור $v'_h(t)$ ונציב בו את: $\frac{dv(0^+)}{dt} = v'_0$.

- נפתור מערכת משוואות עבור המקדמים.

משוואה לא הומוגנית – דרך פתרון:

1. מנחשים פתרון פרטי:
 - אם קיים פולינום מסדר n ננחש פולינום מסדר n .
 - אם קיים ביטוי מעריכי מהצורה: $f(t) = Ce^{-\alpha t}$ ננחש: $v_p(t) = Ce^{-\alpha t}$.
 - אם קיים ביטוי מעריכי מהצורה: $f(t) = P_n(t)e^{-\alpha t}$ כאשר $P_n(t)$ הוא פולינום מסדר n כלשהו, ננחש: $v_p(t) = Q_n(t)e^{-\alpha t}$ כאשר $Q_n(t)$ גם פולינום מסדר n .
 - אם קיים ביטוי טריגונומטרי מהצורה $f(t) = A \sin(\omega_0 t)$ או $f(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ ננחש: $v_p(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$.
 - אם ישנה התלכדות של גורם הדעיכה, או תדר האוסילציות עם שורשי הפולינום האופייני, נכפיל את הפתרון ב- t .
2. גוזרים את הפתרון הפרטי כדי לקבל את הביטויים עבור: v_p , $\frac{dv_p}{dt}$, $\frac{d^2v_p}{dt^2}$ ומציבים אותם במשוואה כדי למצוא את ערכי המקדמים.
3. כותבים פתרון מלא (הומוגני + פרטי) כאשר לחלק ההומוגני ישנם 2 פרמטרים חדשים!
4. מציבים בפתרון המלא את תנאי ההתחלה הראשון. גוזרים את הפתרון המלא כדי לקבל dv/dt ומציבים בו את תנאי ההתחלה השני. פותרים את מערכת המשוואות עבור מציאת ערכי המקדמים.
5. כותבים פעם נוספת את הפתרון המלא.

תכונות ליניאריות והזזה בזמן:

- אם הפתרון $v_{ZSR}(t)$ מתקבל עבור עירור כניסה $f(t)$ אז:
- $Av_{ZSR}(t)$ הוא הפתרון של מד"ר עבור כניסה של $Af(t)$.
 - $\frac{dv_{ZSR}(t)}{dt}$ הוא הפתרון של מד"ר עבור כניסה של $\frac{df(t)}{dt}$.
 - $\int_{-\infty}^t v_{ZSR}(x) dx$ הוא פתרון של מד"ר עבור כניסה של $\int_{-\infty}^t f(x) dx$.
 - $v_{ZSR}(t-T_0)$ הוא פתרון של מד"ר עבור כניסה של $f(t-T_0)$.

תרגילים:

(1) נתונה המד"ר הבאה: $i'' + 2\alpha \cdot i' + \omega_0^2 \cdot i = 0$ כאשר $\alpha = 2.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

תנאי ההתחלה הם: $i(0^-) = 2A$, $i'(0^-) = 1 \frac{A}{\text{sec}}$.

- א. האם יש למשוואה פתרונות ZIR ו-ZSR? אם כן מצא אותם.
ב. מצא את $i(t)$.

(2) נתונה המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 0$.

א. מצא את $v(t)$ עבור: $\alpha = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

ו- $v(0^-) = 35mv$, $\frac{dv}{dt}(0^-) = -120 \frac{v}{\text{sec}}$.

ב. מצא את $v(t)$ עבור: $\alpha = \omega_0 = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

ו- $v(0^-) = 35mv$, $\frac{dv}{dt}(0^-) = -120 \frac{v}{\text{sec}}$.

(3) מצא את הפתרון של המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = e^{-3t} u(t)$.

אם ידועים: $\alpha = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- $\frac{dv}{dt}(0^-) = 10 \frac{v}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 1v$.

(4) חזור על שאלה 3 עם: $\alpha = \sqrt{6} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = 2.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

(5) נתונה המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 3\delta(t) - e^{-4t} u(t) + \cos(2t) u(t)$.

כמו כן: $\alpha = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- $\frac{dv}{dt}(0^-) = 65 \frac{v}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 1v$.

א. מצא את תנאי ההתחלה עבור $t = 0^+$, כלומר: $v(0^+)$, $\frac{dv}{dt}(0^+)$.

ב. מצא את $v_{ZIR}(t)$, את $v_{ZSR}(t)$.

ג. מצא את $v(t)$.

(6) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 3(u(t) - u(t-10))$

נתון כי : $\omega_0 = 10 \frac{rad}{sec}$, $\alpha = 6 \frac{rad}{sec}$, וכן : $\frac{dv}{dt}(0^-) = -70 \frac{v}{sec}$, $v(0^-) = 2.4v$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $v(t)$.

(7) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = f(t)$ כאשר : $f(t) = \sum_{k=0}^N u(t-k)$

נתון כי : $\omega_0 = 10 \frac{rad}{sec}$, $\alpha = \omega_0$, וכן : $\frac{dv}{dt}(0^-) = -7 \frac{v}{sec}$, $v(0^-) = 1v$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $v(t)$ כתלות ב- N .

(8) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = f(t)$ כאשר : $f(t) = \sum_{k=0}^N \delta(t-k)$

נתון כי : $\omega_0 = 10 \frac{rad}{sec}$, $\alpha = \omega_0$, וכן : $\frac{di}{dt}(0^-) = -7 \frac{A}{sec}$, $i(0^-) = 1A$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $i(t)$ כתלות ב- N .

תשובות סופיות:

1 א. + ב. יש למשוואה רק פתרון ZIR: $i(t) = i_{ZIR}(t) = (-e^{-4t} + 3e^{-t})u(t)$

2 א. $v(t) = e^{-t}(35m \cos 3t - 39.98 \sin 3t)u(t)$

ב. $v(t) = e^{-t}(35m - 119.96t)u(t)$

3 $v(t) = \left(-2\frac{5}{8}e^{-5t} + 3\frac{7}{8}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t}\right)u(t)$

4 $v(t) = \left[e^{\sqrt{6}t} \left(-0.8 \cos \frac{1}{2}t + 26.8 \sin \frac{1}{2}t\right) + 1.8e^{-3t}\right]u(t)$

5 א. $v(0^+) = 1v$, $v'(0^+) = 68 \frac{v}{\text{sec}}$ ב. $v_{ZIR}(t) = [35.5e^{-t} - 34.5e^{-3t}]u(t)$

$v_{ZSR}(t) = \left[\frac{37}{30}e^{-t} - \frac{23}{26}e^{-3t} - \frac{1}{3}e^{-4} + \frac{1}{65}(8 \sin 2t - \cos 2t)\right]u(t)$

ג. $v(t) = \left[36\frac{11}{15}e^{-t} - 35\frac{5}{13}e^{-3t} - \frac{1}{3}e^{-4} + \frac{1}{65}(8 \sin 2t - \cos 2t)\right]u(t)$

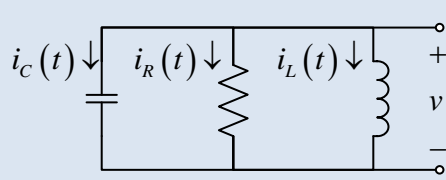
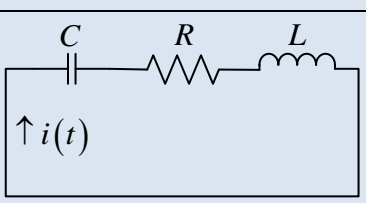
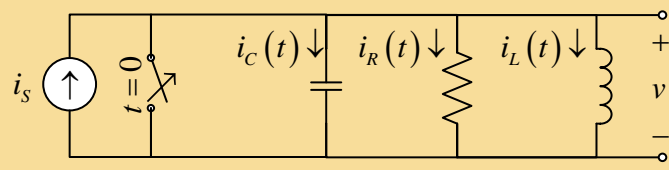
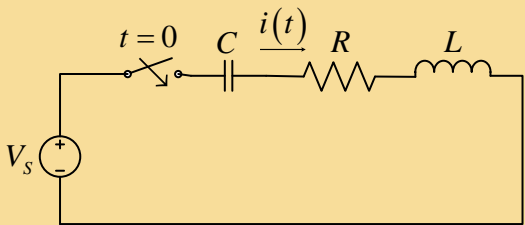
6 $v(t) = [e^{-6t}(2.37 \cos 8t - 6.92 \sin 8t) + 0.03]u(t)$
 $- 3m[e^{-6(t-10)}(7.5 \sin(8(t-10)) - 10 \cos(8(t-10))) + 10]u(t-10)$

7 $v(t) = e^{-10t}(1+3t)u(t) + \sum_{k=0}^N (-e^{-10(t-k)}[0.01+0.1(t-k)]+0.01)u(t-k)$

8 $i(t) = e^{-10t}(1+3t)u(t) + \sum_{k=0}^N (t-k)e^{-10(t-k)}u(t-k)$

סרטון – ייצוג מעגלים מסדר שני ותופעות מעבר:

מודלים של מעגלים מסדר שני:

| סכמה חשמלית | תיאור המעגל |
|---|-----------------------------|
|  | מעגל מקבילי ללא מקור חיצוני |
|  | מעגל טורי ללא מקור חיצוני |
|  | מעגל מקבילי עם מקור חיצוני |
|  | מעגל טורי עם מקור חיצוני |

תיאור מתמטי וההגדרות:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v(t) = 0$$

תבנית כללית של מעגל מקבילי:

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = 0$$

תבנית כללית של מעגל טורי:

קבוע הריסון של המעגל: $\alpha = \frac{1}{2RC}$ - למעגל מקבילי, $\alpha = \frac{R}{2L}$ - למעגל טורי.

תדר התהודה של המעגל: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

יחידות: $[\omega_0] = [\alpha] = \frac{rad}{sec}$

גורם האיכות של המעגל: $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$

שורשי הפולינום האופייני: $S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

התגובה הטבעית של מעגלים מסדר שני:

נחלק את התגובה הטבעית ל-3 מקרים לפי ערכי α, ω_0 :

1. אם: $\alpha > \omega_0$ - ריסון יתר (over damped)

צורת הפתרון: $v(t) = Ae^{-S_1 t} + Be^{S_2 t}$

2. אם: $\alpha = \omega_0$ - ריסון קריטי (critical damped)

צורת הפתרון: $v(t) = (At + B)e^{S t}$

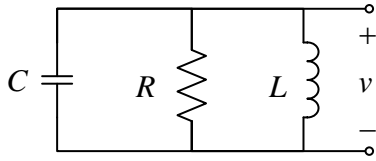
3. אם: $\alpha < \omega_0$ - תת-ריסון (under damped)

צורת הפתרון: $v(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t))$

נגדיר את תדר הקפיצות: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

(Dumped radian frequency)

תרגילים:

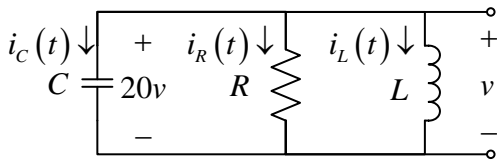


1) לפניך המעגל RLC המקבילי הבא ובו:

$$R = 200\Omega, L = 50mH, C = 0.2\mu F$$

ענה על השאלות הבאות:

- מצא את שורשי המשוואה האופיינית של המעגל.
- מהו סוג הריסון של המעגל?
- חזור על סעיפים א' ו-ב' עם: $R = 312.5\Omega$.
- מצא עבור איזה ערך של R המעגל ימצא בריסון קריטי.



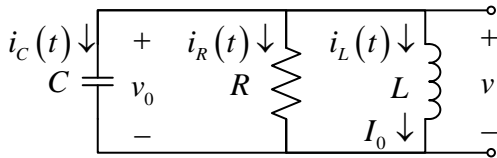
2) לפניך המעגל RLC המקבילי הבא ובו נתון

כי קיבול הקבל הוא: $0.05\mu F$ והמתח ההתחלתי עליו הוא $20v$. כמו כן הזרם ההתחלתי בסליל הוא אפס ואות המתח עבור $t \geq 0$ הוא:

$$v(t) = -5e^{-5000t} + 20e^{-20,000t} [v]$$

ענה על השאלות הבאות:

- מצא את הערכים של R, L, α ו- ω_0 .
- חשב את האותות: $i_R(t), i_L(t), i_C(t)$ עבור $t \geq 0^+$.



3) התגובה הטבעית של המעגל המתואר היא:

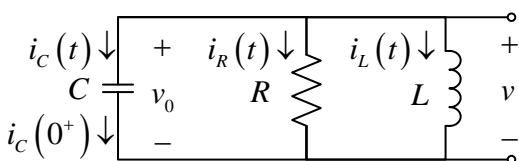
$$v(t) = 150e^{-8000t} (\cos 6000t - 2 \sin 6000t) [v], t \geq 0$$

ערך קיבול הקבל הוא $0.05\mu F$.
מצא את השראות הסליל, L , התנגדות הנגד, R , המתח ההתחלתי, v_0 , הזרם ההתחלתי בסליל, I_0 ואות הזרם בסליל $i_L(t)$ עבור $t \geq 0^+$.

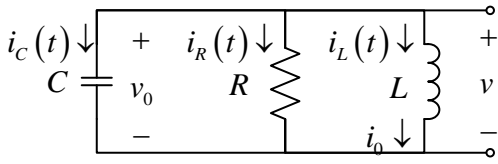
4) המתח ההתחלתי במעגל המתואר בסמוך הוא אפס. דרך הקבל ישנו זרם התחלתי:

$$i_C(t) = A_1 e^{-160t} + A_2 e^{-40t} [A], t \geq 0^+ \quad \cdot i_C(0^+) = 15mA$$

ערך הנגד הוא 200Ω .



- מצא את $\alpha, \omega_0, L, C, A_1$ ו- A_2 .
- מצא את האות $v(t)$ עבור $t \geq 0$.
- מצא את האות $i_R(t)$ עבור $t \geq 0$.
- מצא את האות $i_L(t)$ עבור $t \geq 0$.



5 הנתונים עבור המעגל שלפניך הם:

$$R = 5\Omega, L = 1H, C = 0.1F$$

$$v_0 = 0V, i_0 = -5A$$

א. כתוב את הביטוי של $v(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. מצא את שלושת הערכים הראשונים המקיימים: $\frac{dv}{dt} = 0$

סמן את ערכים אלו ב- t_1, t_2, t_3

ג. הראה כי:

i. $t_3 - t_1 = T_d$

ii. $t_2 - t_1 = 0.5T_d$

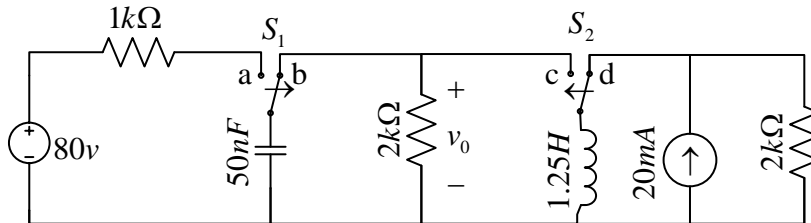
ד. חשב את: $v(t_k)$ לכל $k = 1, 2, 3$

ה. צייר את הגרף של $v(t)$ בתחום $0 \leq t \leq t_2$

ו. כעת מסירים את הנגד R מהמעגל.

מצא את $v(t)$, את התדר שלו ואת האמפליטודה שלו.

6 במעגל שלפניך ישנם שני מפסקים אשר מסונכרנים יחדיו באופן הבא: כאשר מפסק 1 במצב a, המפסק השני במצב d, וכאשר מפסק 1 עובר למצב b, מפסק 2 עובר למצב c. מניחים כי מפסק 1 היה במצב a במשך הרבה זמן. ברגע $t = 0$ מעבירים אותו למצב b.



א. כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$

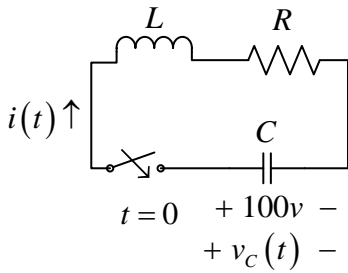
ב. משנים את ערכי הנגד והסליל

$$R = 2.5k\Omega, L = 0.8H$$

כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$

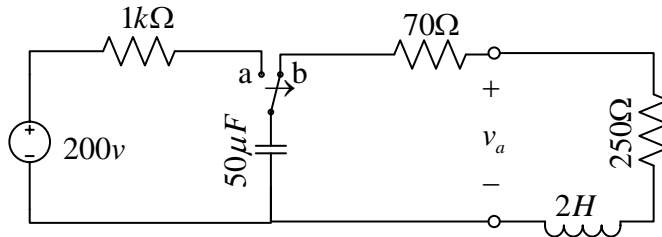
ג. משנים את ערכי הנגד והסליל ל- $R = 1k\Omega, L = 0.2H$

כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$



- 7 במעגל שלפניך סוגרים את המפסק ב- $t = 0$
 ידוע: $R = 560\Omega$, $C = 0.1\mu F$, $L = 0.1H$
 המתח האגור בקבל הוא $v_c(0^-) = 100v$
 מצא את $v_c(t)$ ואת $i(t)$ עבור $t \geq 0$

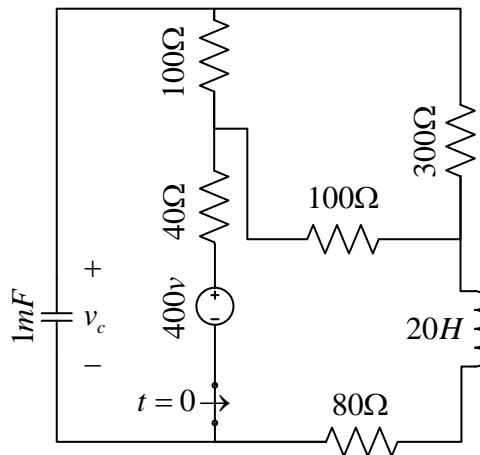
- 8 המפסק במעגל הבא נמצא בנקודה a במשך הרבה זמן. בזמן $t = 0$ מעבירים אותו למצב b כמתואר באיור:



- א. מהם הערכים ההתחלתיים של v_a ושל $\frac{dv_a}{dt}$?

- ב. מצא את $v_a(t)$ עבור $t \geq 0$

- 9 במעגל שלפניך מחזיקים את מפסק סגור במשך הרבה זמן וברגע $t = 0$ פותחים אותו. כל הערכים כתובים בסרטוט. מצא את $v_c(t)$ עבור $t \geq 0$



תשובות סופיות:

א. $S_1 = -5000 \frac{rad}{sec}$, $S_2 = -20,000 \frac{rad}{sec}$. ב. ריסון יתר.

ג. $S_{1,2} = -8000 \pm 6000j \frac{rad}{sec}$. ד. $R = 250\Omega$.

א. $\omega_0 = 10k \frac{rad}{sec}$, $\alpha = 12.5k \frac{rad}{sec}$, $L = 0.2H$, $R = 800\Omega$.

ב. $i_R(t) = [-6.25e^{-5000t} + 25e^{-20,000t}]u(t)$ [mA]

$i_C(t) = [1.25e^{-5000t} - 20e^{-20,000t}]u(t)$ [mA]

$i_L(t) = [5e^{-5000t} - 5e^{-20,000t}]u(t)$ [mA]

$L = 0.2H$, $R = 1.25k\Omega$, $v_0 = 150v$, $I_0 = 30mA$.

$i_L(t) = 195e^{-8000t} (2 \sin 6000t - \cos 6000t)$ mA

א. $A_1 = 20mA$, $A_2 = -5mA$, $C = 25\mu F$, $L = 6.25H$, $\omega_0 = 80 \frac{rad}{sec}$, $\alpha = 100 \frac{rad}{sec}$.

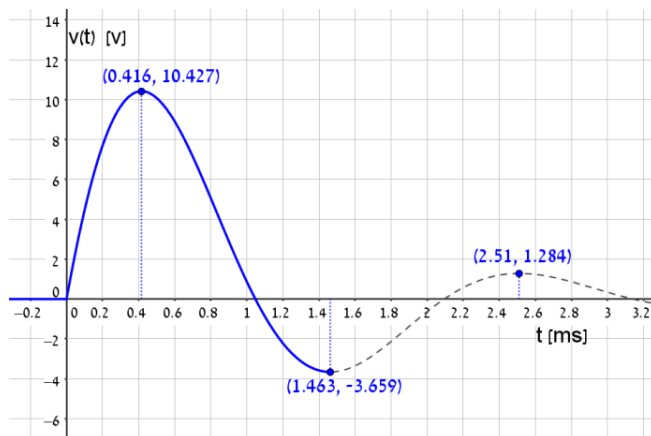
ב. $v(t) = [-5e^{-160t} + 5e^{-40t}]u(t)$ [v]

ג. $i_R(t) = [-25e^{-160t} + 25e^{-40t}]u(t)$ [mA]

ד. $i_L(t) = [5e^{-160t} - 20e^{-40t}]u(t)$ [mA]

א. $v(t) = \left[16 \frac{2}{3} e^{-t} \sin 3t\right]u(t)$ [v] . ב. $t_1 = 416ms$, $t_2 = 1463ms$, $t_3 = 2510ms$.

ג. $v(t_1) = 10.43v$, $v(t_2) = -3.66v$, $v(t_3) = 0.798v$. ד. להלן סרטוט :



א. $f = 0.5Hz$, $A = 15.8v$.

$$v_0(t) = \left[173 \frac{1}{3} e^{-8000t} - 93 \frac{1}{3} e^{-2000t} \right] u(t) \quad [v] \quad \text{א. (6)}$$

$$. v_0(t) = e^{-4000t} (80 \cos(3000t) - 2.25 \sin(3000t)) u(t) \quad [v] \quad \text{ב.}$$

$$. v_0(t) = \left[80 e^{-10^4 t} - 1.2 \cdot 10^6 t e^{-10^4 t} \right] u(t) \quad [v] \quad \text{ג.}$$

$$v_C(t) = \left[100 \cos(9600t) + 29.17 \sin(9600t) \right] e^{-2800t} u(t) \quad [v] \quad \text{(7)}$$

$$. i(t) = 0.104 e^{-2800t} \sin(9600t) u(t) \quad [A]$$

$$v_a = 200v, \quad \frac{dv_a}{dt} = -7000 \frac{v}{\text{sec}} \quad \text{א. (8)}$$

$$. v_a(t) = \left[200 e^{-80t} \cos 60t + 150 e^{-80t} \sin 60t \right] u(t) \quad [v] \quad \text{ב.}$$

$$. v_C(t) = \left[280 e^{-5t} \cos 5t - 120 e^{-5t} \sin 5t \right] u(t) \quad [v] \quad \text{(9)}$$

סרטון – ניתוח מתקדם של מעגלים מסדר שני:

צורת המשוואה הכללית:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 v(t) = f(t) \quad \text{צורת המשוואה הכללית מסדר שני עבור מתחים:}$$

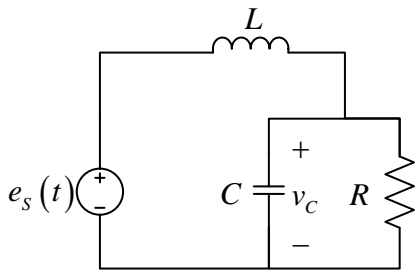
שלבי הפתרון:

- יש לכתוב משוואה דיפרנציאלית המתארת את הקשר שבין מקור הכניסה ומתח מוצא רצוי. כדי לעשות את זה נעזר בחוקי קירכהוף ובקשרים שבין מתח וזרם בקבל ובסליל. לאחר קבלת משוואה שבה הנעלם הוא האות הרצוי (אות מתח או זרם) נסדר לתבנית שלנו.
- נפתור את המשוואה תחת האילוצים הנתונים בשאלה.
- נסיק מסקנות נדרשות או נמצא ערכים של פרמטרים נדרשים.

רציפות תנאי התחלה:

במקרה של כניסת הלם יש לעדכן את תנאי ההתחלה של הנגזרת הראשונה.

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא:

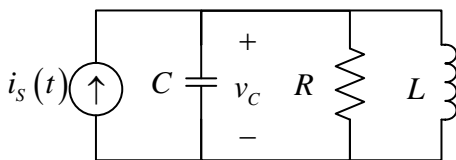
נתון כי: $\alpha = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ $\omega_0 = \sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$
 מקור הכניסה $e_s(t)$ הוא מקור מתח אשר יכול לקבל צורות פולס שונות.

א. כתוב את המשוואה הדיפרנציאלית המתארת

את הקשר שבין מתח הכניסה $e_s(t)$ למתח המוצא הרצוי $v_C(t)$.

ב. מצא את תגובת $v_C(t)$ כאשר מקור הכניסה הוא מדרגה, ז"א: $e_s(t) = u(t)$.

ג. מצא את תגובת $v_C(t)$ כאשר מקור הכניסה הוא רמפה, ז"א: $e_s(t) = tu(t)$.



2) במעגל שלפניך נתונים הערכים הבאים:

$\omega_0 = 20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $Q = \frac{1}{2}$, $R = 25k\Omega$
 מקור הזרם הוא: $i_s(t) = \cos(3t)u(t)$

א. כתוב משוואה דיפרנציאלית המקשרת בין

המתח בקבל $v_C(t)$ לבין זרם המקור $i_s(t)$.

ב. מניחים את תנאי ההתחלה הבאים: $v_C(0^-) = v_0$, $i_L(0^-) = i_0$.

כתוב את פתרון ZIR של המד"ר מסעיף א' (הבע באמצעות v_0, i_0).

ג. מצא את פתרון ZSR של המד"ר מסעיף א' והסבר מה היה משתנה בפתרון

זה אם במקום $i_s(t) = \cos(3t)u(t)$ היה העירור $i_s(t) = \sin(3t)u(t)$.

ד. מצא ערכים v_0, i_0 עבורם לא יהיו גורמים דועכים בתגובה $v_C(t)$.

3) בשאלה זו נתרגל את תכונות הליניאריות של פתרון ZSR.

נתון מעגל כלשהו מסדר שני שבו כל הרכיבים הם ליניאריים וקבועים בזמן.

- ידוע כי עבור כניסת עירור: $i_1(t) = \cos(4t)u(t)$

מתקבלת תגובת ZSR של המוצא: $v_1(t) = [e^{-t} + 3e^{-4t} + \cos(4t + 45^\circ)]u(t)$

- כמו כן עבור עירור של $i_2(t) = 5\cos(4t)u(t)$ מתקבלת התגובה המלאה

הבאה של המעגל: $v_2(t) = [e^{-t} + 6e^{-4t} + 4\cos(4t + 45^\circ)]u(t)$

מצא את תגובת המעגל המלאה $v_3(t)$ עבור עירור של $i_3(t) = 8\cos(4t)u(t)$

4 במעגל RLC מקבילי שבו כל הרכיבים עם ליניאריים וקבועים בזמן ידוע כי עבור עירור של $i_1(t) = \sin(t)u(t)$ מתקבלת התגובה המלאה הבאה:

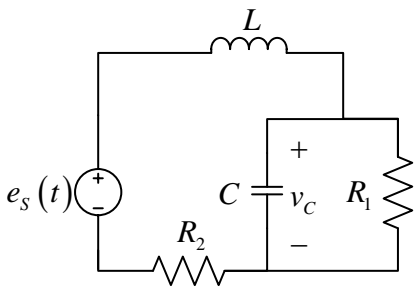
ועבור עירור של $i_2(t) = 3\sin(t)u(t)$ מתקבלת תגובת ZSR הבאה:

$$v_1(t) = \left[e^{-2t} + e^{-3t} + \frac{1}{2}\cos(t) \right] u(t)$$

$$v_2(t) = \left[3e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-3t} + \frac{1}{2}\cos(t) \right] u(t)$$

א. מצא את תגובת המעגל המלאה לעירור: $i_4(t) = \cos(t)u(t)$

ב. מצא את תגובת המעגל המלאה לעירור: $i_5(t) = \cos(t-2)u(t-2)$



5 לפניך המעגל הבא:

מתח המקור מסומן ב- $e_s(t)$ ותגובת המעגל

נמדדת על פני הקבל ומסומנת $v_C(t)$. נתוני הרכיבים הם:

$$R_1 = 4k\Omega, R_2 = 1k\Omega, L = 1kH, C = 0.25mF$$

א. חשב את תגובת המעגל לכניסת הלם, $h(t)$.

ב. חשב את התגובה המלאה להלם תחת תנאי ההתחלה

הבאים: $v_C(0) = 2V, i_L(0^+) = 1mA$

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_C(t)}{dt} + 5v_C(t) = 5e_s(t)$$

$$\text{ב. } v_C(t) = \left[1 - e^{-t} \left(\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \right] u(t) \quad [v]$$

$$\text{ג. } v_C(t) = \left[e^{-t} (0.4 \cos 2t - 0.3 \sin 2t) + t - 0.4 \right] u(t) \quad [v]$$

$$(2) \text{ א. } \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 40 \frac{dv_C(t)}{dt} + 400v_C(t) = 10^6 \frac{di(t)}{dt}$$

$$\text{ב. } v_{ZIR}(t) = e^{-20t} (v_0 - t(10^6 i_0 + 20v_0)) ; t \geq 0$$

$$\text{ג. } v_{ZSR}(t) = 10^3 (2.15 \cos 3t - 7 \sin 3t) - 3.05 \cdot 10^6 t e^{-20t} ; t \geq 0$$

עירור נקבל איבר אחד בפתרון $v_{ZSR}(t)$ ולא תהיה אי רציפות ב-0.

$$\text{ד. } v_0 = 2.15kV, i_0 = -3A$$

$$(3) \text{ א. } v_3(t) = 4e^{-t} + 15e^{-3t} + 7 \cos(4t + 45^\circ) \quad [v]$$

$$(4) \text{ א. } v_4(t) = \left(-2e^{-2t} - 3e^{-3t} - \frac{1}{2} \sin t \right) u(t) \quad [v]$$

$$\text{ב. } v_5(t) = \left(-2e^{-2(t-2)} - 3e^{-3(t-2)} - \frac{1}{2} \sin(t-2) \right) u(t-2) \quad [v]$$

$$(5) \text{ א. } h(t) = 0.4e^{-t} (3 \sin 2t + 4 \cos 2t) u(t)$$

$$\text{ב. } v_C(t) = e^{-t} (5.2 \sin 2t + 3.6 \cos 2t) u(t) \quad [v]$$

תוכן העניינים:

| | |
|------------------|--|
| 193 | מעגלי זרם חילופין: |
| 193 | סרטון – חשבון עם מספרים מרוכבים : |
| 193 | הגדרת המספר המרוכב : |
| 193 | ארבע פעולות חשבון עם מספרים מרוכבים : |
| 194 | תכונות של מספרים צמודים : |
| 194 | מחזוריות של מספר מרוכב : |
| 194 | מישור גאוס והצגה פולרית : |
| 195 | ארבע פעולות חשבון עם מספרים הנתונים בהצגה פולרית : |
| 196 | תרגילים : |
| 198 | תשובות סופיות : |
| 199 | סרטון – מעגלי זרם חילופין : |
| 199 | הגדרה : |
| 199 | עכבה חשמלית : |
| 200 | תרגילים : |
| 204 | תשובות סופיות : |
| 205 | סרטון – דיאגרמה פאזורית : |
| 205 | הגדרה כללית : |
| 206 | תרגילים : |
| 209 | תשובות סופיות : |
| 211 | סרטון – הספקים במעגלי זרם חילופין : |
| 211 | הספק ממוצע : |
| 211 | הספק מרוכב : |
| 212 | גורם ההספק : |
| 214 | העברת הספק מקסימלי ותנאים לעומס ממשי טהור : |
| 215 | תרגילים : |
| 220 | תשובות סופיות : |
| 221 | סרטון – משפטי הרשת במעגלי זרם חילופין : |
| 221 | האדמיטנס : |
| 222 | חיבורי עכבות : |
| 222 | המרת עכבה טורית למקבילית : |
| 222 | המרת כוכב משולש : |
| 223 | המרת מקור מתח חילופין למקור זרם חילופין : |
| 223 | מחלק מתח ומחלק זרם : |
| 223 | גשר וינסטון : |
| 224 | חוקי קירכהוף ושיטות מתחי הצמתים וזרמי החוגים : |

224 : נוסחת מילמן

224 : שקולי תבנין ונורטון

224 : שיטת ההרכבה (סופרפוזיציה)

225 : תרגילים

228 : תשובות סופיות

229 : סרטון – מעגלי תהודה

229 : מעגל תהודה טורי

230 : מעגל תהודה מקבילי

231 : מעגל תהודה מקבילי מעשי

231 : מעגלי תהודה מעורבים

232 : תרגילים

236 : תשובות סופיות

פרק 9

מעגלי זרם חילופין

סרטון – חשבון עם מספרים מרוכבים:

הגדרת המספר המרוכב:

מספר מרוכב z בנוי באופן הבא: $z = a + bj$

כאשר a, b הם מספרים ממשיים ו- $j = \sqrt{-1}$ הנקרא מספר מדומה.

a נקרא החלק הממשי של z ויסומן: $\operatorname{Re}\{z\} = a$

b נקרא החלק המדומה של z ויסומן: $\operatorname{Im}\{z\} = b$

מספר ללא חלק מדומה יקרא ממשי טהור ומספר ללא חלק ממשי יקרא מדומה טהור.

המספר הצמוד:

המספר הצמוד ל- $z = a + bj$ הוא $\bar{z} = a - bj$.

ארבע פעולות חשבון עם מספרים מרוכבים:

נתייחס לשני מספרים: $z_1 = a + bj$, $z_2 = c + dj$

1. חיבור יתבצע ע"י חיבור החלקים הממשיים של שני המספרים וחיבור החלקים

המדומים של שני המספרים באופן הבא: $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)j$

2. חיסור יתבצע ע"י חיסור החלקים הממשיים של שני המספרים וחסור החלקים

המדומים של שני המספרים באופן הבא: $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)j$

3. כפל יתבצע ע"י פתיחת סוגריים: $z_1 \cdot z_2 = (a + bj)(c + dj) = ac - bd + (bc + ad)j$

4. חילוק יתבצע ע"י כפל במספר הצמוד של המכנה באופן הבא:

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_1} = \frac{c + dj}{a + bj} \frac{a - bj}{a - bj} = \frac{(c + dj)(a - bj)}{a^2 + b^2} = \frac{ac + bd + (ad - bc)j}{a^2 + b^2} = \frac{ac + bd}{a^2 + b^2} + j \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}$$

תכונות של מספרים צמודים:

1. סכום מספרים צמודים הוא ממשי טהור:

$$z + \bar{z} = a + bj + a - bj = 2a = 2 \operatorname{Re}\{z\}$$
2. הפרש מספרים צמודים הוא מדומה טהור:

$$z - \bar{z} = a + bj - a + bj = 2bj = 2 \operatorname{Im}\{z\}$$
3. מכפלת מספרים צמודים היא ממשית טהורה:

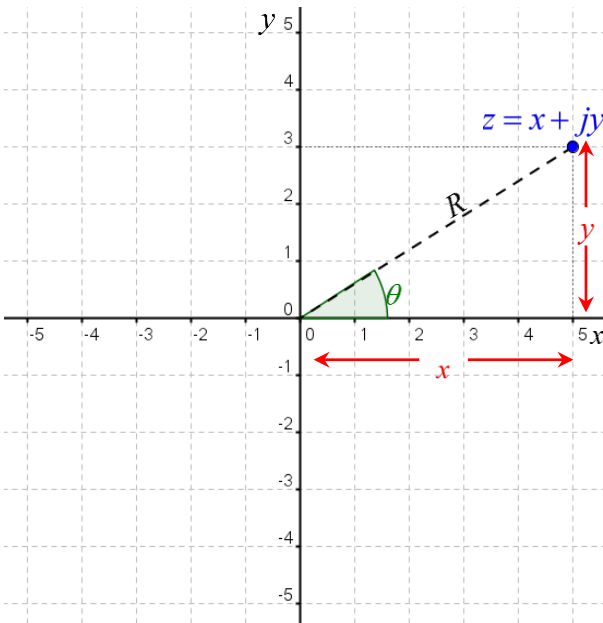
$$z \cdot \bar{z} = (a + bj)(a - bj) = a^2 + b^2$$

מחזוריות של מספר מרוכב:

ההתנהגות המחזורית של j היא: $j^0 = 1, j^1 = j, j^2 = -1, j^3 = -j$.
 באופן כללי נאמר כי עבור n מתקיים: $j^{4n} = 1, j^{4n+1} = j, j^{4n+2} = -1, j^{4n+3} = -j$.

מישור גאוס והצגה פולרית:

נציג מספר מרוכב: $z = x + jy$ במערכת צירים שבה: $x = \operatorname{Re}\{z\}, y = \operatorname{Im}\{z\}$.



נוסחאות מעבר:

מעבר מהצגה קרטזית להצגה פולרית:

$$R = \sqrt{|z|^2} = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

מעבר מהצגה פולרית להצגה קרטזית:

$$x = R \cos \theta, \quad y = R \sin \theta$$

ארבע פעולות חשבון עם מספרים הנתונים בהצגה פולרית:

נרשום מספר מרוכב בכל אחת מהצורות הבאות: $z = x + yj = R \operatorname{cis} \theta = R \angle \theta$

כאשר: $\cos \theta + j \sin \theta = \operatorname{cis} \theta$.

נתייחס לשני המספרים הבאים: $z_1 = r_1 \cdot \operatorname{cis} \theta_1$, $z_2 = r_2 \cdot \operatorname{cis} \theta_2$

1. מכפלתם תחושב: $z_1 z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot \operatorname{cis}(\theta_1 + \theta_2) = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$

2. מנתם תחושב: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{cis}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$

3. העלאה בחזקת n תתבצע: $(z_1)^n = r_1^n \cdot \operatorname{cis}(n\theta_1) = r_1^n \angle n\theta_1$

4. הוצאת שורש מסדר n -י תתבצע: $\sqrt[n]{z_1} = z_1^{\frac{1}{n}} = r_1^{\frac{1}{n}} \cdot \operatorname{cis}\left(\frac{\theta_1}{n}\right) = r_1^{\frac{1}{n}} \angle \frac{\theta_1}{n}$

תרגילים:

1 נתונים שני המספרים המרוכבים הבאים: $z_1 = 4 + 2j$, $z_2 = -5 + j$.

א. מצא את הגדלים הבאים: $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$.

ב. מצא את הגדלים הבאים: $3z_1 - 2j \cdot z_2$, $-4z_1 + (j-1)z_2$.

ג. כתוב את המספרים הצמודים: \bar{z}_1 , \bar{z}_2 .

ד. חשב את תוצאות החילוק הבאות: $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{\bar{z}_2}{z_1 + 3z_2}$, $z_1 \parallel z_2$.

ה. חשב את הגודל הבא: $z_2^2 - \bar{z}_1^2$.

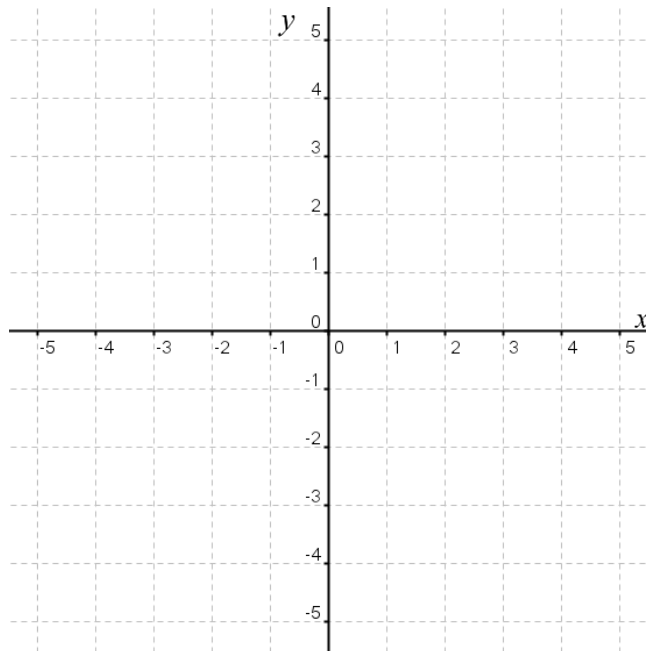
2 פתור את המשוואה הריבועית הבאה: $z^2 + 2z + 10 = 0$ (z מרוכב).

3 לפניך מספרים מרוכבים הנתונים בהצגה קרטזית.

$$z_1 = 3 + 4j, z_2 = -4 - j, z_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(j+3), z_4 = -2j$$

א. צייר אותם על מישור גאוס.

ב. מצא את הצגתם הפולרית.



4 העבר את המספרים המרוכבים הבאים להצגתם הקרטזית:

$$z_1 = 4\text{cis}30^\circ, z_2 = 5\text{cis}(-45^\circ), z_3 = 12\text{cis}\frac{\pi}{3}, z_4 = \frac{1}{2}\text{cis}\frac{\pi}{2}, z_5 = 16\text{cis}390^\circ$$

(5) נתונים המספרים הבאים: $z_1 = 311 \angle 30^\circ$, $z_2 = 110 \angle -45^\circ$.

א. מהי תוצאת המכפלה: $z_1 \cdot z_2$?

ב. מהי תוצאת המנה: $\frac{z_1}{z_2}$?

ג. חשב את הגדלים הבאים: $(z_1)^5$, $(z_2)^8$.

ד. חשב את הגודל הבא: $\sqrt[3]{z_1} - \sqrt[3]{z_2}$.

(6) נתונים המספרים המרוכבים הבאים: $z_1 = 3 + yj$, $z_2 = 12 - 5j$, y משתנה.

א. מצא את y עבורו מתקיים: $|z_1| = |z_2|$.

ב. מצא את y עבורו מתקיים: $\arg(z_1) = \arg(z_2)$.

ג. מצא את y עבורו המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מרוכב עם פאזה של 45° .

ד. נתון גם: $z_3 = \frac{1}{2x} + (y^2 + 1)j$, x, y משתנים.

מצא את x, y עבורם מתקיים: $z_1 + z_2 = z_3$.

(7) נתון המספר המרוכב: $z = R \angle \theta$

הוכח את הטענות הבאות:

א. המספר \bar{z} הוא בעל אותו הגודל וזווית הפוכה בסימן ביחס ל- z .

ב. המספר $\frac{1}{z}$ הוא בעל אותה הפאזה כמו \bar{z} .

ג. המספר z^n יהיה ממשי או מדומה טהור לכל n רק אם: $\theta = 90^\circ k$ כאשר k טבעי.

ד. המשוואה: נכונה רק אם: $\arg\{z_2\} = -\theta$, $|z_2| = R^3$

$$\frac{1}{(\bar{z})^2} \cdot z_2 = z$$

(8) הראה את קיום הטענות הבאות:

א. עבור שני מספרים: $z_1 = z_2 = R + jX$ מקבלים: $z_1 \parallel z_2 = \frac{1}{2}(R + jX)$.

ב. מגדירים את המספר z_T השווה למכפלת N המספרים: $z_k = R_k \angle \theta_k$, $1 \leq k \leq N$.

$$\theta_T = \arg(z_T) = \sum_{k=1}^N \theta_k$$

ג. נתונים N המספרים: $z_k = R_k \angle \theta_k$, $1 \leq k \leq N$.

ו- M המספרים: $y_m = r_m \angle \varphi_m$, $1 \leq m \leq M$.

$$z_T = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_N}{y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_M}$$

הראה כי: $\theta_T = \arg(z_T) = \sum_{k=1}^N \theta_k - \sum_{m=1}^M \varphi_m$

תשובות סופיות:

א. $z_1 + z_2 = -1 + 3j$; $z_1 - z_2 = 9 + j$; $z_1 \cdot z_2 = -22 - 6j$ (1)

ב. $3z_1 - 2jz_2 = 14 + 16j$; $-4z_1 + (j-1)z_2 = -12 - 14j$

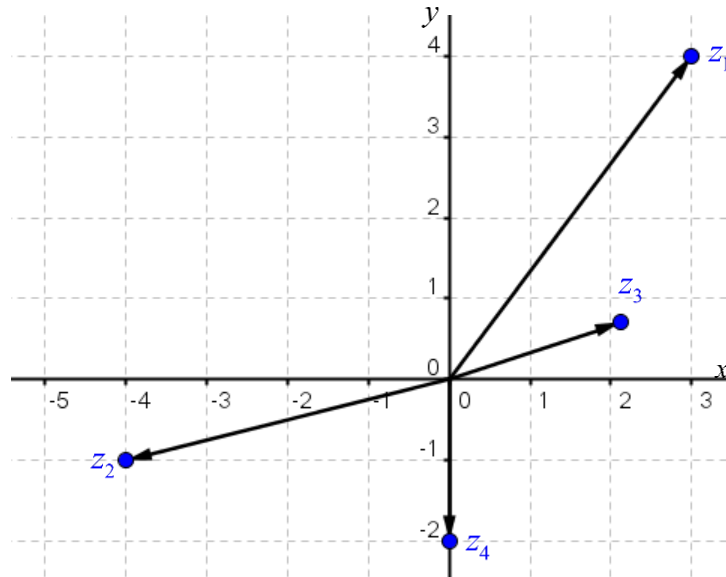
ג. $\bar{z}_1 = 4 - 2j$; $\bar{z}_2 = -5 - j$

ד. $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{9}{13} - \frac{7}{13}j$; $\frac{\bar{z}_2}{z_1 + 3z_2} = \frac{25}{73} + \frac{18}{73}j$; $z_1 \parallel z_2 = \frac{2}{5} + 7\frac{1}{5}j$

ה. $z_2^2 - \bar{z}_1^2 = 12 + 6j$

ו. $z_{1,2} = -1 \pm 3j$ (2)

א. (3)



ב. $z_1 = 5\text{cis}53.13^\circ$; $z_2 = \sqrt{17}\text{cis}194.03^\circ$; $z_3 = \sqrt{5}\text{cis}18.43^\circ$; $z_4 = 2\text{cis}270^\circ$

ג. $z_1 = 2\sqrt{3} + 2j$, $z_2 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}j$, $z_3 = 6 + 6\sqrt{3}j$, $z_4 = \frac{1}{2}j$, $z_5 = 8\sqrt{3} + 8j$ (4)

א. $z_1 \cdot z_2 = 34210 \angle -15^\circ$ (5)

ב. $\frac{z_1}{z_2} = 2.827 \angle 75^\circ$

ג. $(z_2)^8 = 110^8$, $(z_1)^5 = 311^5 \angle 150^\circ$, $\sqrt[3]{z_1} - \sqrt[3]{\bar{z}_2} = 2.044 - 0.064j$ ד.

א. $y = \pm\sqrt{160}$ (6)

ב. $y = -1.25$

ג. $y = 7\frac{2}{7}$

ד. אין פתרונות.

סרטון – מעגלי זרם חילופין:

הגדרה:

מעגל שבו קיים מקור חשמלי אחד או יותר אשר מספקים זרם או מתח סינוסיים נקרא **מעגל זרם חילופין**.



הסימון של מקור מתח הוא באופן הבא:
התבנית של מקור מתח היא: $U(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)$.



הסימון של מקור זרם הוא באופן הבא:
התבנית של מקור זרם היא: $I(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$.

עכבה חשמלית:

עכבה חשמלית (אימפדנס חשמלי) היא ההתנגדות הכוללת של מעגל חשמלי שבו זורם זרם חילופין. העכבה החשמלית נמדדת ביחידות של אוהם (Ω).

את העכבה מסמנים: $Z = R + jX$.

R נקרא **החלק ההתנגדתי** ומייצג את ההתנגדות האוהמית.

X נקרא **החלק הריאקטיבי (Reactive)** ומייצג את היגב העכבה (הריאקטנס - Reactance).

עכבות של נגד, קבל וסליל:

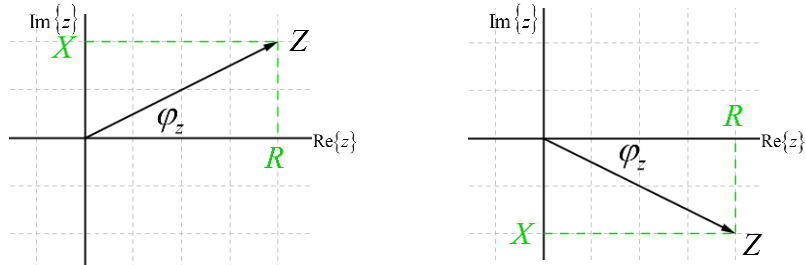
| רכיב חשמלי | עכבה Z (אימפדנס) | היגב X (ריאקטנס) |
|------------|-------------------------|-----------------------|
| נגד | R | 0 |
| קבל | $-j \frac{1}{\omega C}$ | $-\frac{1}{\omega C}$ |
| סליל | $j\omega L$ | ωL |

תכונות:

1. בנגד המתח והזרם הם בעלי אותה הפאזה, כלומר אין ביניהם הפרש פאזה כלל.
2. בקבל הזרם מקדים את המתח ב- 90° .
3. בסליל המתח מקדים את הזרם ב- 90° .

סרטוט עכבות (משולש עכבות) וקביעת אופי המעגל:

נתייחס לעכבה כאל מספר הנמצא במישור גאוס באופן הבא:



נסמן ב- φ_z את הזווית של העכבה ונאמר:

1. עבור: $0^\circ < \varphi_z < 90^\circ$ לעכבה (ולמעגל) יש אופי השראותי.

2. עבור: $-90^\circ < \varphi_z < 0^\circ$ לעכבה (ולמעגל) יש אופי קיבולי.

נוסחאות למציאת גודל העכבה והזווית:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \varphi_z = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$$

תרגילים:

1) נתון מקור מתח: $U = 25 \angle 80^\circ \text{ v}$ במעגל שבו הזרם השקול הוא $I = 14 \angle 15^\circ \text{ A}$.
תדר מקור המתח הוא 50 Hz .

- א. רשום את משוואות הערך הרגעי של מקור המתח והזרם במעגל.
- ב. חשב את העכבה הכללית של המעגל וציין איזה אופי יש לעכבה.

2) במעגל חשמלי שבו מקור מתח חילופין, נתון: $U_{\text{eff}} = 20 \text{ v}$ ו- $f = 120 \text{ Hz}$.

ידוע כי לאחר 2 msec המתח הנמדד הוא 20 v , ז"א: $U(t = 2 \text{ msec}) = 20 \text{ v}$.

- א. חשב את זווית המופע של מקור המתח.
- ב. חשב את הזרם בעכבה של $Z = (4 + 5j) \Omega$ המחוברת למקור המתח הני"ל.
- ג. מהו הפרש המופע במעגל הנתון?

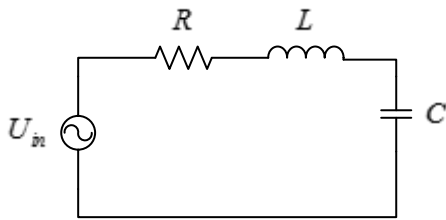
- (3)** מחברים בטור את שני מקורות המתח חילופין הבאים :
 $U_1(t) = \sqrt{800} \cdot \cos(\omega t + 32^\circ) \text{ V}$, $U_2(t) = \sqrt{1250} \cdot \cos(\omega t + 78^\circ) \text{ V}$
 המקורות מחוברים לעכבה Z ובה נמדד זרם : $I = 5 \angle 36.86^\circ \text{ A}$
 א. חשב את מקור המתח השקול.
 ב. חשב את עכבת המעגל.
- (4)** שאלה זו מתמקדת בעכבה מדומה טהורה המורכבת מסליל וקבל בלבד.
 ענה על שני הסעיפים הבאים :
 א. למקור מתח של $U = 24 \angle 45^\circ \text{ V}$ בעל תדירות 50 Hz חובר סליל.
 חשב את ערך השראות הסליל לקבלת זרם של $12 \angle -45^\circ \text{ A}$.
 ב. למקור מתח של $U = 120 \angle 32^\circ \text{ V}$ בעל תדירות 1698.51 Hz חובר קבל.
 חשב את ערך קיבול הקבל לקבלת זרם של $32 \angle 122^\circ \text{ A}$.
- (5)** קבע לגבי כל אחת מהעכבות הנתונות מאיזה רכיבים היא מורכבת וסרטט אותה במישור המרוכב. נתון כי תדר הפעולה הוא 60 Hz .
 א. $Z = (6.5 + 4j) \Omega$
 ב. $Z = (6.5 - 4j) \Omega$
 ג. $Z = -32.2j \Omega$
 ד. $Z = \sqrt{500}j \Omega$
 ה. $Z = 45 \Omega$
- (6)** במעגל בעל מקור מתח $U = 35 \angle 56^\circ \text{ V}$ ותדירות של 4 kHz נמדד זרם של $7 \angle 78^\circ \text{ A}$. חשב את העכבה השקולה של המעגל ופרט את מרכיביה.
- (7)** מחברים נגד של 12Ω בטור לקבל של $27.69 \mu\text{F}$ ומזינים אותם ע"י מקור מתח של $U = 25 \angle 0^\circ \text{ V}$. הזרם שנמדד במעגל הוא $0.962 \angle 62.477^\circ \text{ A}$. מצא את תדר המעגל.
- (8)** במעגל בעל מקור מתח $U = 50 \angle 68^\circ \text{ V}$ ותדירות של 50 Hz נמדד זרם $2 \angle 97^\circ \text{ A}$.
 א. חשב את עכבת המעגל ואת מרכיביה.
 ב. שינו את הקבל בעכבה לערך חדש של $60 \mu\text{F}$.
 לאיזה תדר יש לשנות במעגל על מנת לשמור על עוצמת הזרם הנתונה?

9) לפניך משוואות המתח והזרם הכללי שנמדדו במעגלים שונים:

A : $I(t) = 3 \sin(377t - 10^\circ) A$, $U(t) = 60 \sin(377t + 50^\circ) v$

B : $I(t) = 10 \cos(200t + 25^\circ) A$, $U(t) = 25 \cos\left(200t + \frac{\pi}{9}\right) v$

- קבע עבור כל זוג מי האות המקדים ומי האות המאחר.
- מצא את אופי המעגל בכל אחד מהמקרים.
- חשב את רכיבי העכבה הכללית של המעגל.



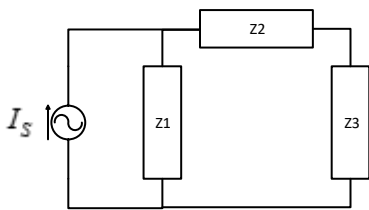
10) לפניך המעגל הבא:

- נתון: $R = 1k\Omega$, $X_L = 5k\Omega$, $X_C = -6k\Omega$
 כמו כן הזרם הוא $10 \angle 0^\circ mA$
 מצא את מתח המקור של המעגל U_{in} .

11) במעגל הבא נתון מקור זרם: $I_S(t) = \sqrt{8} \cos(400t + 30^\circ) A$

ערכי העכבות הם:

$Z_1 = (2 + 2j)\Omega$, $Z_2 = (4 - 4j)\Omega$, $Z_3 = (2 + 7j)\Omega$



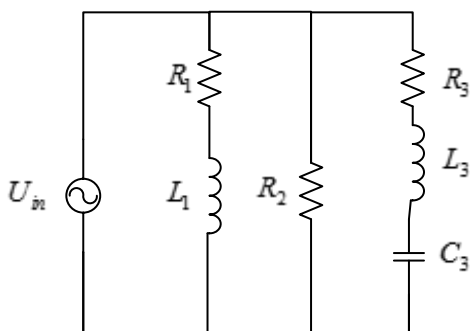
- חשב את הזרמים בכל עכבה.
- חשב את המתח על מקור הזרם.
- צמצם את המעגל לעכבה אחת ופרט את מרכיביה.

12) לפניך המעגל הבא:

נתון כי: $U_{in} = 200 \angle 0^\circ v$, $f = 50 Hz$, $R_1 = 12\Omega$

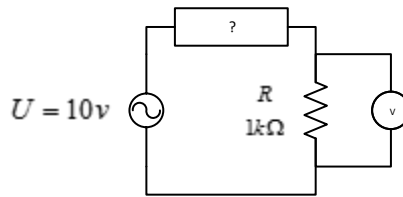
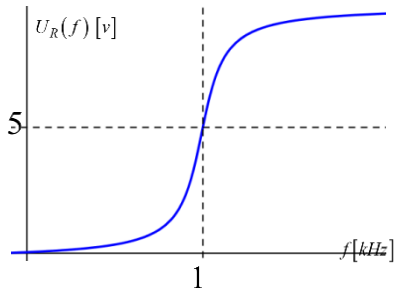
$R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 30\Omega$, $L_1 = 51mH$

$L_3 = 95.8mH$, $C_3 = 79.5\mu F$



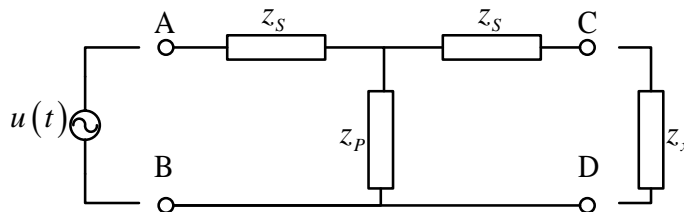
- חשב את העכבה הכללית של המעגל ואת אופי המעגל.
- חשב את הזרם השקול של המעגל.
- חשב את הזרמים בכל ענף במעגל.

13) מקור המתח שבאיור הוא מחולל-אות, המפיק מתח חילופין שעוצמתו קבועה ואת התדר שלו אפשר לשנות בתחום רחב. המלבן המסומן באיור מציין רכיב מסוים שתכונתו החשמלית יכולה להיות התנגדות, השראות או קיבול. אל הרכיב הזה חיברו נגד בטור, ואת שניהם חיברו למקור המתח כמתואר. מד המתח המחובר חיבור מקבילי להדקי הנגד הוא מד-מתח להלכה (מד מתח שהעכבה שלו גדולה מאוד ואינה משפיעה כלל על תוצאות המדידה). בגרף שלפניך מוצגות תוצאות המדידה של מד המתח כתלות בתדר מקור המתח.



- א. מה התכונה החשמלית של הרכיב שבמלבן?
 ב. מה הגודל של התכונה החשמלית?

14) באיור הסמוך נתונה רשת בה A ו-B הם הדקי המבוא, C ו-D הם הדקי המוצא. אות מתח המקור הוא: $u(t) = 50 \sin(100\pi t) \text{ v}$. לאחר שבין הדקי המוצא CD מחברים עכבה z_x מתברר שעכבת המבוא של הרשת, בין ההדקים AB, שווה אף היא ל- z_x .



- א. יש לבטא את z_x באמצעות z_p ו- z_s .
 ב. מסמנים ב- z_0 את עכבת המבוא של הרשת כאשר לא מחובר עומס כלשהו בין הדקי המוצא. מסמנים ב- z_k את עכבת המבוא של הרשת כאשר מחברים מקצר בין הדקי המוצא. יש להוכיח שניתן לבטא את z_x שחושבה בסעיף א' ע"י: $z_x = \sqrt{z_0 z_k}$.
 ג. מהם ערכי מרכיבי העכבה z_x (ההתנגדות והקיבול או ההשראות המחוברים ביניהם בטור) אם נתונים ערכי העכבות: $z_s = 20 \angle 30^\circ \Omega$, $z_p = 40 \angle -60^\circ \Omega$?

תשובות סופיות:

- (1) א. $U(t) = 25 \sin\left(100\pi t + \frac{4\pi}{9}\right) \text{V}$, $I(t) = 14 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) \text{A}$.
 ב. $Z = (0.752 + 1.613j) \Omega$, לעכבה אופי השראותי.
- (2) א. -41.4° . ב. $4.41 \angle -94.54^\circ \text{A}$. ג. 53.14° .
- (3) א. $U_T = 58.64 \angle 57.7^\circ \text{V}$. ב. $Z = (10.96 + 4.172j) \Omega$.
- (4) א. $L = 6.36 \text{mH}$. ב. $C = 24.98 \mu\text{F}$.
- (5) א. $R = 6.5 \Omega$, $L = 10.6 \text{mH}$. ב. $R = 6.5 \Omega$, $C = 633 \mu\text{F}$.
 ג. $C = 82.37 \mu\text{F}$. ד. $L = 59.3 \text{mH}$. ה. $R = 45 \Omega$.
- (6) נגד וקבל בערכים הבאים: $R = 4.639 \Omega$, $C = 21.27 \mu\text{F}$.
- (7) 250Hz .
- (8) א. $R = 21.865 \Omega$, $C = 262 \mu\text{F}$. ב. 218Hz .
- (9) א. A: U מקדים את I , B: I מקדים את U .
 ב. למעגל A אופי השראותי ולמעגל B אופי קיבולי.
 ג. A: $R = 10 \Omega$, $L = 45.94 \text{mH}$; B: $R = 2.49 \Omega$, $C = 22.94 \text{mF}$.
- (10) $U_{in} = 14.14 \angle -45^\circ \text{V}$.
- (11) א. $I_1 = 2 \angle 24.5^\circ \text{A}$, $I_2 = I_3 = 0.852 \angle 43^\circ \text{A}$. ב. $U_S = 5.65 \angle 69.5^\circ \text{V}$.
 ג. $Z_T = (1.54 + 1.27j) \Omega$, מרכיבים: $R = 1.54 \Omega$, $L = 3.2 \text{mH}$.
- (12) א. $Z_T = (9.35 + 3.29j) \Omega$ - למעגל אופי השראותי.
 ב. $I_T = 20.16 \angle -19.37^\circ \text{A}$.
 ג. $I_1 = 10 \angle -53.13^\circ \text{A}$, $I_2 = 5 \text{A}$, $I_3 = 7.06 \angle 18.33^\circ \text{A}$.
- (13) א. קבל . ב. 91.89nF .
- (14) א. $z_x = \sqrt{z_S^2 + 2z_P z_S}$. ב. הוכחה. ג. $C = 564.6 \mu\text{F}$, $R = 40.21 \Omega$.

סרטון – דיאגרמה פאזורית:

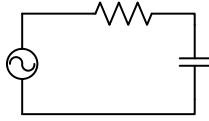
הגדרה כללית:

דיאגרמה פאזורית (דיאגרמת מחוגים) מתארת את הגודל והפאזה של כל אחד מהגדלים הרצויים בתוך המישור המרוכב. נסרטט דיאגרמה פאזורית תוך שימוש בקשרים שבין הזרמים והמתחים הנופלים על פני הרכיבים שהכרנו באופן הבא:

| רכיב חשמלי | יחסים בין זרם למתח |
|------------|----------------------------------|
| נגד | הזרם והמתח באותה הפאזה |
| סליל | המתח מקדים את הזרם ב- 90° |
| קבל | הזרם מקדים את המתח ב- 90° |

חיבור גדלים פאזוריים יתבצע לפי עיקרון החיבור של מספרים מרוכבים. כלומר ערך החיבור: $Y = Y_1 + Y_2$ יניב פאזור שגודלו $|Y| = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2}$ והפאזה שלו היא $\arg(Y) = \tan^{-1} \frac{Y_2}{Y_1}$.

תרגילים:

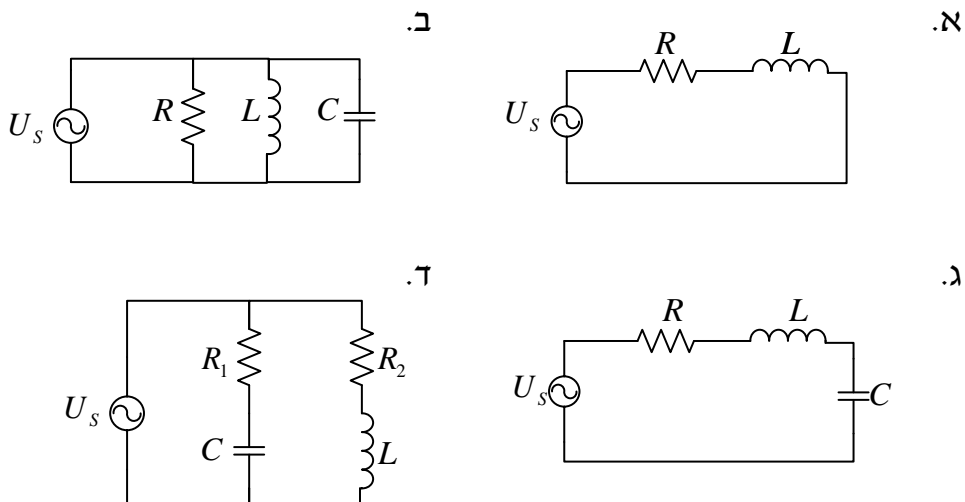


1) בשאלה זו נאמת את החישובים במעגלים פשוטים באמצעות דיאגרמה פאזורית. במעגל הבא ישנו נגד 100Ω וקבל $5\mu F$.

מקור המתח מספק מתח חילופין של $40\angle 0^\circ v$ ועובד בתדירות של $\omega = 1k \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

- צייר דיאגרמה פאזורית המתארת את כל הזרמים במעגל.
- מצא את הזרם השקול במעגל והיעזר בדיאגרמה שעשית בסעיף א' למציאת הזרמים שעוברים דרך הנגד והקבל.

2) סרטט דיאגרמות פאזוריות איכותיות (ללא חישובים) לכל אחד מהמעגלים הבאים. כלול בדיאגרמות את הזרמים בכל רכיב והתייחס למתח המקור כאל מתח הייחוס.



3) נתונים המתחים הבאים הנמצאים במעגל טורי:

$$U_1(t) = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t) v, \quad U_2(t) = 4\sqrt{2} \sin(100\pi t - 30^\circ) v$$

$$U_3(t) = 6\sqrt{2} \sin(100\pi t + 30^\circ) v$$

סרטט את שלושת אותות הכניסה בדיאגרמה פאזורית אחת.

4) נתונים הזרמים הבאים:

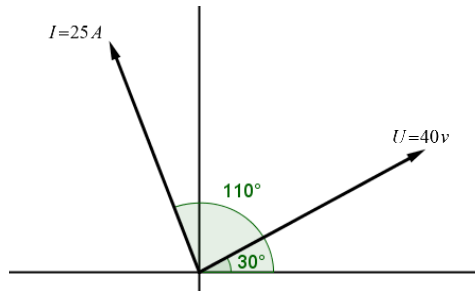
$$I_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(2t + 45^\circ) A, \quad I_2(t) = 5\sqrt{2} \sin(2t) A, \quad I_3(t) = I_1(t) + I_2(t)$$

א. רשום את משוואת הזרם הרגעי של $I_3(t)$.

ב. סרטט את דיאגרמת הפאזורים של שלושת הזרמים הנתונים.

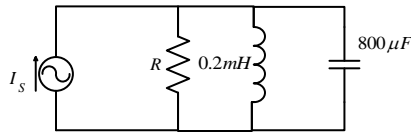
5) לפניך דיאגרמת פאזורים של אות מתח וזרם במעגל כלשהו.

ידוע כי זמן המחזור של האותות הוא 20msec .



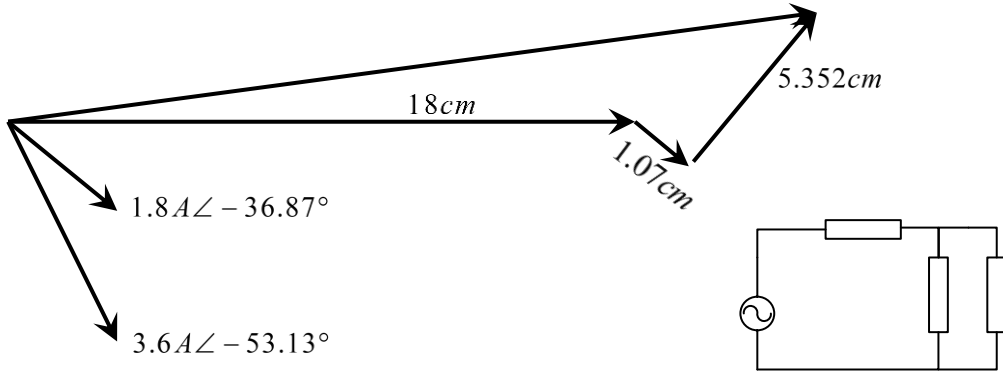
- מהי תדירות האותות ומהי התדירות הזוויתית?
- רשום את התצוגה הפולארית של כל פאזור.
- רשום את המתח והזרם כפונקציה של הזמן כאותות סינוסיים.
- מצא את הערך הרגעי של המתח והזרם לאחר 10msec .
- בהנחה שהאותות מייצגים את המתח והזרם על עכבה מסוימת, חשב את אופי העכבה ואת מרכיביה.

6 לפניך המעגל הבא :

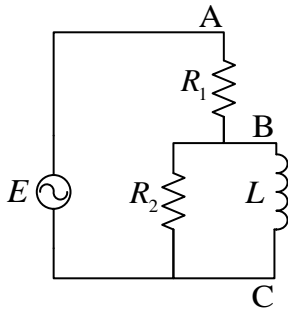


- ידוע כי מקור הזרם מספק זרם חילופין למעגל בתדירות זוויתית של $5k \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.
- קובעים את מתח המקור U_s להיות פאזור הייחוס (כלומר בעל זווית של 0°).
- מסמנים את הזרמים דרך כל רכיב ב- I_L, I_C, I_R בהתאמה.
- זרם המקור יסומן ב- I_s .
- היעזר בדיאגרמת זרמים של המעגל ומצא את הערך של הנגד R , עבורו זרם המקור I_s יאחר ביחס לזרם בנגד I_R ב- 45° .

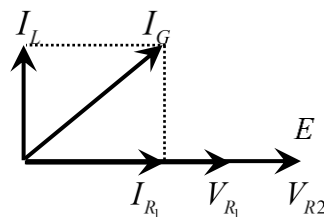
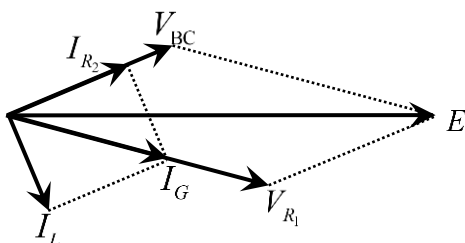
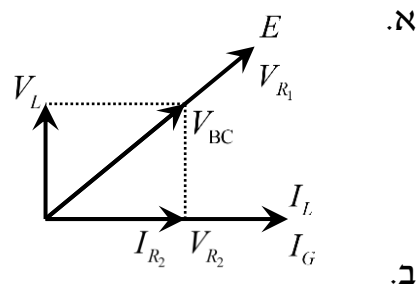
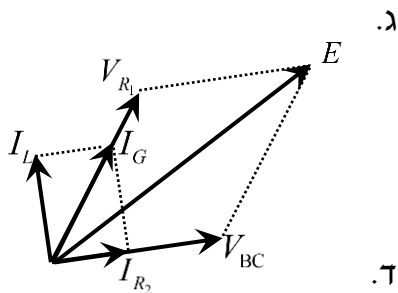
7 שני מכשירים חשמליים ניזונים ממקור מתח חילופין אחד, לפי תרשים החיבורים שבאיור. העכבה שבין מקור המתח למכשירים היא עכבת מעגל הזנה. עוד נתונה דיאגרמת המחוגים של המתחים והזרמים שבמעגל ההזנה של המכשירים. הזווית של כל אחד ממחוגי הזרם של המכשירים נמדדת מהקו האופקי (הקו שמעליו כתוב $18cm$). מחוגי המתחים נתונים ביחידות אורך, כאשר $1cm$ מייצג מתח שגודלו $10v$.



- א. מהו גודל המתח שבין ההדקים של שני המכשירים?
 ב. מהו נתוני העכבה שבין מקור המתח ושני המכשירים?
 ג. מה הגודל של מתח המקור?

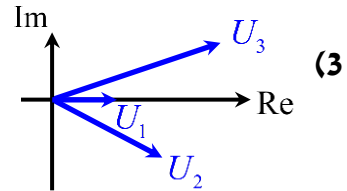
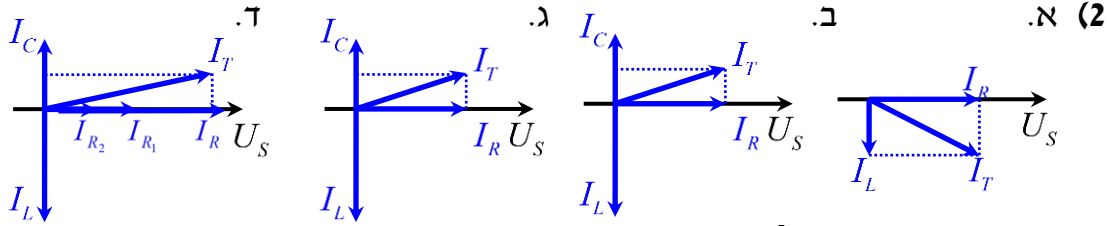
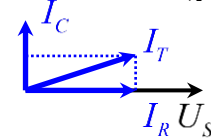


8 לפניך המעגל הבא:
 איזו מבין הדיאגרמות הבאות יכולה להתאים לתיאור הזרמים ומפלי המתח שבמעגל? נמק.
 (הזרם: I_G הוא סכום הזרמים: $I_{R_2} + I_L$)



תשובות סופיות:

1 א. $I_T = 178.8 \angle 63.43^\circ \text{mA}$, $I_R = 80 \text{mA}$, $I_C = 160 \text{mA}$. ב.



4 א. $I_3(t) = 5\sqrt{2} \sin(2t + 45^\circ) + 5\sqrt{2} \sin(2t) \text{A}$. ב.

5 א. 50Hz , $\omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. ב. $U = 40 \angle 30^\circ \text{v}$, $I = 25 \angle 110^\circ \text{A}$.

ג. $U(t) = 40 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{v}$, $I(t) = 25 \sin\left(110\pi t + \frac{11}{18}\pi\right) \text{A}$.

ד. $U(10 \text{msec}) = -20 \text{v}$, $I(10 \text{msec}) = -23.5 \text{A}$.

ה. $Z = 1.6 \angle -80^\circ \Omega$, אופי קיבולי. $C = 2 \text{mF}$, $R = 0.27 \Omega$.

6 ערך הנגד הוא $\frac{1}{3} \Omega$.

7 א. 180v . ב. $Z = (2 + 10j) \Omega$. ג. $228.53 \angle 7.05^\circ$.

8 דיאגרמה ד. הסבר: 4 .

בדיאגרמה א' הזרם I_G באותה הפאזה עם הזרם בסליל L והמתח על R_1 שווה למתח המקור, משתי טענות אלו היא נפסלת.

בדיאגרמה ב' המתח על R_2 שווה למתח המקור (גודל ופאזה) וזה לא ייתכן.

בדיאגרמה ג' סכום מפלי המתח נכון: $V_{R_1} + V_{BC} = E$ וכן סכום הזרמים כל הנגד R_2 והסליל L נכון שכן: $I_{R_2} + I_L = I_G$ אך הזרם בסליל מקדים את הזרם על הנגד וזה לא ייתכן במקרה שלנו (לשניהם אותו מפל מתח, ולכן לזרם על הנגד ביחס אליו אין הפרש פאזה ולסליל יש הפרש פאזה של 90° , כלומר הוא מפגר אחרי הזרם בנגד ב- 90° ולא מקדים אותו).

בדיאגרמה ד' מופיעים הפאזורים המתוקנים ביחס לטעות שציונה במקרה ג'.

סרטון – הספקים במעגלי זרם חילופין:

הספק ממוצע:

חישוב הספק ממוצע במובן RMS עבור מעגל זרם חילופין בעל כניסת מתח מהצורה: $U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ או כניסת זרם: $I(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ יבוצע:

$$P_{avg} = \frac{U_{RMS}^2}{R} = \frac{U_m^2}{2R}, \quad P_{avg} = I_{RMS}^2 \cdot R = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 R = \frac{I_m^2 R}{2}$$

הספק מרוכב:

הספק אקטיבי (הספק ממשי):

סך האנרגיה ליחידת זמן שעוברת בכיוון אחד במעגל ולא חוזרת אחורנית, נקרא ההספק הממשי של המעגל או ההספק האקטיבי, יסומן ב-P וימדד ב-watt.

הספק ריאקטיבי (הספק עיוור):

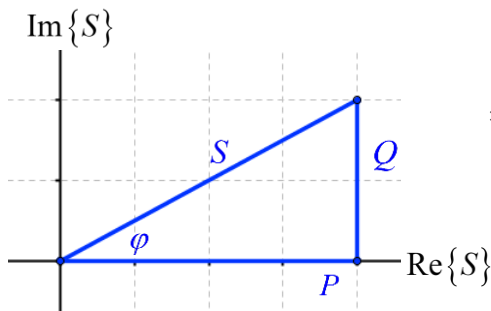
סך האנרגיה ליחידת זמן שעוברת במעגל כתוצאה מאנרגיה האגורה ברכיבים ריאקטיביים, (קבלים וסלילים) וחוזרת חזרה למקור המתח נקרא ההספק הריאקטיבי, יסומן ב-Q ויחידותיו הן VAR (Volt-Ampere-Reactive).

הספק כולל (הספק נראה):

סך ההספק שנכנס למעגל נקרא ההספק הנראה, יסומן ב-S ויחידותיו הן VA (Volt-Ampere).

משולש הספקים:

ניתן להציג את הקשרים שבין ההספקים בצורה גיאומטרית על המישור המרוכב באופן הבא:



הצגת הספק בצורה פאזורית:

כתיבת ההספק הכולל: $S = P + jQ$, כאשר: $\varphi_s = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$, $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$,
 וכן: $P = S \cos \varphi$, $Q = S \sin \varphi$.
 תחום הימצאות זווית ההספק הכולל: $-90^\circ \leq \varphi_s \leq 90^\circ$.

חישוב הספק כולל בצורה פאזורית:

נחשב את ההספק הכולל באופן הבא: $S = I_{eff}^* \cdot U_{eff} = |I_{eff}|^2 \cdot z = \frac{|U_{eff}|^2}{z^*}$
 ע"י שימוש בערכי המקסימום: $S = I_{eff}^* \cdot U_{eff} = \frac{I_m^*}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} I_m^* \cdot U_m$
 וכן: $S = |I_{eff}|^2 \cdot z = \frac{1}{2} |I_m|^2 \cdot z$, $S = \frac{|U_{eff}|^2}{z^*} = \frac{1}{2} \frac{|U_m|^2}{z^*}$

גורם ההספק:

הגדרה:

היחס שבין ההספק הממשי להספק הכולל נקרא **גורם ההספק**: $P.F. = \cos \varphi = \frac{P}{S}$.
 גודל זה מתאר את נצילות (ויעילות) המעגל.

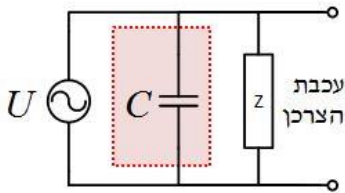
קשר בין פאזות של מתח וזרם:

- מתקיים: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$, כאשר: φ_U - פאזת המתח ו- φ_I - פאזת הזרם.
- עבור: $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ המתח מקדים את הזרם ולכן מדובר באופי השראותי.
 - עבור: $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$ הזרם מקדים את הזרם ולכן מדובר באופי קיבולי.
 - כאשר: $\varphi = 0^\circ$ המתח והזרם באותה הפאזה (מעגל התנגדותי טהור).
 - כאשר: $\varphi = \pm 90^\circ$ המתח והזרם בהפרש של 90° (מעגל קיבולי/השראותי טהור).

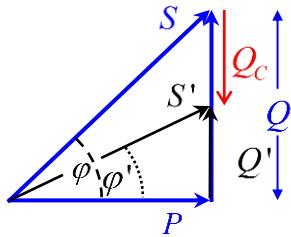
שיטת CIVIL לקביעת היחס שבין זרם ומתח במעגל:

מהות השיטה היא לתאר מי מקדים ומי מאחר (זרם ומתח) בהימצאות קבל וסליל.
מהרישא CIVIL נקבל כי בקבל (מיוצג ע"י C), הזרם (I) מקדים את המתח (V).
מהסיפא CIVIL נקבל כי בסליל (L), המתח (V) מקדים את הזרם (I).

שיפור גורם הספק:



נשפר גורם הספק $\cos \varphi_1$ ל- $\cos \varphi_2$ כאשר: $\cos \varphi_1 < \cos \varphi_2$
ע"י חיבור קבל במקביל לרשת הצרכן באופן הבא:



משולש ההספקים הכולל הוא:

הנוסחאות המרכזיות לקבל הספק הן:

$$Q_C = P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$Q_C = C \cdot \omega \cdot |U|^2$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega \cdot |U|^2} = \frac{P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega \cdot |U|^2}$$

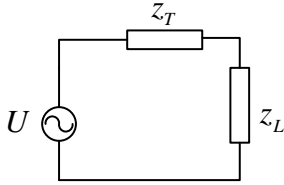
כאשר:

- φ_1 - זווית ההספק לפני השיפור.
- φ_2 - זווית ההספק אחרי השיפור.
- U - מתח המקור (המסופק לצרכן).
- Q_C - הספק ריאקטיבי של הקבל.
- P - הספק ממשי של הצרכן.
- ω - תדירות פעולת המעגל.
- C - ערך קבל ההספק.

העברת הספק מקסימלי ותנאים לעומס ממשי טהור:

עבור מעגל מהצורה להלן, התנאי להעברת הספק מירבי

לעומס הוא: $z_L = z_T^*$.



כאשר נכתוב: $z_T = R_T + jX_T$, $z_L = R_L + jX_L$ נקבל:

$$X_L = -X_T, \quad R_L = \sqrt{R_T^2 + (X_L + X_T)^2}$$

ההספק המירבי הוא: $P_{\max} = \frac{1}{4} \frac{|U_{T(\text{eff})}|^2}{R_L} = \frac{1}{8} \frac{|U_{T(m)}|^2}{R_L}$

מצבים בהם לא מתקיים: $z_L = z_T^*$

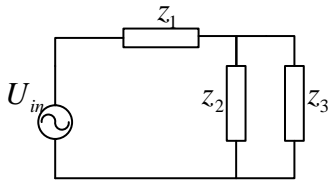
1. עקב הגבלת ערכי הרכיבים R_L ו- X_L .

במקרה זה נבחר את הערך הכי קרוב: $R_L \rightarrow \sqrt{R_T^2 + (X_L + X_T)^2}$, $X_L \rightarrow -X_T$.

2. כאשר לא ניתן לשנות כלל את הפאזה של עכבת העומס ההספק המירבי

יתקיים עבור: $|z_L| = |z_T|$. בפרט עבור עומס ממשי נקבל: $R_L = |z_T|$.

תרגילים:

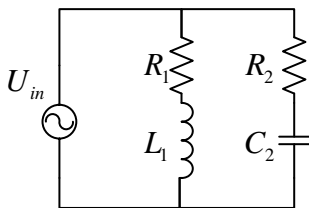


1 במעגל שלפניך נתון:

$$z_1 = (3 + 4j)\Omega, \quad z_2 = (80 + 60j)\Omega$$

$$z_3 = (30 + 40j)\Omega, \quad U_{in} = 120\angle 0^\circ \text{V}$$

- א. חשב את הזרם בכל אחת מהעכבות הנייל.
ב. חשב וסרטט את משולש ההספקים של המעגל.



2 לפניך המעגל הבא:

$$\text{נתון: } R_1 = 2\Omega, L_1 = 9.55\text{mH}, R_2 = 3\Omega$$

$$C_2 = 530.785\mu\text{F}$$

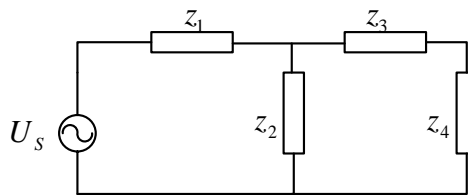
ידוע כי הזרם בענף ההשראותי הוא: $I_1 = 20.4\angle -56.31^\circ \text{A}$

וכי תדירות המעגל היא 50Hz .

- א. מצא את מקור המתח במעגל.
ב. חשב את שאר הזרמים במעגל.
ג. חשב וסרטט את משולש ההספקים של המעגל.

3 לפניך המעגל הבא:

$$\text{נתון: } U_s = 20\text{V}, z_1 = 40\Omega, z_2 = 60j\Omega, z_3 = -30j\Omega, z_4 = 90j\Omega$$



- א. מה הזרם שימדוד מד-זרם המחובר בטור למקור המתח שבאיור?
ב. מה ההספק P (ב- w) של מקור המתח?
ג. מה ההספק ההיגבי Q (ב- var) של המקור?
ד. מה הפרש המופע (במעלות חשמליות) בין המתח שבין הדקי עכבה z_4 למתח המקור?

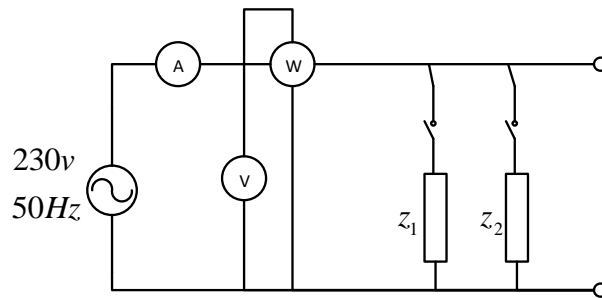
4 ראינו כי את ההספק הנראה מחשבים לפי: $S = |I_{eff}|^2 z$ כאשר: $z = R + jX$.

הוכח כי ניתן לעבור מצורה זו לצורת ההצגה: $S = P + jQ$ ופרט מהם P ו- Q

במונחי R, X ו- I_m .

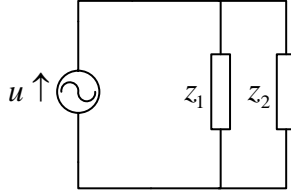
- 5) עומס חשמלי קבוע שהספקו $4.5kw$ מחובר למקור מתח של $230v$, $50Hz$. גודלו של זרם העומס הוא $21.74A$ והוא מפגר אחר אות המתח.
- א. מהו גודל זווית המופע שבין אות הזרם ובין אות המתח שבעומס?
 ב. חשב את גודל ההתנגדות ואת גודל ההיגב המחוברים זה לזה בטור בעכבה השקולה לעומס החשמלי.
 ג. חיברו עומס היגבי במקביל להדקי העומס החשמלי. עכשיו גודלו של הזרם הזורם במקור המתח הוא $20A$ והוא עדיין מפגר אחר אות המתח. חשב את גודל ההיגב ואת אופיו.

- 6) באיור הסמוך מופיע תרשים חיבורים של מעגל למדידת מאפייני צריכת האנרגיה של שני מכשירים (z_2, z_1) . מכשירי המדידה – מד זרם, מד מתח ומד הספק, הם מכשירים להלכה (אידיאליים), מכשירים שתכונותיהם אינן משפיעות על תוצאות המדידה. להלן הנתונים של המכשיר z_1 :
 $230v$; $1250vA$; גורם הספק 0.8 השראותי.



- א. כשהמצב של שני המתגים הוא המצב המתואר באיור, מהי הוריית כל אחד משלושת מכשירי המדידה?
 ב. מהי הוריית כל אחד משלושת מכשירי המדידה כאשר רק המכשיר z_1 מחובר למקור מתח החילופין?
 ג. המכשיר z_2 הוא קבל הספק : $230v$; $500 var$. מה הוריית כל אחד משלושת מכשירי המדידה כאשר שני המכשירים (z_2, z_1) מחוברים למקור המתח?
 ד. שני המכשירים מחוברים ופועלים יחד 5 שעות. כמה אנרגיה תעבור מהמקור אל המכשירים האלה בזמן זה?

- 7 שני מכשירי חשמל מחוברים למקור מתח חילופין כמתואר באיור. עכבות המכשירים הן: $z_1 = (2 + 3j)\Omega$, $z_2 = (3 - 6j)\Omega$. ההספק הנדמה (הנראה) של מכשיר 1 הוא 1500VA .



- א. איך שני המכשירים האלה מחוברים זה אל זה? בטור, במקביל, במעורב, בכוכב, במשולש... חובה לנמק את התשובה בקיצור נמרץ!
 ב. מה גודלו של מתח המקור?
 ג. מה הגודל של כל אחד משלושת ההספקים שבמשולש ההספקים של המקור?
 ד. מה אופי ההספק הנדמה של מקור המתח?

- 8 חיברו סליל מעשי למקור זרם ישר. כשהמתח בין הדקי הסליל היה 15V , בסליל מדדו זרם של 5A . את אותו סליל חיברו אל מקור זרם חילופין בעל תדר של 50Hz , ומדדו מתח של 65V וזרם של 13A .
 א. על סמך מדידות אלה, מדוע אי אפשר להציג את הסליל באמצעות התנגדות והשראות המחוברות זו לזו במקביל?
 ב. מה ההתנגדות וההשראות המחוברות זו לזו בטור, בענף המייצג את הסליל המעשי?
 ג. מה תהיה תוצאת מדידת זרם החילופין בסליל, אם התדר של המקור הוא 60Hz והמתח שלו הוא 75V ?
 ד. הסליל הזה מחובר למקור מתח של 230V ; 50Hz . מה ההספק המרוכב $S = P + jQ$ בסליל?

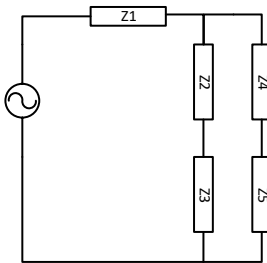
- 9 בשאלה זו נפתח את הביטוי למציאת הקבל לשיפור גורם הספק. נתון משולש הספקים עם הפרמטרים S , P , Q וזווית φ . מוסיפים קבל C למערכת כך שגורם ההספק גדל מ- $\cos \varphi$ ל- $\cos \varphi'$. מתח המקור נשאר קבוע וערכו U והוא פועל בתדר קבוע שערכו f .
 א. צייר את משולש ההספקים הנוכחי והוסף עליו את הפאזורים של ההספק הריאקטיבי החדש שמתקבל ואת זווית ההספק החדשה.
 ב. הראה כי מתקיים: $\Delta Q = Q - Q' = P(\tan \varphi - \tan \varphi')$.
 ג. היעזר בסעיפים הקודמים והוכח: $C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{U^2 \cdot 2\pi f}$.

10) בשאלה זו נפתח ביטוי המתאר את השיפור בנצילות המערכת עקב שיפור גורם ההספק. נניח מערכת עם עכבה $z = R + jX$ ובה S, P, Q וזווית φ . מוסיפים קבל C למערכת כך שגורם ההספק גדל מ- $\cos \varphi$ ל- $\cos \varphi'$. מתח המקור נשאר קבוע וערכו U והוא פועל בתדר קבוע שערכו f .
א. סרטט דיאגרמה פאזורית, כאשר פאזור הייחוס הוא U , וכלול את הזרמים לפני שיפור גורם ההספק (I) ואחרי השיפור (I').

ב. הראה מהדיאגרמה כי מתקיים: $\frac{I}{I'} = \frac{\cos \varphi'}{\cos \varphi}$.

ג. הוכח כי מתקיים: $\eta = \frac{\Delta P}{P} = \frac{P - P'}{P} = 1 - \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} \right)^2$.

11) לפניך המעגל הבא:



נתון: $z_1 = (2 + 3j)\Omega$, $z_2 = (3 + 4j)\Omega$, $z_3 = (2 - 2j)\Omega$

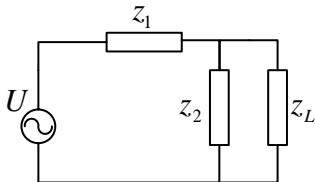
$z_4 = (12 + 10j)\Omega$, $z_5 = (15 - 2j)\Omega$

$u(t) = \sqrt{800} \cos(10,000t + 0.1\pi) \text{ v}$

א. חשב את מקדם ההספק של המעגל.

ב. מה יהיה ערכו של קבל אשר ישפר את מקדם ההספק ל-0.94?

12) במעגל שלפניך נתון:

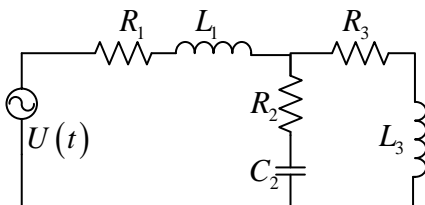


$z_1 = 25 \angle 30^\circ \Omega$, $z_2 = 73 \angle -15^\circ \Omega$

א. חשב את העכבה z_L לקבלת הספק מקסימלי.

ב. בהנחה שהעכבה z_L היא ממשית טהורה, מה יהיה ערכה עבורו ההספק עליה יהיה מירבי?

13) נתון המעגל הבא:

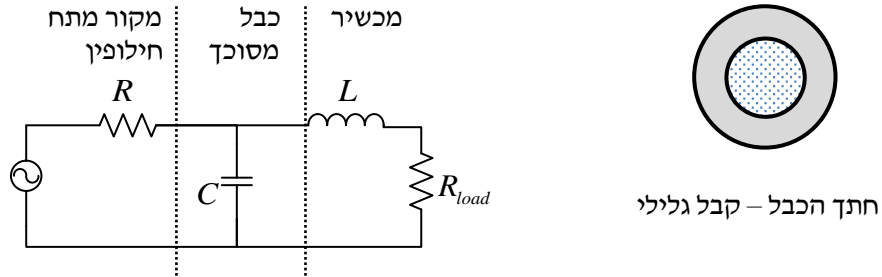


ידוע כי: $U(t) = 25\sqrt{2} \cos(600t + 30^\circ) \text{ v}$, $R_1 = 3\Omega$

$L_1 = 20 \text{ mH}$, $R_3 = 8\Omega$, $L_3 = 13.33 \text{ mH}$

חשב את R_2 ו- C_2 לקבלת הספק מירבי בענף שלהם.

14) מכשיר שמעגל הכניסה שלו מיוצג באמצעות התנגדות $R_{load} = 75\Omega$ והשראות של $L = 2\mu H$ המחוברות זו לזו בטור, מחובר את מקור מתח חילופין באמצעות כבל מסוכם. מתח המקור הוא $3V$, תדירותו $500kHz$ והתנגדותו $R = 75\Omega$.



מבחינת המעגל החשמלי, הכבל שקול לקבל גלילי: קוטר הגליל החיצוני של הקבל הוא $6mm$, קוטר הגליל הפנימי הוא $0.5mm$, אורכו $25m$ והפרמאביליות היחסית של חומר הבידוד שבין שני הגלילים היא $\epsilon_r = 5.2$.

- מה הזרם, גודל וזווית, במקור המתח?
- מה ההספק המרוכב $S = P + jQ$ שבמקור המתח?
- מה ההספק המכשיר P_{load} ?
- האם המעגל פועל בנקודת עבודה שבה האנרגיה עוברת מהמקור אל המכשיר בהספק מירבי? חובה לסמוך את התשובה באמצעות מספרים.

תשובות סופיות:

1 א. $I_1 = 3.1 \angle -48.425^\circ A$, $I_2 = 1.045 \angle -37.568^\circ A$, $I_3 = 2.09 \angle -53.825^\circ A$

ב. $P = 246.849w$, $Q = 278.88 \text{ var}$, $S = 372vA$

2 א. $U_{in} = 73.44 \angle 0^\circ v$ ב. $I_1 = 10.95 \angle 63.43^\circ A$, $I_2 = 17.73 \angle -23.9^\circ A$

ג. $P = 1190.35w$, $Q = 527.5 \text{ var}$, $S = 1302vA$

3 א. $I_T = 0.4 \angle -36.86^\circ A$ ב. $6.4w$ ג. 4.8 var ד. $\Delta\phi = 53.13^\circ$

4 $P = \frac{1}{2} I_m^2 R$, $Q = \frac{1}{2} I_m^2 X$

5 א. $\phi = 25.846^\circ$ ב. $z = (9.521 + 4.612j)\Omega$ ג. $X_C = -43.12\Omega$

6 א. $W = 0w$, $A = 0A$, $V = 230v$ ב. $P = 1000w$, $A = 5.434A$, $V = 230v$

ג. $P = 1000w$, $A = 4.48A$, $V = 230v$ ד. $E = 5kWh$

7 א. במקביל. ב. $73.535v$

ג. $P = 1195w$, $Q = 527.8 \text{ var}$, $S = 1306.4vA$ ד. אופי השראותי.

8 א. חיבור טורי. ב. $L = 12.73mH$, $R = 3\Omega$ ג. $I = 13.25A$

ד. $S = (6348 + 8464j)vA$

9 שאלת הוכחה.

10 שאלת הוכחה.

11 א. 0.8031 ב. $6.087\mu F$

12 א. $z_L = (18.68 - 6.42j)\Omega$ ב. $R_L = 19.75\Omega$

13 $R_2 = 3.086\Omega$, $C_2 = 315\mu F$

14 א. $22.3m \angle 14.38^\circ A$ ב. $P = 64.825mw$, $Q = 16.67 \text{ var}$, $S = 66.934mvA$

ג. $P_L = 27.486mw$ ד. מכיוון שעכבת המכשיר אינה זהה לצמוד של העכבה

השקולה - $Z_T = (51 - 34.9j)\Omega$, אז המכשיר אינו מקבל את ההספק המירבי.

סרטון – משפטי הרשת במעגלי זרם חילופין:

האדמיטנס:

הגדרה:

עבור עכבה מהצורה: $z = R + jX$ נסמן את המתירות (אדמיטנס): $y = G + jB$.
 כאשר: G - המוליכות (conductance), B - סוספטנס (susceptance).

קשרים בין אימפדנס ואדמיטנס:

1. הגדרת האדמיטנס: $y = \frac{1}{z}$.

2. קשרים בין הערכים: $G = \operatorname{Re}\{y\} = \frac{R}{R^2 + X^2}$, $B = \operatorname{Im}\{y\} = \frac{-X}{R^2 + X^2}$.

3. צורה פולרית: $|y| = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{1}{|z|}$, $\arg\{y\} = \tan^{-1} \frac{B}{G} = -\tan^{-1} \frac{X}{R}$.

אדמיטנס של רכיבים יסודיים:

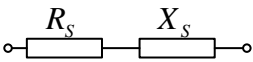
| רכיב חשמלי | עכבה | התנגדות אהמית | היגב | מתירות y (אדמיטנס) | מוליכות | סוספטנס B |
|------------|-----------------------|---------------|-----------------------|-----------------------|---------------|-----------------------|
| נגד | R | R | 0 | $\frac{1}{R}$ | $\frac{1}{R}$ | 0 |
| קבל | $\frac{-j}{\omega C}$ | 0 | $\frac{-1}{\omega C}$ | $j\omega C$ | 0 | ωC |
| סליל | $j\omega L$ | 0 | ωL | $\frac{-j}{\omega L}$ | 0 | $\frac{-1}{\omega L}$ |

חיבורי עכבות:

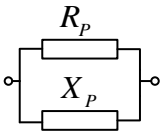
חיבור בטור: $z_{eq} = \sum_{k=1}^N z_k$, $\frac{1}{y_{eq}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{y_k}$

חיבור במקביל: $\frac{1}{z_{eq}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{z_k}$, $y_{eq} = \sum_{k=1}^N y_k$

המרת עכבה טורית למקבילית:



עכבה המורכבת מהתנגדות R_S והיגב X_S בטור: $z_S = R_S + jX_S$



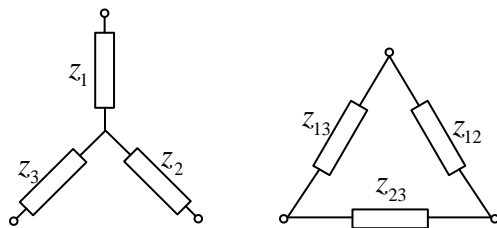
עכבה המורכבת מהתנגדות R_P והיגב X_P במקביל: $\frac{1}{z_P} = \frac{1}{R_P} \mp j \frac{1}{X_P}$

כאשר נדרוש: $z_S = z_P$ נקבל את הקשרים הבאים:

1. מחיבור טורי למקבילי: $R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S}$, $X_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S}$

2. מחיבור מקבילי לטורי: $R_S = \frac{R_P X_P^2}{R_P^2 + X_P^2}$, $X_S = \frac{X_P R_P^2}{R_P^2 + X_P^2}$

המרת כוכב משולש:



המרות מחיבור כוכב לחיבור משולש:

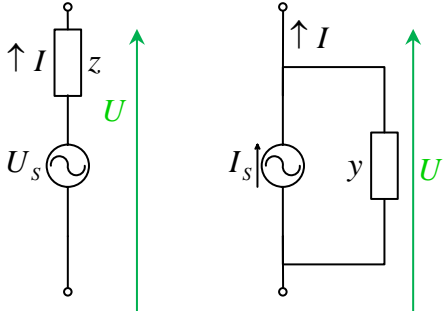
$$z_{12} = \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3}{z_3} , z_{23} = \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3}{z_1} , z_{13} = \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3}{z_2}$$

המרות מחיבור משולש לחיבור כוכב:

$$z_1 = \frac{z_{13} z_{12}}{z_{12} + z_{23} + z_{13}} , z_2 = \frac{z_{23} z_{12}}{z_{12} + z_{23} + z_{13}} , z_3 = \frac{z_{13} z_{23}}{z_{12} + z_{23} + z_{13}}$$

המרת מקור מתח חילופין למקור זרם חילופין:

החלפת מקור מתח חילופין במקור זרם חילופין:



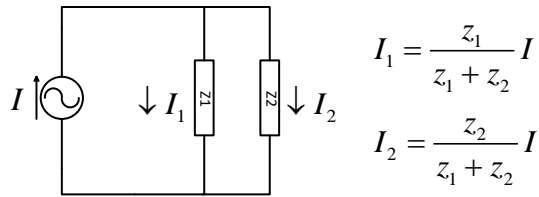
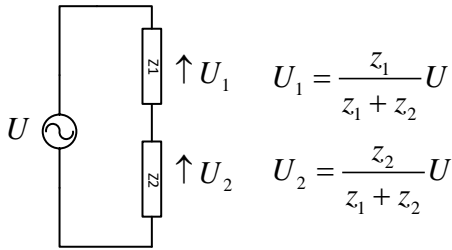
$$I_s = \frac{U_s}{z}, \quad y = \frac{1}{z}$$

החלפת מקור זרם חילופין במקור מתח חילופין:

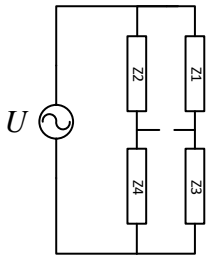
$$U_s = \frac{I_s}{y} = I_s \cdot z, \quad y = \frac{1}{z}$$

מחלק מתח ומחלק זרם:

עקרונות מחלק מתח ומחלק זרם נשארים זהים כמו במעגלי זרם ישר:



גשר וינסטון:



תאני לאיזון הגשר: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_3}{z_4}$

חוקי קירכהוף ושיטות מתחי הצמתים וזרמי החוגים:

חוק הזרמים וחוק המתחים של קירכהוף נשמרים במעגלי זרם חילופין.

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0 \quad \text{חוק הזרמים:}$$

$$\sum_{k=1}^N U_k = 0 \quad \text{חוק המתחים:}$$

שיטות מתחי הצמתים וזרמי החוגים נשארות זהות.

נוסחת מילמן:

עבור מעגל בעל שני צמתים A ו-B המורכב מ-N ענפים המחוברים במקביל זה לזה בין צמתים אלו, המתח U_{AB} ניתן לחישוב באופן הבא:

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{z_1} + \frac{E_2}{z_2} + \dots + \frac{E_N}{z_N}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_N}} = \frac{\frac{E_1}{z_1} + \frac{E_2}{z_2} + \dots + \frac{E_N}{z_N}}{y_1 + y_2 + \dots + y_N} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{z_k}}{\sum_{k=1}^N y_k} = \frac{\sum_{k=1}^N I_{SC_k}}{\sum_{k=1}^N y_k} = \frac{\text{סכום זרמי הקצר בכל ענף}}{\text{סכום המתירויות של כל ענף}}$$

כאשר E_k ו- z_k הם בהתאמה הפאזורים של המתח והעכבה של הענף ה-k ו- I_{SC_k} הוא הפאזור של זרם הקצר של הענף ה-k. לעניין קוטביות, אנו נבחר איזו צומת תהיה A ואיזו צומת תהיה B ונקבע כיוון זרם אחיד לכל הענפים.

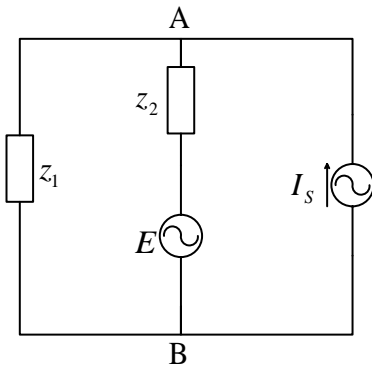
שקולי תבנין ונורטון:

טכניקות המציאה של שקולי תבנין ונורטון נשארות זהות במעגלי זרם חילופין.

שיטת ההרכבה (סופרפוזיציה):

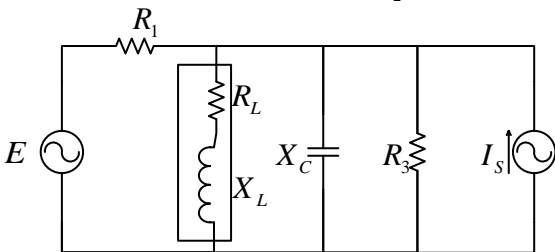
שיטת ההרכבה נשארת זהה במעגלי זרם חילופין.

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא ובו נתון: $z_1 = (3 - 8j)\Omega$
 $E = 15\angle 30^\circ v$, $I_s = 5\angle 0^\circ A$, $z_2 = (2 - 6j)\Omega$

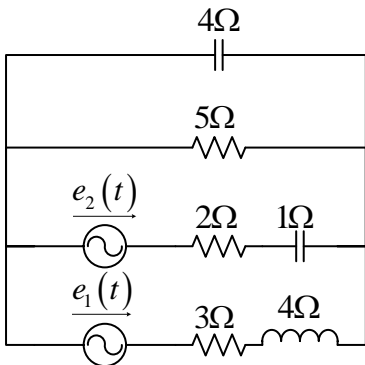
- חשב את המתח שבין הנקודות A ו-B.
- חשב את ההספקים (פעיל, היגבי ומדומה) של מקור המתח וציין באיזה מצב הוא פועל.
- חשב את ההספקים (פעיל, היגבי ומדומה) של מקור הזרם וציין באיזה מצב הוא פועל.
- חשב את ההספקים (פעיל, היגבי ומדומה) של העכבה z_2 .



2) לפניך המעגל הבא:

נתון: $E = 50\angle 0^\circ v$, $I_s = 2\angle 0^\circ A$, $X_C = -2\Omega$
 $X_L = 2\Omega$, $R_1 = R_L = R_3 = 10\Omega$

- חשב את זרם העומס.
- חשב את ההספק הממשי, הכולל ואת גורם ההספק בעומס.
- חשב את הזרם הנצרך ממקור המתח ואת ההספק הכולל שהוא מספק.
- חשב את ההספק הממשי שמספק מקור הזרם.

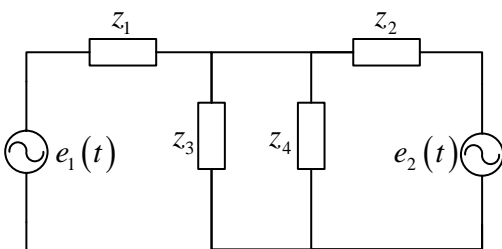


3) נתון המעגל שבאיור.

מתחי המקורות הם: $e_1(t) = 100\sqrt{2} \sin(628t) v$

ו- $e_2(t) = 60\sqrt{2} \sin(628t + 30^\circ) v$

- מהו הערך האפקטיבי של המתח על הקבל שהגיבו 4Ω ?
- רשום את הביטויים של הזרמים המסופקים ע"י המקורות כתלות בזמן.



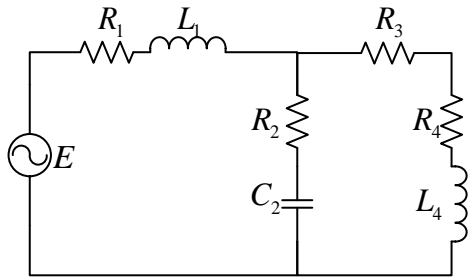
4) לפניך המעגל הבא:

נתון: $e_1(t) = 12\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) v$

$e_2(t) = 24\sqrt{2} \sin(\omega t) v$, $z_1 = (4 + 6j)\Omega$

$z_2 = (4 - 6j)\Omega$, $z_3 = 5j\Omega$, $z_4 = (8 + 8j)\Omega$

- חשב את המתח על העכבה z_3 .
- חשב את הזרם דרך העכבה z_3 .



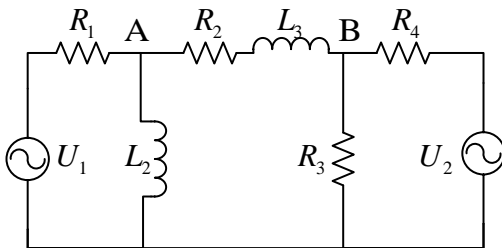
5) לפניך המעגל הבא :

נתון: $E = 48\angle 0^\circ \text{v}$, $R_1 = 3\Omega$, $X_{L_1} = 4\Omega$

$R_2 = 3\Omega$, $X_{C_2} = -4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$

$R_4 = \frac{23}{6}\Omega$, $X_{L_4} = 4\Omega$

חשב לפי תבנית את הזרם בנגד R_4 .



6) לפניך המעגל הבא :

ידוע כי: $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 6\Omega$

$R_4 = 4\Omega$, $X_2 = 5\Omega$, $X_3 = 3\Omega$

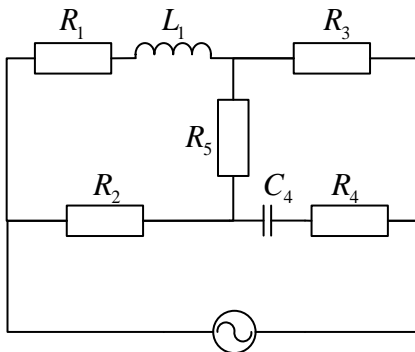
$U_1 = 30\angle 0^\circ \text{v}$

ערך מקור המתח U_2 אינו ידוע.

א. חשב את U_2 עבורו הזרם דרך

הנקודות A ו-B יתאפס.

ב. חשב את הזרם דרך AB אם $U_2 = 30\angle 0^\circ \text{v}$.



7) לפניך המעגל הבא :

נתון: $R_2 = R_3 = R_5 = 100\Omega$

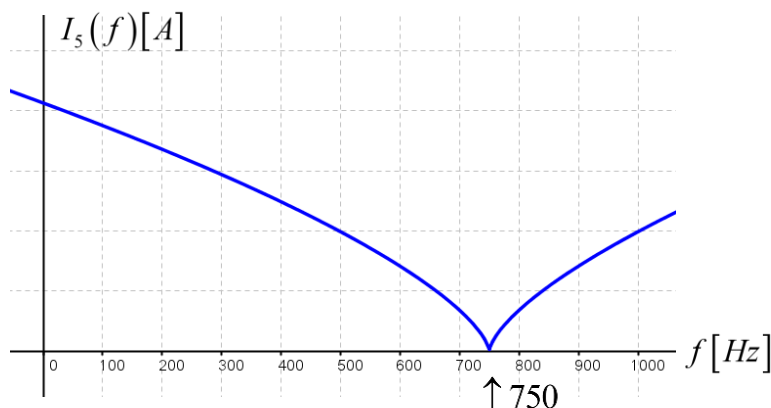
$L_1 = 100\text{mH}$, $C_4 = 22\mu\text{F}$

ערכי הנגדים R_1 ו- R_4 אינם ידועים.

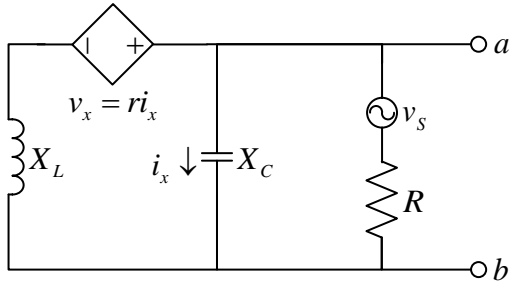
בגרף הבא מתואר הזרם העובר דרך

הנגד R_5 כתלות בתדר ההזנה של המעגל

(של מקור המתח) f .



מצא את ערכי הנגדים R_1 ו- R_4 .



8 במעגל שלפניך נתון :

$$v_s(t) = 50\sqrt{2} \sin\left(50\pi t - \frac{\pi}{3}\right) [v]$$

$$R = 8\Omega, r = 2\Omega, X_C = -10j\Omega$$

$$X_L = 15j\Omega$$

א. מצא את ההתנגדות השקולה

המשתקפת מבעד לצמתים \$a\$ ו-\$b\$.

ב. מצא ביטוי לזרם העובר דרך עכבת עומס $Z_L = 10 - 2j [\Omega]$.

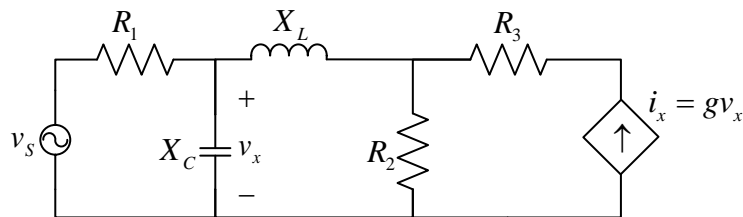
ג. מצא את העכבה Z_L עבורה ההספק דרכה יהיה מירבי ומצא את ההספק זה.

ד. סרטט דיאגרמה פאזורית של ההספקים מהסעיף הקודם.

9 במעגל שלפניך נתון: $v_s(t) = 50\sqrt{2} \sin\left(60\pi t + \frac{\pi}{4}\right) [v]$, $i_x = g \cdot v_x$

$$X_L = 5j\Omega, X_C = -4j\Omega, R_1 = 2\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 8\Omega, g = 0.1S$$

מצא את החלקים הממשי והמדומה של ההספק שמספק מקור הזרם התלוי.



תשובות סופיות:

(1) א. $U_{AB} = 18.48 \angle -43.48^\circ \text{V}$ ב. $S_E = 47.85 \text{VA}$, $P_E = -32.45 \text{W}$, $Q_E = -35.16 \text{var}$

מקור המתח פועל כצרכן גם מבחינת ההספק הפעיל וגם מבחינת ההספק ההיגבי.

ג. $S_I = 92.4 \text{VA}$, $P_I = 67 \text{W}$, $Q_I = -65.3 \text{var}$. מקור הזרם פועל בספק מבחינת ההספק

הפעיל וכצרכן מבחינת ההספק ההיגבי. ד. $S_{z_3} = 64.35 \text{VA}$, $P_{z_3} = 20.35 \text{W}$, $Q_{z_3} = -61 \text{var}$

(2) א. $I = 1.21 \angle -69.6^\circ \text{A}$ ב. $S_L = 14.93 \text{VA}$, $P_L = 14.64 \text{W}$, $P.F. = 0.98$

ג. $S_E = 223.5 \text{VA}$, $I_E = 4.47 \angle 13.64^\circ \text{A}$ ד. $P_I = 13 \text{W}$

(3) א. 35.47V

ב. $I_1(t) = 13.02\sqrt{2} \sin(628t - 48.5^\circ) \text{A}$, $I_2(t) = 17.47\sqrt{2} \sin(628t + 90.9^\circ) \text{A}$

(4) א. $U_{z_3} = 11.48 \angle 81.8^\circ \text{V}$ ב. $I_{z_3} = 2.29 \angle -8.2^\circ \text{A}$

(5) $I = 3.16 \angle -71.56^\circ \text{A}$

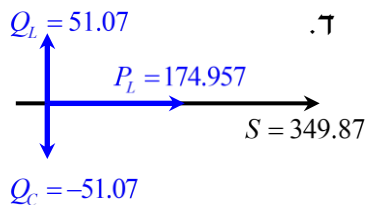
(6) א. $U_2 = 35.33 \angle 45^\circ \text{V}$ ב. $I = 1.73 \angle 62.7^\circ \text{A}$

(7) $R_1 = 516.25 \Omega$, $R_4 = 10.32 \Omega$

(8) א. $z_{TH} = 8.58 \angle -16.62^\circ \Omega$ ב. $i = 4.04 \angle -63.04^\circ \text{A}$

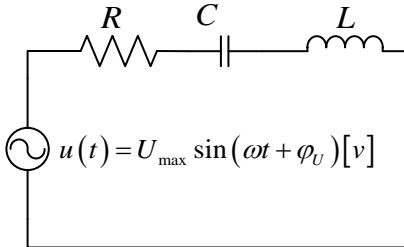
ג. $S = 349.87 \angle 0^\circ \text{VA}$, $z_L = 8.58 \angle 16.62^\circ \Omega$ ד.

(9) $S = 522.214 - 106.58j = 532.98 \angle -11.53^\circ \text{VA}$



סרטון – מעגלי תהודה:

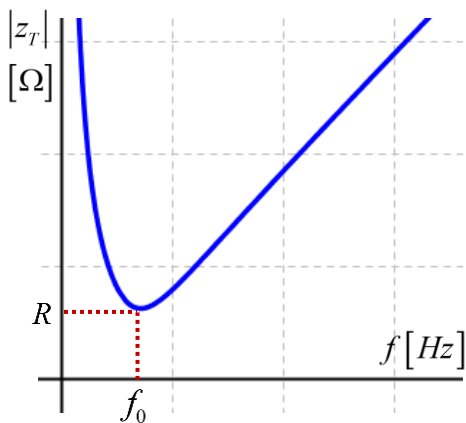
מעגל תהודה טורי:



1. מעגל תהודה טורי מורכב מרכיב קיבולי ורכיב השראותי המחוברים בטור כמתואר באיור הסמוך.

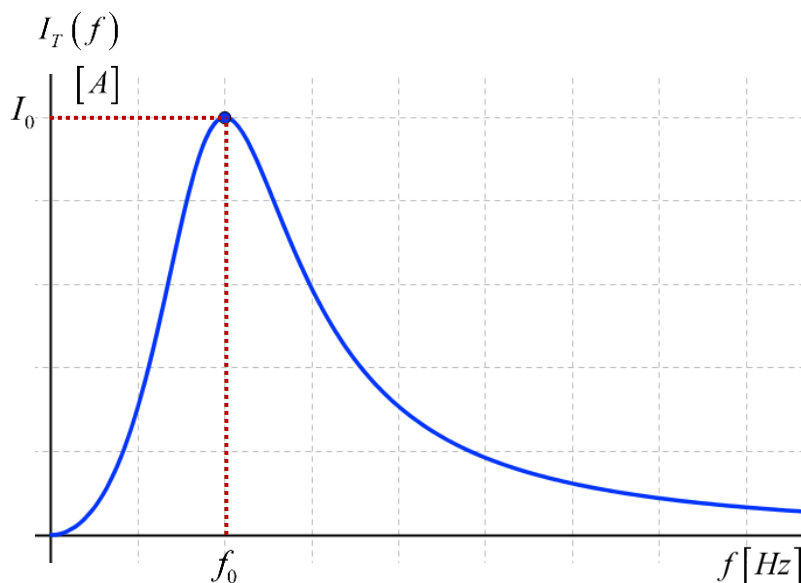
2. העכבה השקולה היא: $z_T = R + j(X_L + X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

כאשר נאפס את החלק המדומה נקבל את תדר התהודה: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



3. עבור תדר התהודה, עכבת המעגל היא ממשית ומקבלת את הערך הקטן ביותר. בגרף בסמוך ניתן לראות כי מתקיים: $z_T(f_0) = R$

4. בתדר התהודה הזרם במעגל הוא הגדול ביותר וערכו: $I_0 = \frac{U_s}{R}$

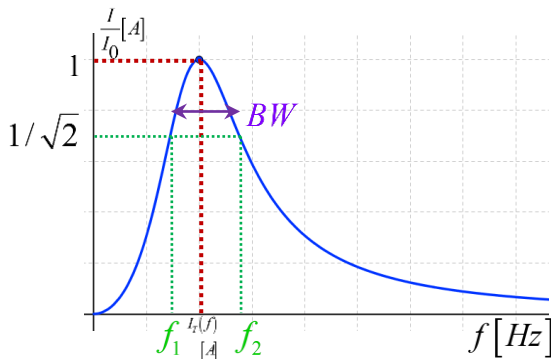


5. סכום המתחים על הרכיבים הקיבוליים וההשראותיים בתדר התהודה הוא אפס. מכאן שמו 'תהודה של מתחים'. רכיבים אלו מהווים קצר במעגל.

6. גורם האיכות: $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_x}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{L}{\omega_0 R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

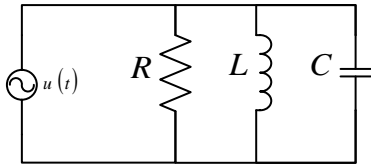
7. תדרי מחצית ההספק הם: $\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2}$, $\omega_2 = +\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2}$

מתקיים: $f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$



8. רוחב הסרט: $BW = f_2 - f_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} [Hz]$

מעגל תהודה מקבילי:



1. מעגל תהודה מקבילי מורכב מרכיב קיבולי ורכיב השראותי המחוברים במקביל כמתואר באיור הסמוך.

2. העכבה השקולה היא: $z_T = R \parallel z_C \parallel z_L = R \parallel \frac{1}{j\omega C} \parallel j\omega L = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$

כאשר נאפס את החלק המדומה נקבל את תדר התהודה: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

3. עבור תדר התהודה, עכבת המעגל היא ממשית ומקבלת את הערך הגדול ביותר. מתקיים: $z_T(f_0) = R$

4. בתדר התהודה הזרם במעגל הוא הקטן ביותר וערכו: $I_0 = \frac{U_S}{R}$

5. סכום הזרמים על הרכיבים הקיבוליים וההשראותיים בתדר התהודה הוא אפס. מכאן שמו 'תהודה של זרמים'. רכיבים אלו מהווים נתק במעגל.

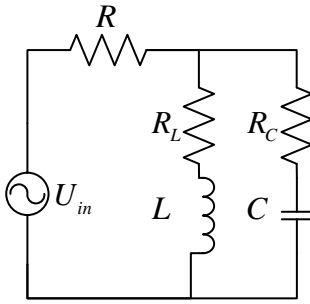
6. גורם האיכות: $Q = \frac{R}{R_0} = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$

7. תדרי מחצית ההספק הם: $\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \omega_0^2}$, $\omega_2 = +\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \omega_0^2}$

מתקיים: $f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$

8. רוחב הסרט: $BW = f_2 - f_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{RC} [Hz]$

מעגל תהודה מקבילי מעשי:



מעגלים רבים מכילים סליל בטור לנגד וקבל בטור לנגד כמתואר באיור הבא. זו היא הצורה המעשית של מעגלי תהודה מקבילים מכיוון שגם לסליל וגם לקבל יש התנגדות אוהמית כלשהי.

תדר התהודה במקרה זה יחושב לפי: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_0^2 - R_L^2}{R_0^2 - R_C^2}}$

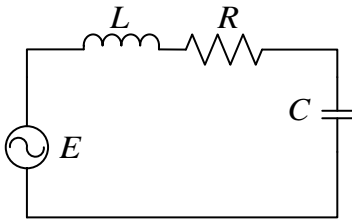
התנאי לתהודה בין שתי עכבות המחוברות במקביל, אחת קיבולית והשנייה השראותית הוא:

$$\frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2}$$

מעגלי תהודה מעורבים:

עיקרון הפתירה של מעגלי תהודה מעורבים מסתמך על התכונות של מעגל תהודה טורי ומעגל תהודה מקבילי. יש לחלק את המעגל ולהתייחס לכל חלק לפי תכונות התהודה הטורית והמקבילית.

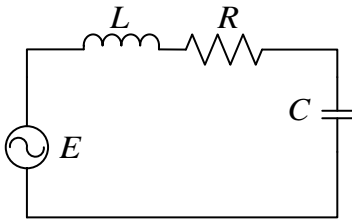
תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E(t) = 10\sqrt{2} \cos(3000t) \text{ v}$, $R = 3\Omega$, $L = 3\text{mH}$.

- חשב את ערכו של הקבל לקבלת זרם מירבי.
- מהו ההספק המירבי של המעגל?
- חשב את רוחב הפס של המעגל.
- מהו מקדם הטיב של המעגל?



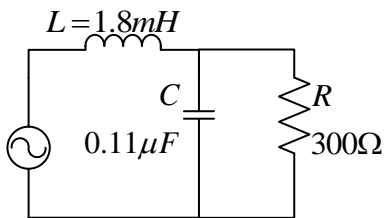
2) במעגל הנתון תדר התהודה הוא 2.5kHz

ידוע כי : $R = 3\Omega$, $C = 6.37\mu\text{F}$.

- חשב את הסליל לקבל תהודה.
- חשב את תדירויות מחצית ההספק.

3) במעגל תהודה טורי בעל נגד, קבל וסליל, מתח המקור הוא : $U(t) = 8\sqrt{2} \sin(314k \cdot t) \text{ v}$

הזרם במעגל הוא : $I(t) = 2\sqrt{2} \sin(314k \cdot t) \text{ mA}$ ומקדם הטיב הוא 5.65 .
חשב את ערכם של רכיבי המעגל.



4) באיור שלפניך מתוארים נגד עומס,

קבל וסליל המחוברים למחולל זרם חילופין.

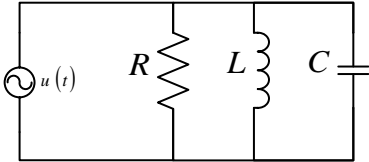
- תדר אות מתח החילופין שמפיק המחולל הוא 11.311kHz . האם המעגל נמצא בתהודה?
- כאשר מחולל האות מפיק מתח שהתדר שלו הוא 0Hz , האם המעגל נמצא בתהודה?

5) מקור מתח מפתח הספק של 2w כאשר הוא מזין ענף חשמלי הכולל נגד של 10Ω ,

סליל וקבל – כולם מחוברים בטור. תדר המקור זהה לתדר התהודה של המעגל.
לענף חשמלי אחר, הכולל נגד בן 20Ω , סליל וקבל – כולם מחוברים בטור, תדר תהודה זהה לזה של המעגל הראשון. הוחלט לחבר את שני ענפי המעגלים, האחד בטור עם השני.

- מהו תדר התהודה של המעגל החדש הכולל את כל ששת הרכיבים המחוברים ביניהם בטור? הוכח את תשובתך באמצעות פיתוח מתמטי.
- מהו ההספק של מקור המתח כאשר המעגל שבסעיף א' נמצא במצב תהודה?
- האם תדר התהודה של המעגל שבסעיף א' יגדל או יקטן אם אחד משני הקבלים יתקצר? נמק את תשובתך.

ד. נסמן ב- BW_1 ו- BW_2 את רוחבי הסרט של שני המעגלים המקוריים בהתאמה. הבע באמצעות BW_1 ו- BW_2 את רוחב הסרט של המעגל שתואר בסעיף א'.



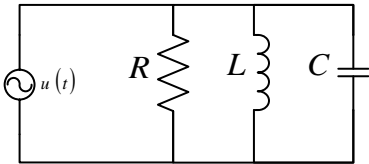
6 לפניך המעגל הבא:

נתון: $R = 50\Omega$, $C = 0.1\mu F$.

תדר התהודה של המעגל הוא $f_0 = 15.915kHz$.

- מצא את השראות הסליל.
- חשב את גורם האיכות של המעגל.
- מצא תדרים עבורם עכבת המעגל השקולה קטנה פי 2 מערכה בתהודה.
- סרטט גרף של עכבת המעגל כתלות בתדר וסמן בו את תדר התהודה ואת התדרים שמצאת בסעיף הקודם.

7 בשאלה זו נוכיח כי הזרם במעגל תהודה מקבילי במצב תהודה הוא הקטן ביותר. לפניך מעגל התהודה המקבילי הבא:

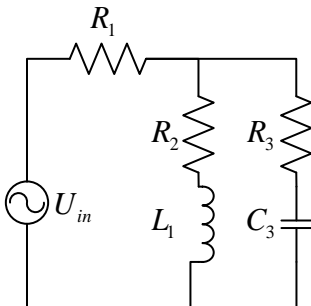


נתונים ערכי כל רכיבי המעגל: R , L ו- C .

מקור המתח מספק מתח חילופין

לפי: $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$ [v]

- כתוב את $|z_T|$ כתלות ב- R , L , C , ω .
- כתוב את $|I_T|$ כתלות ב- R , L , C , ω , U_{\max} .
- סרטט סקיצה של $|I_T|$ כתלות ב- f .



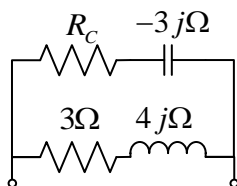
8 לפניך המעגל הבא:

נתון: $U_{in}(t) = \sqrt{200} \sin(2000t + 30^\circ)$ v

$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 7\Omega$

$L_1 = 2mH$, $C_3 = 166 \frac{2}{3} \mu F$

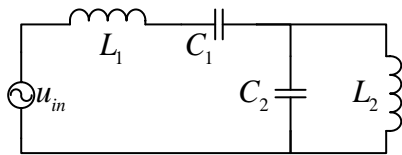
- חשב את הזרם הכללי במעגל עבור מתח הכניסה הנתון.
- חשב לאיזה תדירות יש לכוון את מקור המתח לקבלת תהודה.



9 במעגל שלפניך, חשב את ערך הנגד R_C עבור תהודה.

10 קבל אידיאלי וסליל מעשי מחוברים למקור $C = 0.1\mu F$, $R = 50\Omega$ מתח חילופין. השראות הסליל היא $L = 0.8H$.

- א. כאשר הקבל והסליל מחוברים בטור ותדירות המקור היא $1.5kHz$ המעגל נמצא במצב תהודה ומקדם הטיב שלו הוא 10. מהם התנגדות הסליל וקיבול הקבל?
 ב. מחברים את אותו הקבל ואת אותו הסליל במקביל. מה צריכה להיות עכשיו תדירות המקור כדי לקבל תהודה במעגל?

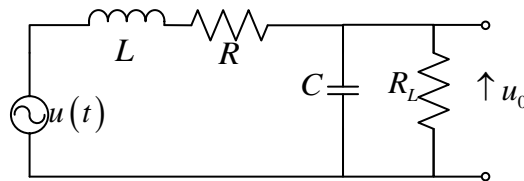


11 במעגל הנתון מקור המתח הינו בעל תדירות הניתנת לשינוי. נתון: $C_1 = 2.2\mu F$, $L_1 = 3\mu H$.
 $C_2 = 2.2\mu F$, $L_2 = 8\mu H$

- א. באיזו תדירות זוויתית צריכת הזרם תהיה מזערית?
 ב. מה היחס בין מתח המקור למתח על L_2 בזמן צריכת זרם מינימלית?

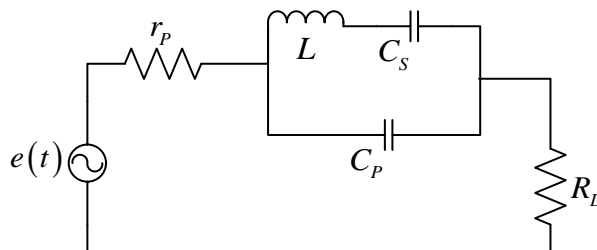
12 מקור המתח שבאיור מפיק מתח: $u(t) = 10 \cos(\omega t) v$.

- ערכי רכיבי המעגל הם: $R = 10\Omega$, $L = 5mH$, $C = 0.5\mu F$, $R_L = 500\Omega$.
 חשב את התדירות הזוויתית של תהודה ω_0 ואת מתח התהודה $u_0(\omega_0)$.



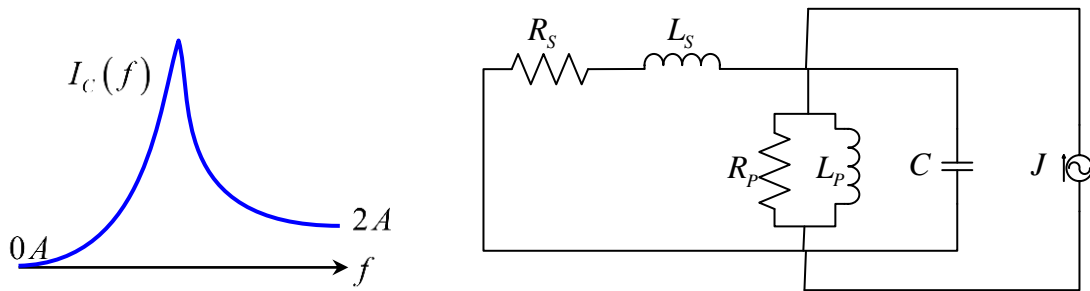
13 במעגל הבא נתון $e(t) = \sqrt{8} \sin(2\pi ft) v$.

f - תדירות משתנה, $C_s = 0.4\mu F$, $r_p = R_L = 8\Omega$.



- א. חשב מהו ערכו של L כדי שבתדר של $3kHz$ ההספק בעומס יהיה מירבי.
 ב. חשב מהו ערכו של C_p כדי שבתדר של $4kHz$ ההספק בעומס יהיה מינימלי.
 ג. חשב מה ההספק בעומס בתדר $3kHz$.

14) שני עומסים השראתיים, קבל ומקור זרם חילופין מחוברים זה לזה לפי תרשים החיבורים שבאיור. עוצמת הזרם של מקור זרם החילופין קבועה ואפשר לשנות את התדירות שלו. מדדו את הזרם $I_C(f)$ שעובר דרך הקבל כתלות בתדר מקור הזרם J . תוצאות המדידה מוצגות בגרף שבאיור.



נתון: $R_S = 75m\Omega$, $L_S = 90\mu H$, $R_P = 10\Omega$, $L_P = 8mH$.

- מה עוצמת הזרם של מקור זרם החילופין?
לא תתקבל תשובה מספרית ללא נימוק קצר ולעניין.
- הזרם שעובר דרך הקבל מגיע לשיאו כשתדר מקור זרם החילופין הוא $550Hz$. מה קיבול הקבל?
- מה היא העוצמה המרבית של הזרם העובר דרך הקבל?

תשובות סופיות:

(1) א. $37\mu F$. ב. $P = 33\frac{1}{3}w$. ג. $BW = 159Hz$. ד. $Q = 3$.

(2) א. $L = 0.637mH$. ב. $f_1 = 2153Hz$, $f_2 = 2902Hz$.

(3) $R = 4k\Omega$, $L = 71.5mH$, $C = 140pF$.

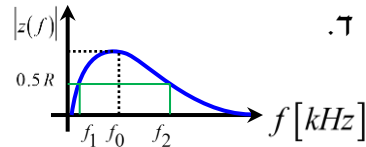
(4) א. אין תהודה כי לעכבה יש חלק מדומה: $z = (46.151 + 19.686j)\Omega$.

ב. אין תהודה כי מדובר במתח DC.

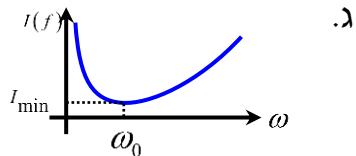
(5) א. אותו התדר: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}$. ב. $P = \frac{2}{3}w$.

ג. התדר יקטן. $BW = \frac{3 \cdot BW_1 \cdot BW_2}{2 \cdot BW_1 + BW_2}$. ד.

(6) א. $L = 1mH$. ב. $Q = 0.5$. ג. $1.72kHz$, $59.37kHz$.



(7) א. $|z_T| = \frac{\omega RL}{\sqrt{(R(\omega^2 LC - 1))^2 + (\omega L)^2}}$. ב. $|I_T| = \frac{U_{max} \sqrt{(R(\omega^2 LC - 1))^2 + (\omega L)^2}}{\omega RL}$.



(8) א. $I_T = 0.665 \angle 32.61^\circ A$. ב. $f = 520.6Hz$.

(9) 3.12Ω .

(10) א. $C = 14.07nF$, $R_L = 754\Omega$. ב. $f_0 = 1492.5Hz$.

(11) א. $\omega = 238,365 \frac{rad}{sec}$. ב. 1 .

(12) א. $\omega_0 = 19596 \frac{rad}{sec}$. ב. $u_{0max} = 33.33v$.

(13) א. $L = 7mH$. ב. $C_p = 0.52\mu F$. ג. $P = 0.125w$.

(14) א. $2A$. עבור תדר אינסופי שני הענפים עם הסלילים מתפקדים כנתק ולכן כל

הזרם עובר דרך הקבל. מכאן שזה הוא ערכו לפי הגרף.

ב. $C = 10.467\mu F$. ג. $I_{max} = 23mA$.

תוכן העניינים:

| | |
|------------|---|
| 238 | פונקציות תמסורת, סרטוטי בודה והתמרת לפלס |
| 238 | סרטון - פונקציות תמסורת : |
| 238 | הגדרות יסודיות : |
| 238 | סוגי מסננים : |
| 239 | תרגילים : |
| 243 | תשובות סופיות : |
| 245 | סרטון – סרטוטי בודה : |
| 245 | הדציבל : |
| 246 | סרטוטי בודה : |
| 247 | תרגילים : |
| 249 | תשובות סופיות : |
| 251 | התמרות לפלס : |
| 251 | הגדרות : |
| 251 | טבלת התמרות של פונקציות נפוצות : |
| 252 | טבלת תכונות ההתמרה : |
| 252 | קטבים ואפסים של התמרת לפלס : |
| 253 | סימון רכיבים חשמליים במישור לפלס : |
| 254 | שימוש בהתמרת לפלס במעגלים חשמליים : |
| 255 | תרגילים : |
| 257 | תשובות סופיות : |

פרק 10

פונקציות תמסורת, סרטוטי בודה והתמרת לפלס

סרטון - פונקציות תמסורת:

הגדרות יסודיות:

רוחב סרט:

אוסף כל התדרים המרכיבים אות מסוים.

פונקצית תמסורת:

היחס שבין פאזור המוצא לבין פאזור הכניסה של מעגל כלשהו:

$$H(j\omega) = \frac{\hat{i}_{out}}{\hat{v}_{in}} \quad .2$$

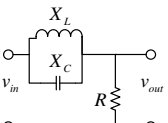
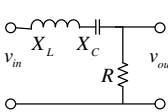
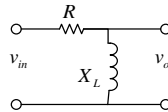
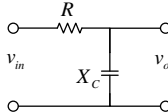
$$H(j\omega) = \frac{\hat{v}_{out}}{\hat{v}_{in}} \quad .1$$

$$H(j\omega) = \frac{\hat{v}_{out}}{\hat{i}_{in}} \quad .4$$

$$H(j\omega) = \frac{\hat{i}_{out}}{\hat{i}_{in}} \quad .3$$

לפונקצית התמסורת מקובל גם לקרוא "תגובת התדר של המעגל".

סוגי מסננים:

| מסנן חוסם פס Band Stop Filter | מסנן מעביר פס Band Pass Filter | מסנן מעביר גבוהים High Pass Filter | מסנן מעביר נמוכים Low Pass Filter |
|---|---|--|---|
|  |  |  |  |

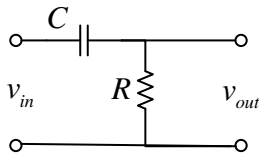
תרגילים:

1) לפניך מספר פונקציות תמסורת שונות. קבע את סוגן בכל מקרה:

א. $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ ב. $H(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$

ג. $H(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC}$ ד. $H(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$

ה. $H(j\omega) = \frac{R}{jR\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + \frac{L}{C}}$ ו. $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - 2\omega^2 LC) + j\omega L}$



2) לפניך המעגל הבא ובו: $C = 4\mu F$, $R = 1k\Omega$.

א. כתוב את פונקציית התמסורת של המעגל.

ב. מצא את תדר מחצית ההספק.

ג. מצא את אמפליטודת מתח המוצא עבור

מתח כניסה של: $v_{in}(t) = 5 \sin(10t)$ [v].

ד. מצא את אמפליטודת מתח המוצא עבור מתח כניסה: $v_{in}(t) = 5 \sin(1000t)$ [v].

ה. הסבר את מהות ההבדל בין סעיפים ג' ו-ד'.

3) בשאלה זו נעמוד על המשמעות של גורם האיכות והיכולת לבטא באמצעותו

גדלים שונים במעגלים. נתון המעגל RLC טורי הבא:

מסמנים את המתחים על פני כל רכיב כמתואר באיור.

א. מצא את פונקציות התמסורת הבאות:

$$H_R(j\omega) = \frac{\tilde{v}_R}{\tilde{v}_{in}}, H_L(j\omega) = \frac{\tilde{v}_L}{\tilde{v}_{in}}, H_C(j\omega) = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_{in}}$$

ב. פשט את הביטויים שקיבלת ע"י הצבה: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ו- $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

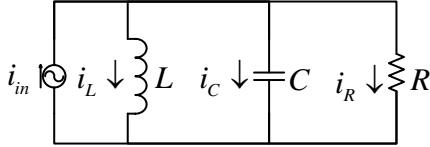
ג. הראה כי עבור אות כניסה סינוסי בתדר ω_0 נקבל כי פונקציות

התמסורת של הסליל

והקבל מתבטלים ופונקציית התמסורת של הנגד מעבירה את כל האות.

ד. האם ניתן לומר כי מפל המתח על הסליל או הקבל הוא אפס? נמק.

- 4) בשאלה זו נעמוד על המשמעות של גורם האיכות והיכולת לבטא באמצעותו גדלים שונים במעגלים. נתון המעגל RLC מקבילי הבא:
מסמנים את הזרמים על פני כל רכיב כמתואר באיור.



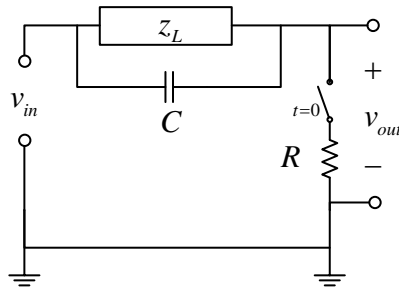
א. מצא את פונקציות התמסורת הבאות:

$$H_R(j\omega) = \frac{\tilde{i}_R}{\tilde{i}_{in}}, H_L(j\omega) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{i}_{in}}, H_C(j\omega) = \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_{in}}$$

ב. פשט את הביטויים שקיבלת ע"י הצבה: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ו- $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

- ג. הראה כי עבור אות כניסה סינוסי בתדר ω_0 נקבל כי פונקציות התמסורת של הסליל והקבל מתבטלים ופונקציית התמסורת של הנגד מעבירה את כל האות.
ד. האם ניתן לומר כי הזרם העובר בסליל או בקבל הוא אפס? נמק.

- 5) במעגל שלפניך נתון רכיב Z_x המחובר במקביל לקבל C . בזמן $t=0$ המפסק פתוח.



א. מצא את פונקציית התמסורת של המעגל: $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$

בהנחה כי Z_x הוא השראותי טהור. מה תוכל לומר על

פונקציית התמסורת עבור אות כניסה בודד של $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$?

ב. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף א' אם כעת: $Z_x = X_L + R_L$?

ג. היעזר בגורם האיכות $Q = \frac{1}{R_L} \sqrt{\frac{L}{C}}$ והוכח כי עבור $Z_x = X_L + R_L$

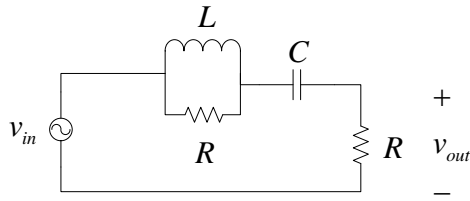
מתקיים: $H(j\omega_0) \rightarrow R_L Q^2$.

ד. כיצד תשתנה התוצאה של סעיף ג' אם כעת סוגרים את המפסק?

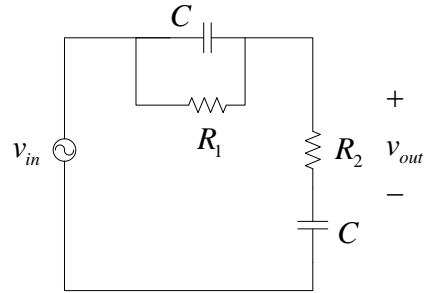
6) מצא את פונקציית התמסורת $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$ בכל אחד מהמעגלים הבאים וקבע

איזה סוג מסנן מממש המעגל (הבע באמצעות הפרמטרים של המעגל הנתון):

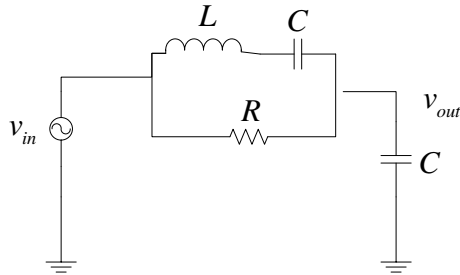
ב.



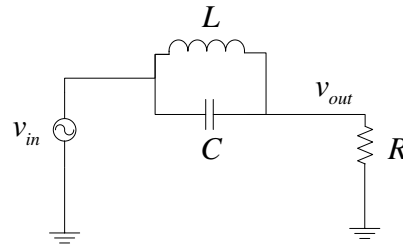
א.



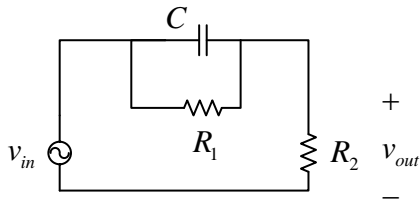
ד.



ג.



7) לפניך המעגל הבא:



א. מצא את יחס התמסורת: $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$.

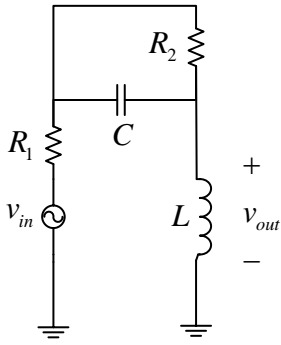
ב. בדוק לאלו ערכים שואפת פונקציית

התמסורת כאשר $\omega \rightarrow 0$ וכאשר $\omega \rightarrow \infty$.

ג. צייר גרף תדרי של הערך המוחלט של פונקציית התמסורת.

ד. מה תוכל להסיק על פונקציית התמסורת של המעגל?

האם המעגל הנ"ל מתפקד כמסנן כלשהו? אם כן איזה?



8) המעגל שלפני מוזן ע"י מקור מתח $v_{in}(t)$ שהוא פונקציה סינוסידיאלית בתדר ω . מתח המוצא של המעגל מסומן על הסליל בתור $v_{out}(t)$ כמתואר באיור.

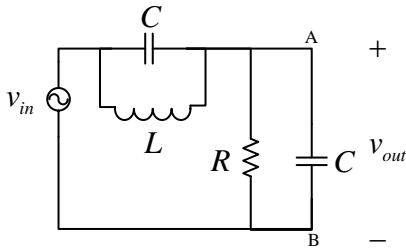
א. מצא את יחס הפאזורים $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$ כפונקציה של R_1, R_2, C, L, ω .

ב. תחת ההנחה כי $v_{in}(t)$ מתאר כניסה כלשהי למערכת (בתדרים שונים) ו- $v_{out}(t)$ מתאר את מוצא המערכת הני"ל, איזה סוג של מסנן מממש המעגל?

ג. נתון אות כניסה: $v_{in}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$ [v].

רכיבי המעגל הם: $R_1 = 4\Omega, R_2 = 6\Omega, C = 10\mu F, L = 1mH$. מצא את $v_{out}(t)$.

ד. כיצד תשתנה התוצאה של הסעיף הקודם אם כעת: $v_{in}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10^3 t + \frac{\pi}{3}\right)$ [v]?



9) נתון המעגל הבא:

א. מצא את פונקציית התמסורת

של המעגל: $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$.

ב. חשב את $|H(j\omega)|$ וקבע באיזה סוג מסנן מדובר.

תן הסבר אינטואיטיבי לקביעתך.

ג. מצא עומס בתדר ω_L : $Z_L(\omega_L)$, שיש לחבר בין

ההדקים A ו-B על מנת שנקבל עליו הספק ממוצע מירבי בתדר הני"ל.

ד. נתונים: $R = 1\Omega, L = 10mH, C = 1\mu F$.

באיזה תדר ירד ההספק על העומס לרבע מערכו המירבי?

תשובות סופיות:

- (1) א. מעביר נמוכים. ב. מעביר גבוהים. ג. חוסם פס. ד. מעביר נמוכים. ה. מעביר פס. ו. חוסם פס.

(2) א. $H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ ב. $f_{1/2} \approx 39.78 \text{ Hz}$

ג. $A = 0.2v$ ד. $A = 4.85v$ ה. הפונקציה שמממש המעגל היא HPF ולכן ככל שתדר הכניסה גדול יותר כך אמפליטודת המוצא תהיה גדולה יותר ותשאף לאמפליטודת הכניסה.

(3) א. $H_R(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$; $H_L(j\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$

$H_C(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$

ב. $H_R(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$; $H_L(j\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

ד. לא. $H_C(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

(4) א. $H_R(j\omega) = \frac{j\omega \frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$; $H_L(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$

$H_C(j\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$

ב. $H_R(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$; $H_L(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

ד. לא. $H_C(j\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

א. (5) $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$, בתדר ω_0 מתקבל הגבר אינסופי.

ב. $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}} = \frac{R_L \left(1 + j\omega \frac{L}{R_L}\right)}{1 - \omega^2 LC + j\omega R_L C}$, כעת ההגבר הוא סופי.

ד. פונקציית התמסורת תימצא ביחס הפוך ל- Q ולכן גורם איכות טוב יותר יגרור קטעון של מתח המוצא.

א. (6) $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 R_1 R_2 C + j\omega R_2 C}{1 - \omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega C (R_2 + 2R_1)}$, מסנן מעביר גבוהים (HPF).

ב. $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 RLC + j\omega R^2 C}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega (R^2 C + RL + L)}$, מסנן מעביר גבוהים (HPF).

ג. $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L}$, מסנן חוסם פס (BSF).

ד. $H(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}{1 - \omega^2 LC + j\omega C (2 - \omega^2 LC)}$, מסנן מעביר נמוכים (LPF).

א. (7) $H(j\omega) = \frac{R_2 (1 + j\omega R_1 C)}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 C}$, ב. $H(j\omega \rightarrow 0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, $H(j\omega \rightarrow \infty) = 1$

ד. המעגל לא מתפקד כמסנן היות ולא קיים תחום תדרים אותם הוא חוסם.

א. (8) $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L}{R_1 + R_2 - \omega^2 R_2 LC + j\omega (L + R_1 R_2 C)}$, ב. HPF.

ד. $v_{out}(t) = 0.28 \sin\left(1000t + \frac{7\pi}{9}\right)$ [v]

ג. $v_{out}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$ [v]

ב. $|H(j\omega)| = \frac{R|1 - \omega^2 LC|}{\sqrt{R^2 (1 - 2\omega^2 LC)^2 + (\omega L)^2}}$

א. (9) $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - 2\omega^2 LC) + j\omega L}$

ג. $Z_L(\omega_L) = \left(\frac{j\omega_L L}{1 - 2\omega_L^2 LC + j\omega_L \frac{L}{R}} \right)^*$

מסנן חוסם פס (BSF).

ד. $\omega_L \approx 317 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \rightarrow f_L \approx 27.56 \text{ Hz}$

סרטון – סרטוטי בודה:

הדציבל:

הגדרה:

גודל חסר יחידות המתאר את היחס שבין שני הספקים בסקלה לוגריתמית לפי

$$\text{Number of Decibels} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_o}{P_i} \right) : \text{בסיס } 10$$

קשר בין דציבלים ליחסי זרמים ומתחים:

$$\text{Number of Decibels} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_o}{P_i} \right) = 20 \log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \frac{I_{out}}{I_{in}}$$

טבלת ערכי דציבלים שכיחים:

| dB | Ratio for Power | Ratio for voltage/current |
|----|-----------------|---------------------------|
| 0 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 1.41 |
| 6 | 4 | 2 |
| 10 | 10 | 3.16 |
| 15 | 31.62 | 5.62 |
| 20 | 10^2 | 10 |
| 30 | 10^3 | 31.62 |
| 40 | 10^4 | 10^2 |
| 60 | 10^6 | 10^3 |
| 80 | 10^8 | 10^4 |

דציבל כיחידת הספק:

יחידת הספק המיוחסת להספק של $1mw$ באופן הבא:

$$1dBm = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{in}} \Big|_{P_{in}=1mw} = 10 \log_{10} \frac{P}{10^{-3} [w]}$$

סרטוטי בודה:

הגדרה:

זוג גרפים אשר מתארים את האמפליטודה של פונקציה מרוכבת מסוימת ואת הפאזה שלה. נתייחס לפונקציות תמסורת מהצורה: $H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot \angle H(j\omega)$ אשר ניתנת לכתובה באופן כללי ע"י מכפלת האפסים של כל פולינום:

$$H(j\omega) = \frac{k_0 \cdot \prod_{i=1}^N (j\omega + z_i)}{\prod_{i=1}^M (j\omega + p_i)}$$

גרף בודה של אמפליטודת (הגבר) פונקציות תמסורת:

גרף של A כפונקציה של ω בסקלה לוגריתמית לפי: $A_{dB} = 20 \log_{10}(|H(j\omega)|)$.

גרף בודה של פאזה של פונקציות תמסורת:

גרף של $\angle H(j\omega)$ כפונקציה של ω בסקלה לוגריתמית לפי:

$$\angle H(j\omega) = \sum_{i=1}^N \tan^{-1}(j\omega / z_i) - \sum_{i=1}^M \tan^{-1}(j\omega / p_i)$$

כאשר p_i הם קטבי הפונקציה ו- z_i הם אפסי הפונקציה.

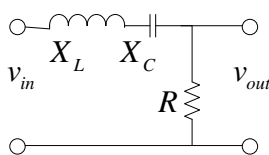
תרגילים:

- (1) נתונה מערכת מסוימת בעלת הגבר G . חשב את הגדלים הבאים:
- מצא כמה דציבלים שווים להגבר הספק פי 5 (כלומר: $G=5$).
 - מצא כמה דציבלים שווים לניחות פי 8 (כלומר: $G=1/8$) של הספק המוצא ביחס להספק הכניסה.
 - מצא את ההגבר של המערכת אם ידוע כי היא נותנת $27dB$.
 - משרשרים שתי מערכות עם הגבר G זו לזו. ידוע כי ההגבר הכולל הוא $30dB$.
- מצא את G (כלומר את ההגבר הפיזי של כל מערכת).

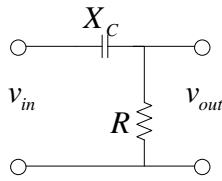
- (2) הספק כניסה למערכת מסוימת הוא $5dBm$. ידוע כי למערכת שני הגברים המשורשרים בזה אחר זה. ההגבר הראשון מוציא הספק הגדול פי 100 מהספק הכניסה וההגבר השני מוציא הספק הגדול פי 300 מהספק הכניסה שלו. במוצא המערכת קיים מנחת של $3dB$.
- מהו הספק הכניסה של המערכת ביחידות של $[w]$?
 - מהו ההגבר הכולל של המערכת (כלומר: שני מגברים ומנחת).
 - מה הוא הספק המוצא של המערכת (ב- dBm וב- $[w]$)?

- (3) סרטט דיאגרמות בודה מקורבות של פונקציות התמסורת הבאות:

$$א. H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad ב. H(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$



- (4) לפניך המעגל הבא:
- נתון: $L = 100mH$, $C = 10mF$, $R = 11\Omega$.
- כתוב את פונקציית התמסורת של המעגל.
 - סרטט גרף בודה של אמפליטודת פונקציית התמסורת.
 - חשב את הערך של $20\log_{10}|H(j\omega)|$ עבור $\omega = 50 \frac{rad}{sec}$ ו- $\omega = 1000 \frac{rad}{sec}$ וסמן את הנקודות על הגרף שסרטטת.
 - ניח כי מכניסים אות כניסה $v_{in}(t) = 8\sin(500t - 30^\circ)$ [v] למעגל. העזר בסרטוט שעשית כדי לחזות את אמפליטודת המוצא $v_{out}(t)$ במצב היציב של המעגל.

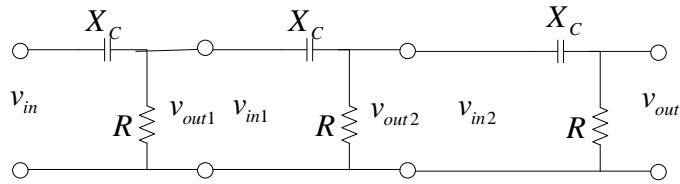


5 לפניך המעגל הבא :

א. קבע לגבי המעגל :

- i. מהי פונקציית התמסורת של המעגל?
- ii. איזה מסנן מממש המעגל?
- iii. מהו תדר הברך של המעגל?

ב. לוקחים 3 מעגלים הזהים למעגל המתואר בסרטוט ומשרשרים אותם בזה אחר זה כמתואר באיור :



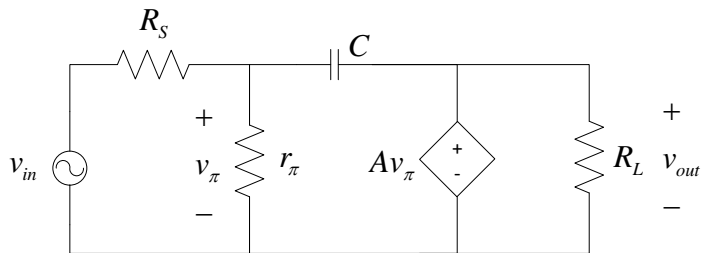
- i. האם המעגל מתפקד כמסנן מאותו הסוג?
- ii. האם תדר הברך זהה?

- iii. סרטט דיאגרמת בודה (אמפליטודה ופאזה) של המעגל הכולל.
- iv. הסבר כיצד שירשור של 3 מעגלים משפיע על פעילות המעגל.
- v. נסמן ב- ω_c את תדר הברך של המעגל הכולל.

הערך את אמפליטודת אות המוצא עבור הכניסות :

$$v_{in1}(t) = 5 \sin(10\omega_c + 30^\circ) [v] ; v_{in2}(t) = \sqrt{10} \cos(0.1\omega_c - 45^\circ) [v]$$

6 נתון המעגל הבא :



- א. מצא ביטוי להגבר A כתלות ברכיבי המעגל בלבד אשר יבטיח מעבר מלא של אות ברוחב סרט של B (כלומר האות מכיל את התדרים: $[0 : B]$) והראה כיצד הוא משפיע על אופי המסנן באמצעות דיאגרמות בודה.
- ב. מה יהיה הגבר המעגל בפס המעבר?

תשובות סופיות:

1) א. $7dB$ ב. $-9dB$ ג. 500 ד. $G \approx 31$

2) א. $3.16mw$ ב. $41.7dB$ ג. $46.7dBm = 47.54w$

3) סרטוטים בסוף התשובות.

4) א. $H(j\omega) = \frac{110j\omega}{-\omega^2 + 110j\omega + 1000}$ ב. סרטוטים בסוף התשובות.

ג. $A_{dB} = 20\log_{10}|H(50j)| = 1dB$, $A_{dB} = 20\log_{10}|H(1000j)| = -19dB$

ד. $A \approx 1.8v$

5) א. i. $H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ א. ii. מסנן HPF. א. iii. $f_c = \frac{1}{RC}$

ב. i. כן. ב. ii. כן. ב. iii. להלן סרטוטים.

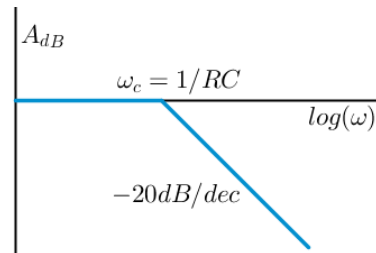
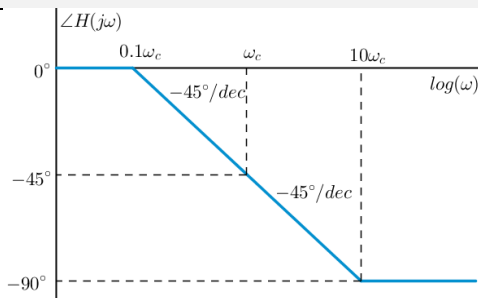
ב. iv. שרשרת המעגל גורר חדות פי N של פס הקטעון ביחס לפס המעבר ויוצר

שינוי פאזה הגדול פי N ביחס למעגל המקורי. ב. v. $\sqrt{10}mv$.

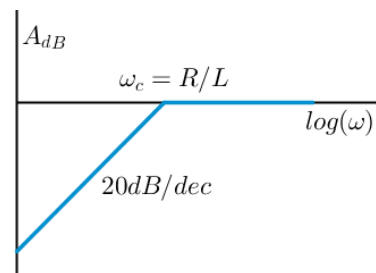
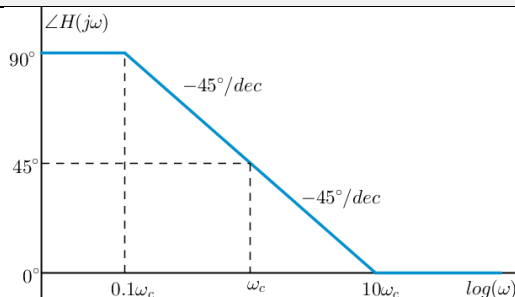
6) א. $A = \frac{BCR_S r_\pi - R_S - r_\pi}{BCR_S r_\pi}$ ב. $K = 20\log_{10}\left(A \frac{r_\pi}{r_\pi + R_S}\right)$

סרטוטי בודה (מקורבים) לשאלות:

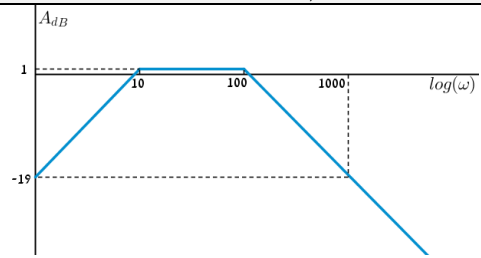
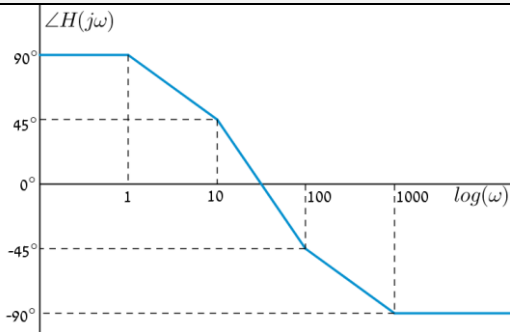
שאלה 3 סעיף א'



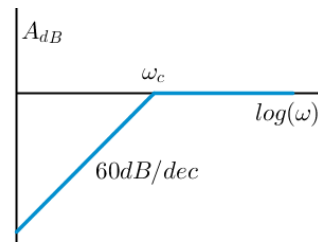
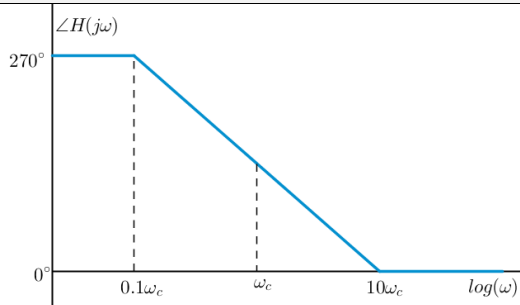
שאלה 3 סעיף ב'



שאלה 4 סעיף ב'



שאלה 5 סעיף ב'



התמרות לפלס:

הגדרות:

$$\mathfrak{F}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt : \text{הגדרה מתמטית של התמרת לפלס}$$

התמרת לפלס מתאימה בין לפונקציה $f(t)$, פונקציה חדשה שתסומן $F(s)$.

$$F(s) = \mathfrak{F}\{f(t)\} : \text{סימון ההתמרה יהיה באופן הבא}$$

טבלת התמרות של פונקציות נפוצות:

| ערך ההתמרה $F(s)$ | ערך הפונקציה $f(t)$ עבור $t > 0^-$ | שם האות |
|--|---|------------------------------|
| 1 | $\delta(t)$ | הלם (Impulse) |
| $\frac{1}{s}$ | $u(t)$ | מדרגה (Step) |
| $\frac{1}{s^2}$ | t | רמפה (Ramp) |
| $\frac{1}{s + \alpha}$ | $e^{-\alpha t}; \alpha > 0$ | דעיכה מעריכית (Exponential) |
| $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ | $\sin \omega t$ | סינוס (Sine) |
| $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$ | $\cos \omega t$ | קוסינוס (Cosine) |
| $\frac{1}{(s + \alpha)^2}$ | $te^{-\alpha t}; \alpha > 0$ | רמפה דועכת (Dumped ramp) |
| $\frac{\omega}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$ | $e^{-\alpha t} \sin \omega t; \alpha > 0$ | סינוס דועך (Dumped sine) |
| $\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$ | $e^{-\alpha t} \cos \omega t; \alpha > 0$ | קוסינוס דועך (Dumped cosine) |

טבלת תכונות ההתמרה:

| פעולה | ערך הפונקציה $f(t)$ | ערך ההתמרה $F(s)$ |
|------------------------------|-------------------------|--|
| כפל בקבוע | $k \cdot f(t)$ | $k \cdot F(s)$ |
| חיבור/חיסור | $f_1(t) \pm f_2(t)$ | $F_1(s) \pm F_2(s)$ |
| נגזרת ראשונה | $\frac{df(t)}{dt}$ | $sF(s) - f(0^-)$ |
| נגזרת כללית | $\frac{d^n f(t)}{dt^n}$ | $s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} \frac{df(0^-)}{dt} - s^{n-3} \frac{d^2 f(0^-)}{dt^2} - \dots - \frac{d^{n-1} f(0^-)}{dt^{n-1}}$ |
| אינטגרל זמני | $\int_0^t f(x) dx$ | $\frac{F(s)}{s}$ |
| הזזה בזמן | $f(t-a)u(t-a), a > 0$ | $e^{-as} F(s)$ |
| הזזה במישור לפלס (בתדר) | $e^{-at} f(t)$ | $F(s+a)$ |
| שינוי סקלה | $f(at); a > 0$ | $\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$ |
| גזירה במישור לפלס (בתדר) | $tf(t)$ | $-\frac{dF(s)}{ds}$ |
| אינטגרציה במישור לפלס (בתדר) | $\frac{f(t)}{t}$ | $\int_s^\infty F(x) dx$ |

קטבים ואפסים של התמרת לפלס:

הביטוי שעליו נבצע התמרה הפוכה מיוצגת ע"י פונקציה רציונאלית מהצורה:

$$F(s) = \frac{P_N(s)}{Q_M(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{k_0 \cdot \prod_{n=1}^N (s + z_n)}{\prod_{m=1}^M (s + p_m)}$$

קוטב: ערך s שמאפס את המונה, כלומר: $s_n = -z_n$ הם אפסים של הפונקציה $F(s)$.

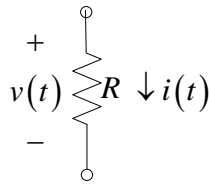
אפס: ערך s שמאפס את המכנה, כלומר: $s_n = -p_n$ הם קטבים של הפונקציה $F(s)$.

סימון רכיבים חשמליים במישור לפלס:

כללי:

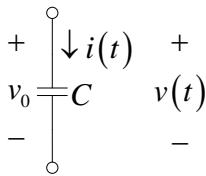
נסמן אותות זמניים באותיות קטנות, כגון: $v = v(t)$ ו- $i = i(t)$,
ואותות במישור לפלס באותות גדולות כגון: $\mathcal{V}\{v\} = V = V(s)$ ו- $\mathcal{I}\{i\} = I = I(s)$.

נגד:



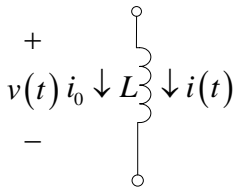
רכיב התנגדות טהורה מקיים את חוק אוהם: $v = i \cdot R$.
וכן גם במישור לפלס נקבל: $V = I \cdot R$ מאחר ו- R הוא גודל קבוע.

קבל:



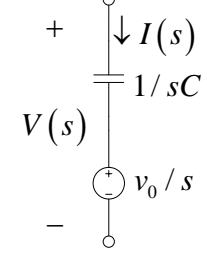
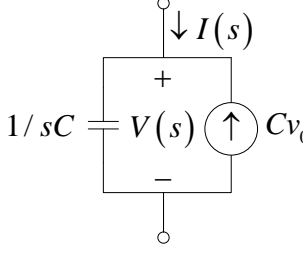
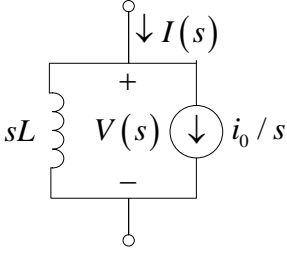
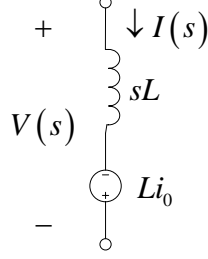
קבל מקיים: $i = C \frac{dv_c}{dt}$ ולכן נקבל: $I = C[sV - v(0^-)]$.
ובפרט אם: $v(0^-) = 0$ אז נקבל: $I = sCV$.

סליל:



סליל מקיים: $v = L \frac{di}{dt}$ ולכן נקבל: $V = L[sI - i(0^-)]$.
ובפרט אם: $i(0^-) = 0A$ אז נקבל: $V = sLI$.

סכמות הכוללות תנאי התחלה:

| | |
|--|---|
| $V = \left(\frac{1}{sC}\right)I + \frac{v(0^-)}{s}$ | $I = sCV - C \cdot v(0^-)$ |
|  |  |
| $V = sLI - i(0^-)L$ | $I = \frac{V}{sL} + \frac{i(0^-)}{s}$ |
|  |  |

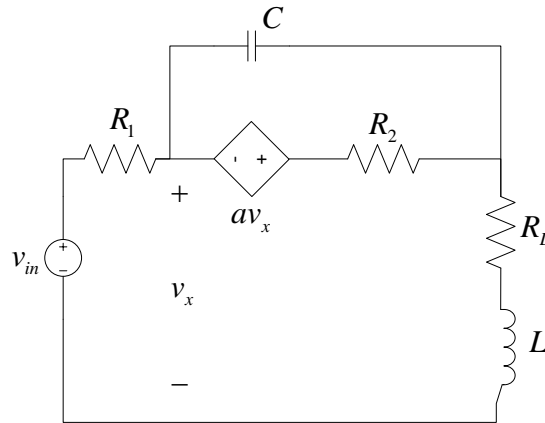
שימוש בהתמרת לפלס במעגלים חשמליים:

התמרת לפלס מאפשרת להפוך משוואות דיפרנציאליות למשוואות אלגבריות. נבצע את השלבים הבאים:

- (1) נמיר את כל רכיבי המעגל לביטוי השקול שלהם במישור לפלס.
- (2) נחבר משוואות לפי חוקי ניתוח מעגלים (KCL, KVL, סופרפוזיציה, שקולי תבנית ונורטון וכו').
- (3) נבודד את הגודל הרצוי מהמשוואות.
- (4) נבצע התמרה הפוכה למציאת אות המוצא.

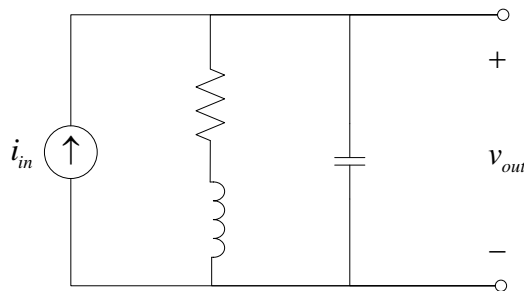
תרגילים:

- 1) לפניך המעגל הבא ובו נתון:
 $v_{in}(t) = 12u(t)$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $a = 0.2$, $R_L = 10\Omega$, $C = 400mF$, $L = 2H$
 ידוע כי לא אגורה אנרגיה ברכיבים.



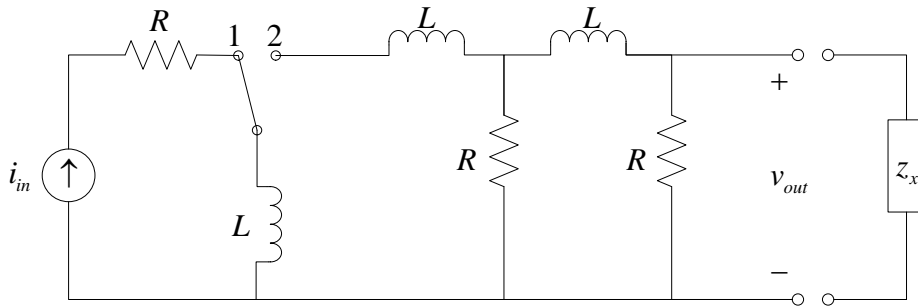
- א. מצא את שקול תבנין במישור לפלס.
 ב. מצא את הביטוי במישור לפלס עבור הזרם שמגיע לעומס במעגל (כלומר ל- R_L ו- L).
 ג. מצא את אות הזרם הזמני שמגיע לעומס ובדוק את נכונות הביטוי שקיבלת.

- 2) נגד של 2Ω , סליל של $1H$ וקבל של $0.1F$ מחוברים באופן המתואר בסמוך. אות הכניסה הוא i_{in} ומוצא המעגל הוא המתח v_{out} . ידוע כי לא אגורה אף אנרגיה בקבל ובסליל.



- א. כתוב את פונקציית התמסורת: $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)}$.
 ב. צייר מפת קטבים ואפסים של פונקציית התמסורת והסבר מה ניתן ללמוד על המעגל.
 ג. מוסיפים רכיב לא ליניארי במקביל לקבל אשר הזרם העובר דרכו נתון ע"י הביטוי: $i_x(t) = k \cdot \frac{d}{dt} v_L(t)$ כאשר k הוא קבוע חיובי כלשהו. כיצד תשתנה פונקציית התמסורת כעת וכיצד k ישפיע על מפת הקטבים והאפסים שלה?

- 3 במעגל שלפניך ישנו מקור זרם קבוע בגודל i_0 ומפסק דו-כיווני אשר נמצא במצב 1 במשך הרבה זמן. ברגע $t = 0$ מעבירים אותו למצב 2. כל הסלילים במעגל הם בעלי השראות L וכל הנגדים בעלי התנגדות R . מסמנים את זרם הכניסה ב- $i_{in}(t)$ ואת מתח המוצא ב- $v_{out}(t)$. בצד העומס מחובר רכיב כלשהו z_x .



- א. מצא ביטוי למתח המוצא במישור לפלס.
 ב. ידוע כי z_x מורכב משני רכיבים פאסיביים שונים (לכל היותר) המחוברים יחדיו (בטור או במקביל). האם קיים צירוף של רכיבים עבורו לזרם המוצא תהיה אי-רציפות כלשהי? נמק.

תשובות סופיות:

$$\cdot z_{TH}(s) = \frac{34+16s}{5+4s}, V_{TH}(s) = \frac{24(2s+3)}{s(4s+5)} \quad \text{א. (1)}$$

$$\cdot i_L(t) = \left(\frac{6}{7} + 0.43e^{-s(8s^2)1.57t} - 7.3e^{-6.67t} \right) u(t) \quad \text{ג.} \quad I_L(s) = \frac{24(2s+3)}{s(8s^2+66s+84)} \quad \text{ב.}$$

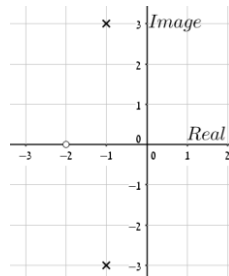
$$\text{ב. סרטוט מפת קטבים ואפסים למטה.} \quad H(s) = \frac{10(s+2)}{s^2+2s+10} \quad \text{א. (2)}$$

$$\text{ג. הפרמטר } k \text{ משפיע על הקטבים של פונקצית} \quad H(s) = \frac{R+sL}{s^2(k+C)L+RCs+1}$$

התמסורת ובכך קובע את מידת האוסילציות שלה.

$$\text{ב. לא.} \quad V_{out}(s) = \frac{-R^2 Li_0}{2L^2 s^2 + 5RLs + R^2} \quad \text{א. (3)}$$

מפת קטבים ואפסים לשאלה 2 סעיף ב:



תוכן העניינים:

| | |
|------------------|---|
| 259 | מגברי שרת |
| 259 | סרטון – מבוא למגברי שרת : |
| 259 | הגדרות יסודיות : |
| 260 | כללים : |
| 261 | פרמטרים מרכזיים של מעגלי הגבר : |
| 261 | מעגלי הגבר שכיחים : |
| 262 | תרגילים : |
| 268 | תשובות סופיות : |
| 269 | סרטון - אותות כניסה שונים במעגלי הגבר : |
| 269 | תרגילים : |
| 272 | תשובות סופיות : |
| 273 | סרטון – מעגלים גוזרים ואינטגרטורים : |
| 273 | סוגי מעגלים : |
| 274 | תרגילים : |
| 275 | תשובות סופיות : |
| 277 | סרטון – מגברי שרת מעשיים : |
| 277 | הגדרות כלליות : |
| 278 | תרגילים : |
| 279 | תשובות סופיות : |
| 280 | סרטון – ניתוח מעגלי הגבר במישור התדר : |
| 280 | תרגילים : |
| 282 | תשובות סופיות : |

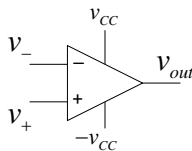
פרק 11

מגברי שרת

סרטון – מבוא למגברי שרת:

הגדרות יסודיות:

מגבר שרת הוא רכיב בעל יכולת להגביר אות. מקובל לסמן את ההגבר באות A (מלשון: Amplifier) או G (מלשון: Gain).



מגבר שרת מורכב משני כניסות, יציאה אחת ומתחי הזנה. אופן הסימון של מגבר שרת הוא כדלהלן, כאשר:

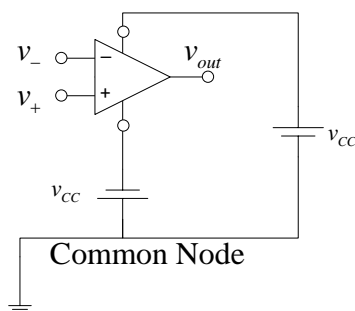
v_{CC} - מתח הזנה של המגבר (Supply voltage).

v_+ - כניסה לא מהפכת (noninverting input) של המגבר.

v_- - כניסה מהפכת (inverting input) של המגבר.

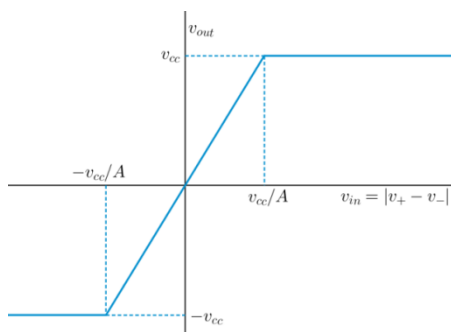
v_{out} - מתח המוצא של המגבר ביחס לאדמה.

קשר בין מתחי המבוא למתח המוצא: $v_{out} = A(v_+ - v_-)$ כאשר $A \rightarrow \infty$.



סרטוט החיבורים המלא של מגבר שרת:

להלן סרטוט החיבורים המלא של מגבר שרת ובו מתחי ההזנה מחוברת באמצעות אדמה משותפת (Common node) לממתח חיובי ושילי:

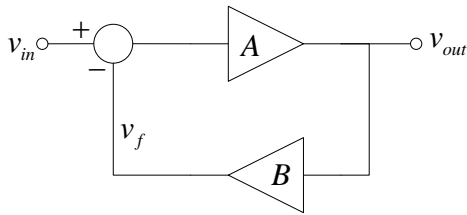


אופיין של מגבר שרת:

להלן אופיין מתח הכניסה והמוצא

של מגבר שרת $v_{out} = Av_{in}$ כאשר $v_{in} = v_+ - v_-$ ו- A הוא הגבר הרכיב:

משוב שלילי:



להלן המבנה הכללי של מערכת בקרה עם משוב שלילי. המעגל הראשי הוא בעל הגבר A ורשת המשוב מספקת הגבר B . ניתן לראות כי תחת

$$\text{ההנחה } A \rightarrow \infty \text{ מתקבל: } \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{B}$$

סוגי הגברים:

- (1) ההגבר שמקיים את המשוואה: $v_{out} = A(v_+ - v_-)$ נקרא **הגבר בחוג פתוח** והוא מיוחס להגבר הישיר של המגבר, A_{OL} , אשר שואף לאינסוף: $A_{OL} \rightarrow \infty$.
- (2) היחס $A = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ נקרא **ההגבר בחוג סגור** והוא מיוחס למעגל עם משוב שלילי. הגבר זה מסומן לעיתים גם כ- A_{CL} .
- (3) במידה ושני אותות שונים, v_1 ו- v_2 , אחד בכל כניסה, ההגבר בחוג סגור מוגדר לפי: $A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1}$ ובמקרה זה מקובל לקרוא לו גם **ההגבר הדיפרנציאלי של המעגל ולסמנו**: $A_d = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1}$.

כללים:

כללי הזהב:

במגבר אידיאלי שבו משוב שלילי ניתן להניח את ההנחות הבאות:

- (1) המתחים בכל כניסה שווים זה לזה: $v_+ = v_-$.
- (2) לא נכנסים זרמים לכניסות המגבר: $i_+ = i_- = 0A$.

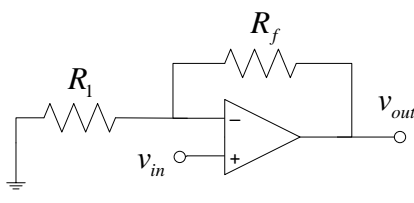
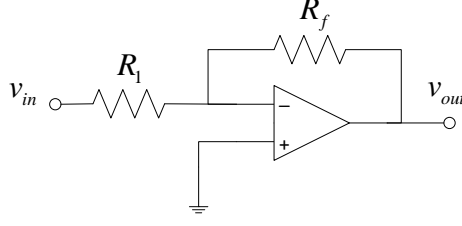
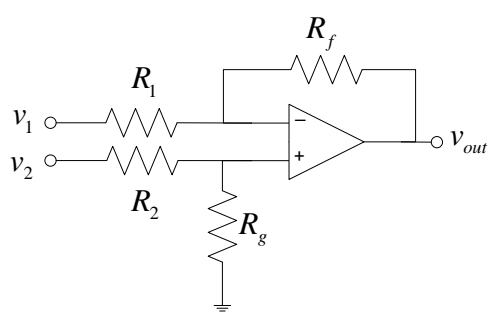
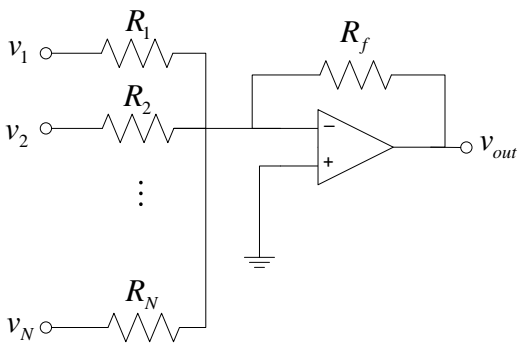
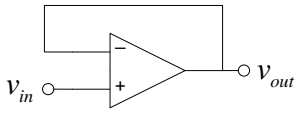
כללים מנחים בניתוח מעגלי הגבר:

- (1) מניחים כי המגבר אינו ברוויה.
- (2) בודקים שאכן קיים משוב שלילי.
- (3) לעולם לא מחברים משוואות זרמים בצומת המוצא של המגבר.

פרמטרים מרכזיים של מעגלי הגבר:

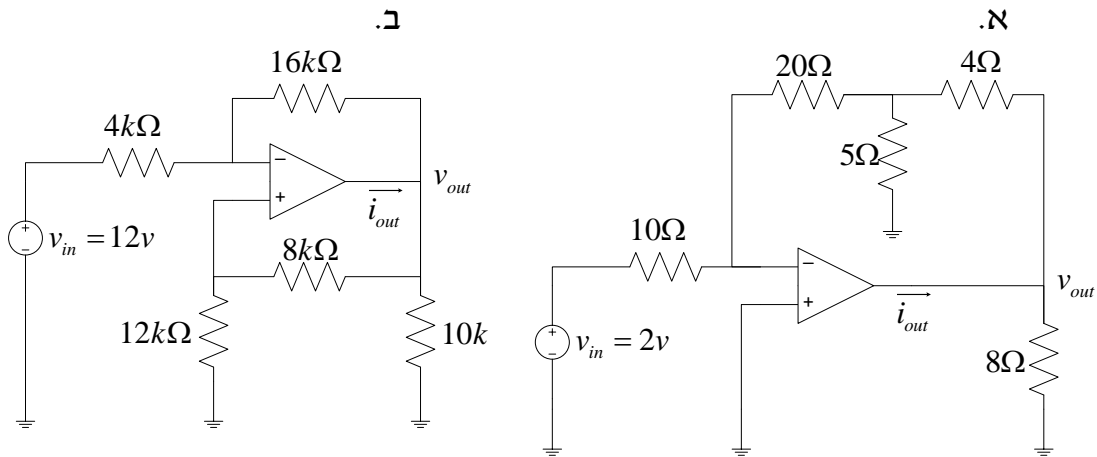
- התנגדות כניסה - R_{in} (התנגדות הכניסה של מגבר שרת אידאלי היא $R_{in} = \infty$).
 - התנגדות מוצא - R_{out} (התנגדות המוצא של מגבר שרת אידאלי היא $R_{out} = 0\Omega$).
 - הגבר המעגל - A :
- (מתח למתח: $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$, מתח לזרם: $A = \frac{i_{out}}{v_{in}}$, זרם לזרם: $A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}}$).

מעגלי הגבר שכיחים:

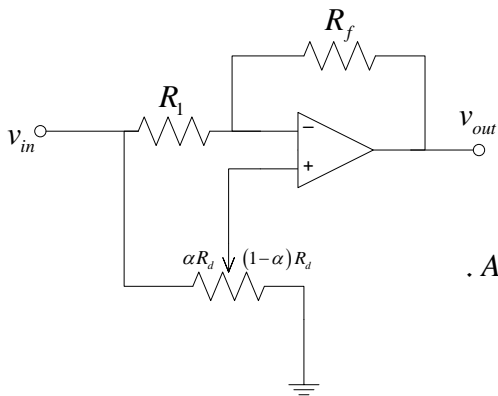
| מעגל לא הופך מופע | מעגל הופך מופע |
|---|--|
|  |  |
| מגבר הפרש | מעגל מסכם הופך מופע |
|  |  |
| | מעגל חוצץ מתח |
| |  |

תרגילים:

1) בכל אחד מהמעגלים שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי אשר מתפקד בתחום הליניארי שלו. מצא את v_{out} , את i_{out} ואת הספק המוצא של המגבר p_{out} .



2) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי. הפוטנציומטר R_d נשלט ע"י הפרמטר α , $0 \leq \alpha \leq 1$.



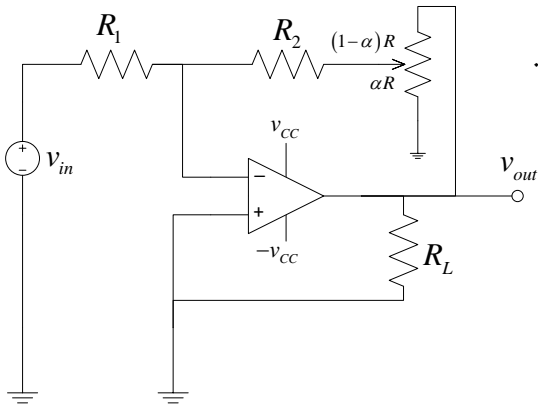
א. מצא ביטוי להגבר המעגל $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$

כתלות ברכיבי המעגל.

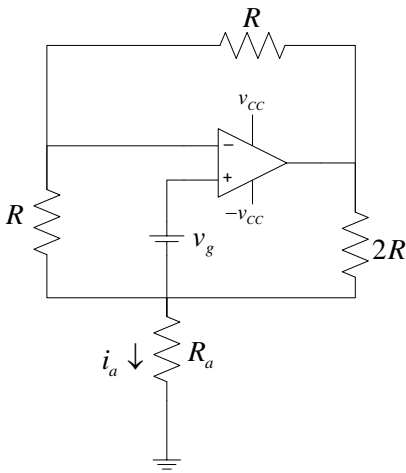
ב. סרטט את גרף ההגבר כתלות ב- α , $A_v = f(\alpha)$.

ג. האם קיים α עבורו מוצא המעגל יהיה $0V$?

אם כן מצא תנאי על הנגדים R_1 ו- R_f עבורו.

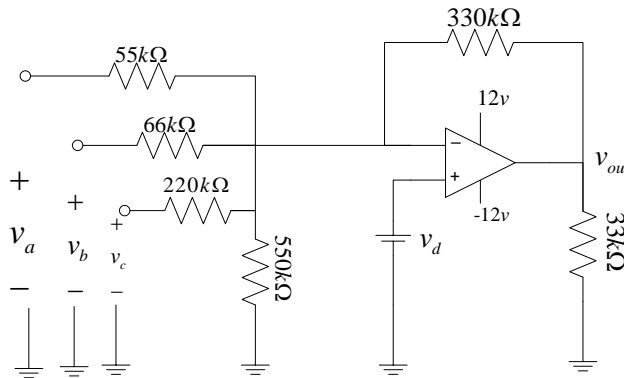


- (3) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. מתחי ההזנה שלו הם: $v_{CC} = \pm 45\text{V}$ כמתואר. ערכי הנגדים הם: $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$. $R_L = 15\text{k}\Omega$ ו- $R = 100\text{k}\Omega$. ידוע כי עבור התחום $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$ המגבר אינו ברוויה. מצא את הערך המירבי של v_{in} אשר יקיים זאת.



- (4) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי. ערכי כל הרכיבים נתונים ורשומים באיור.
א. הבע את הזרם i_a באמצעות מקור המתח v_g והנגדים.
ב. מצא ביטוי ל- R_a עבורו המגבר ימצא על סף הרוויה.

- (5) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. ערכי כל הרכיבים מופיעים בתרשים.

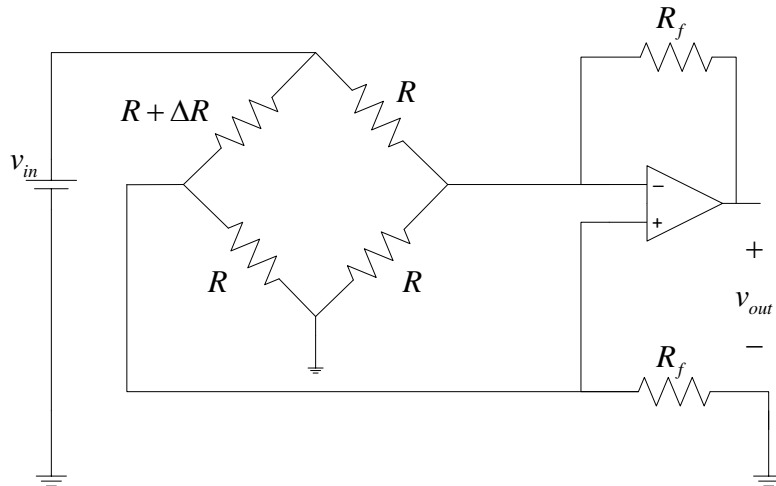


- א. מצא את מתח המוצא v_{out} עבור: $v_a = 16\text{V}$, $v_b = 12\text{V}$, $v_c = -6\text{V}$, $v_d = 10\text{V}$.
ב. תחת ההנחה כי המתחים v_a , v_b ו- v_d שומרים על ערכם, מצא את תחום הערכים של v_c עבורו המגבר יתפקד בתחום הליניארי.
ג. מחליפים את נגד המשוב $330\text{k}\Omega$ בנגד משתנה R_f . ערכי המתחים הם כמפורט בסעיף א'. תחת ההנחה כי הוא יכול לקבל כל ערך חיובי אפשרי: $0 \leq R_f < \infty$, מצא את תחום ההתנגדות עבורו המגבר יהיה ברוויה.

6) השאלה הבאה עוסקת בתכנון מעגל:

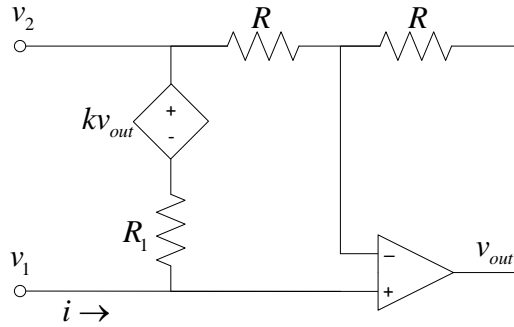
- א. תכנון מעגל מסכם הופך מופע שמקיים: $v_{out} = -(4v_a + 7v_b + 3v_c)$.
- ב. התייחס למעגל שבנית בסעיף הקודם בתור קופסא סגורה ומצא מה יש להוסיף על מנת לקבל מוצא כולל (סופי) של: $v_{out} = 4v_a + 7v_b + 3v_c$.

7) במעגל שלפניך מגבר השרת הינו אידיאלי. ידוע כי $\Delta R \ll R$.



- א. הראה כי מתח המוצא ניתן לקירוב באופן הבא: $v_{out} \approx -\frac{R_f(R + R_f) \cdot \Delta R}{R^2(R + 2R_f)} \cdot v_{in}$.
- ב. נתונים ערכי הרכיבים הבאים: $R_f = 520k\Omega$, $R = 16k\Omega$, $\Delta R = 90\Omega$, $v_{in} = 12v$.
- מצא את הערך המקורב של v_{out} .
 - מצא את הערך המדויק של v_{out} .
- ג. מגדירים שגיאה באופן הבא: $\% \text{Error} = \left[\frac{\text{approximate value}}{\text{actual value}} - 1 \right] \cdot 100$.
- הראה כי ניתן לכתוב את השגיאה כך: $\% \text{Error} = 100 \cdot \frac{\Delta R(R + R_f)}{R(R + 2R_f)}$.
- ומצא את השגיאה עבור ערכי הרכיבים של סעיף ב'.
- ד. הנח כי שגיאת האחוז במציאת מתח המוצא לא חורגת מ-0.6%.
- מצא את השגיאה הגדולה ביותר האפשרית עבור R שהמעגל מסוגל להתמודד כדי לקיים את תנאי זה.

8) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. כל ערכי הרכיבים נתונים. מצא ביטוי לזרם i כתלות ברכיבי המעגל.



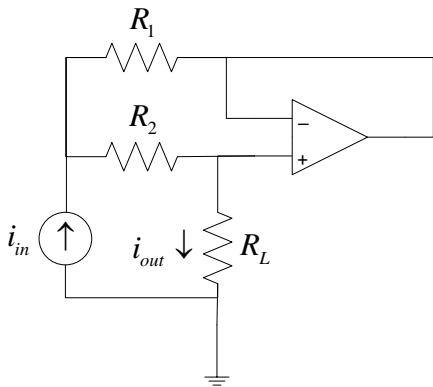
9) במעגל שלפניך נתון מגבר אידיאלי.

מכניסים מקור זרם i_{in} .

א. מצא את היחס $A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}}$.

ב. מחברים במקביל למקור הזרם התנגדות R_S .

כתוב מעגל שקול תבנית עבור העומס R_L .



10) נתון המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי

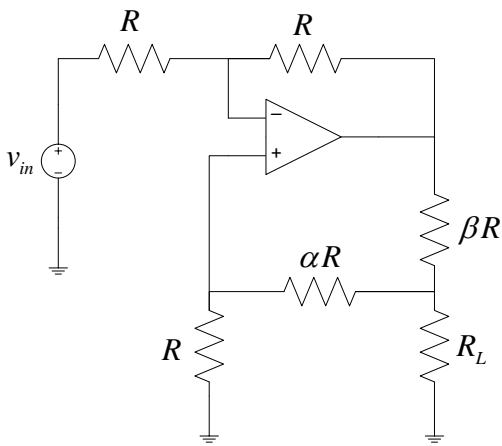
אשר פועל בתחום הליניאריות שלו.

ערכי כל הרכיבים נתונים במעגל.

הבע באמצעות α ו- β את התנגדות המוצא

של המעגל ומצא תנאי עליהם עבורו

תהיה למעגל התנגדות מוצא אינסופית.

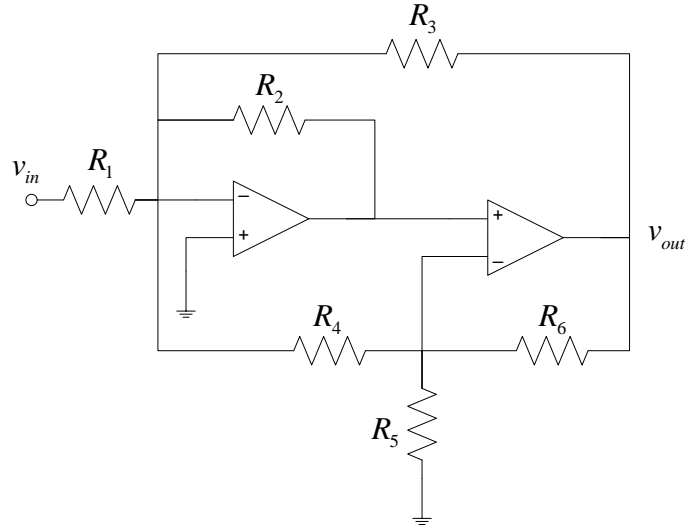


11) לפניך המעגל הבא. ערכי הרכיבים הם :

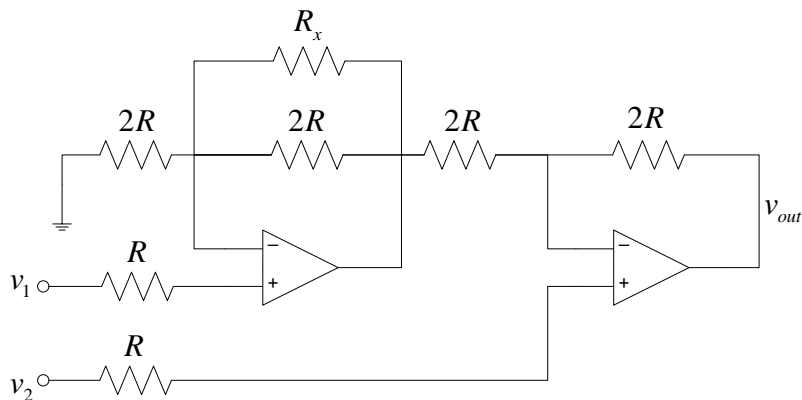
$$R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 3k\Omega, R_4 = 6k\Omega, R_5 = 3k\Omega, R_6 = 4k\Omega$$

מצא את הגבר המתח $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ במעגל שלפניך.

הנח כי שני המגברים הינם אידיאלים ופועלים בתחום הליניארי שלהם.



12) נתון מעגל הפרש הבא ובו מגברי השרת הם אידיאלים ופועלים בתחום הליניארי שלהם. כל ערכי הנגדים נתונים בתרשים.

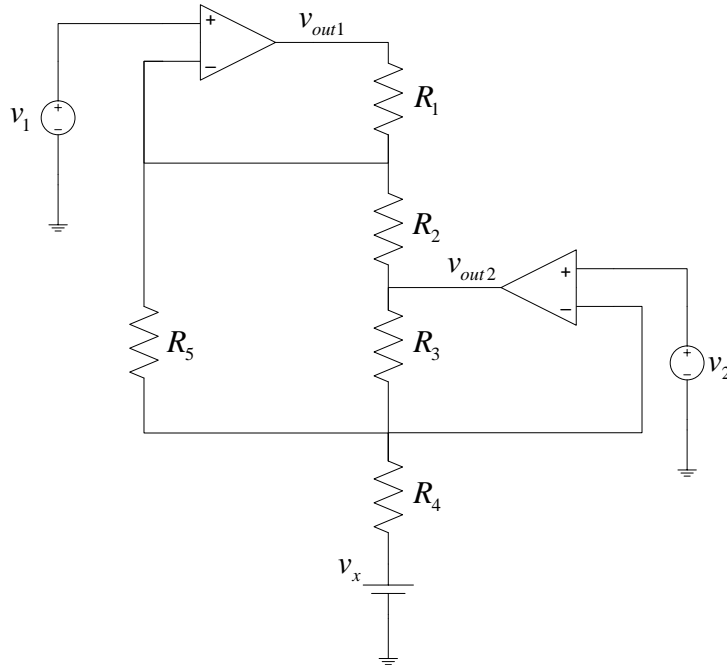


- א. כתוב את מתח המוצא כתלות במתחי הכניסה וערכי הנגדים.
 ב. האם קיימים ערכים עבור הנגדים כך שיתקיים: $v_{out} = 2v_2 - v_1$?
 אם כן מצא אותם, אם לא נמק.

13 נתון המעגל הבא ובו מגברי שרת אידיאליים.

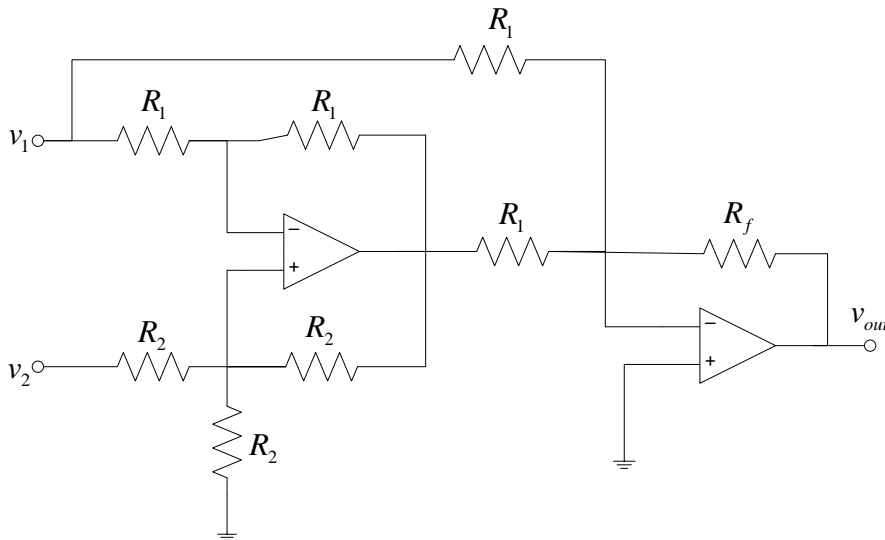
ערכי הרכיבים הם: $R_1 = 4k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 3k\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 0.5k\Omega$

וכן: $v_1 = 5v$, $v_2 = 3v$. מצא את ערך המתח v_x עבורו יתקיים: $v_{out1} - v_{out2} = 13v$.



14 במעגל שבתרשים נתונים שני מגברי שרת אידיאליים. ערכי כל הרכיבים נתונים.

מצא תנאי על הנגדים R_1 ו- R_f עבורם ההגבר הדיפרנציאלי של המעגל יהיה 100.



תשובות סופיות:

א. $v_{out} = -8v$, $i_{out} = -2A$, $p_{out} = 16w$ ב. $v_{out} = 24v$, $i_{out} = 4.2mA$, $p_{out} = 100.8mw$ (1)

א. $A_v = 1 - \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)\alpha$ ב. $0 < \frac{R_1}{R_1 + R_f} < 1$ ג. (2)

א. $|v_{in}| \leq 100mv$ (3)

א. $i_a = \frac{2v_g}{R}$ ב. $R_a = \left(\frac{1}{2} \frac{v_{cc}}{v_g} - 1\right)R$ (4)

א. $v_{out} = -6v$ ב. $-18v \leq v_c \leq -2v$ ג. $R_f > 453.75k\Omega$ (5)

א. מעגל מסכם עם: $R_f = 4R_a = 7R_b = 3R_c$ (6)

ערכים לדוגמא: $R_f = 84\Omega$, $R_a = 21\Omega$, $R_b = 12\Omega$, $R_c = 28\Omega$

ב. להוסיף מעגל מהפך עם: $R_f = R$

א. $v_{out} = -1.11349v$ ב. $v_{out} = -1.1103v$ (7)

א. $\%Error = 0.285\%$ ב. $\%Error = 1.18\%$ ג.

א. $i = \frac{1}{R}(v_1(1+2k) - v_2(k+1))$ (8)

א. $A_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ב. $v_{TH} = i_{in}R_S$, $R_{TH} = R_2 + R_S \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ (9)

א. $R_{out} = R \frac{(\alpha+1)\beta}{\alpha+\beta-1}$, התנגדות אינסופית כאשר $\alpha + \beta = 1$ (10)

א. $A_v = -1.8$ (11)

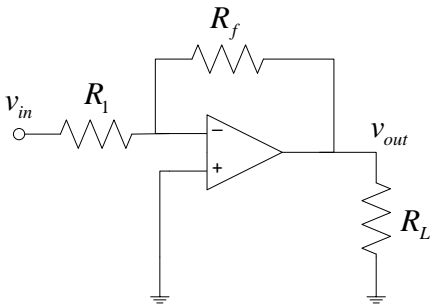
א. $v_{out} = 2v_2 - \frac{2R+2R_x}{2R+R_x}v_1$ ב. כל עוד $R_x = 0\Omega$ הדרישה תתקיים. (12)

א. $v_x = -2v$ (13)

א. $R_f = 50R_1$ (14)

סרטון - אותות כניסה שונים במעגלי הגבר:

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי.

נתון כי: $R_f = 470k\Omega$, $R_1 = 9.4k\Omega$, $R_L = 1M\Omega$

וכי מתח האספקה למגבר הוא $v_{CC} = 24V$.

מצא וצייר את אות המוצא $v_{out}(t)$ כפונקציה

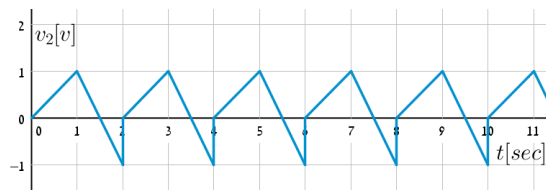
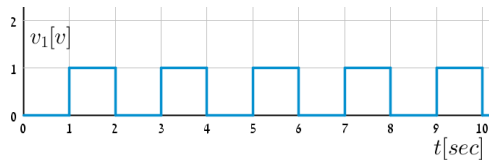
של t עבור כל אחד מאותות הכניסה $v_{in}(t)$ הבאים:

- $v_{in}(t) = k \cdot u(t)$. בתשובתך התייחס לערכים שונים של k .
- $v_{in}(t) = k(u(t) - u(t-2))$. בתשובתך התייחס לערכים שונים של k .
- $v_{in}(t) = r(t)$. קבע לאחר כמה זמן ייקטס מתח המוצא $v_{out}(t)$.
- $v_{in}(t) = k \cdot e^{-2t}u(t)$. מצא את k המירבי עבורו מתח המוצא לא ייקטס.

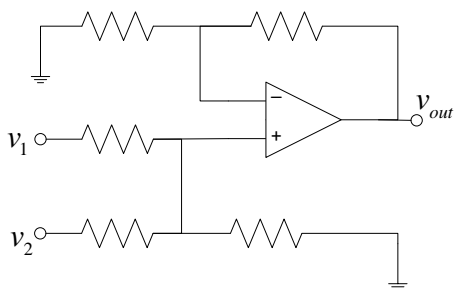
2) בכל אחד מהמעגלים שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.

ערכי כל הנגדים בכל סעיף הם $50k\Omega$. נתונים אותות הכניסה הבאים:

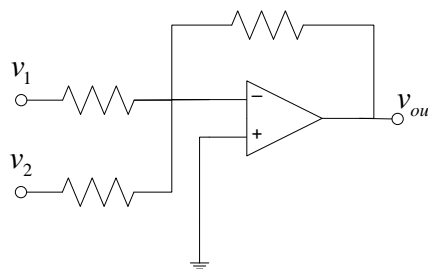
מצא וצייר את אות המוצא $v_{out}(t)$, כתוב הגבלה על מתח ההזנה עבורו מתח המוצא לא ייקטס.



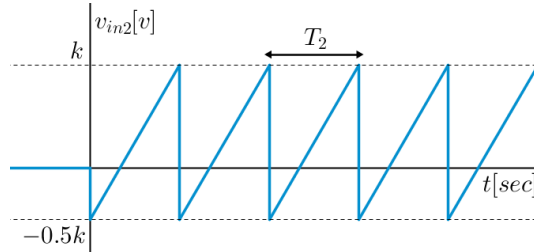
ב.



א.

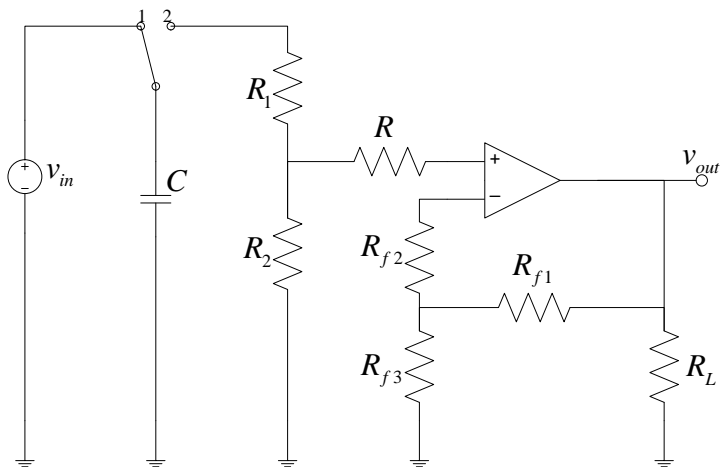


- 3) תכנון מעגל בעל דרגת הגבר אחת, אשר מסכם שני אותות כניסה $v_1(t)$ ו- $v_2(t)$ באופן הבא: $v_{out}(t) = 2v_1(t) + v_2(t)$ כאשר: $v_1(t) = \sin(\omega t)u(t)$ ו- $v_2(t)$ מתואר בגרף הבא:



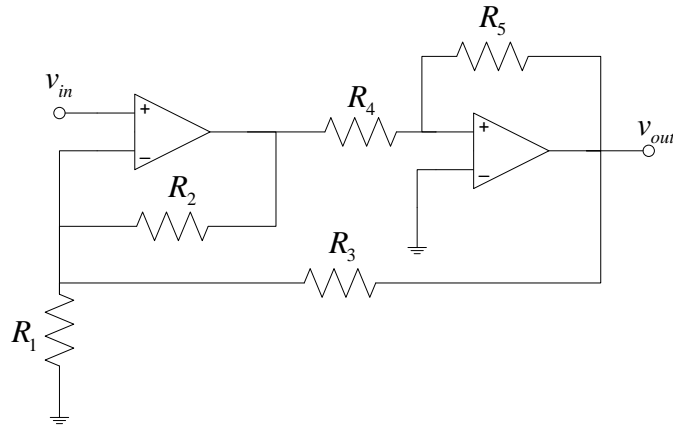
נתון כי מתח האספקה הוא $20v$. מצא תנאי על k עבורו בתכנון המעגל שלך מתח המוצא לא ייקטם כלל.

- 4) לפניך שני מעגלים המשורשרים זה לזה. המעגל הראשון הינו מעגל RC ובו מתח כניסה v_{in} אשר טוען קבל C במשך הרבה זמן (שימו לב – המפסק נמצא במצב 1). בזמן $t = 0$ מעבירים את המפסק למצב 2. המעגל השני מורכב ממגבר שרת אידיאלי ורשת נגדים.

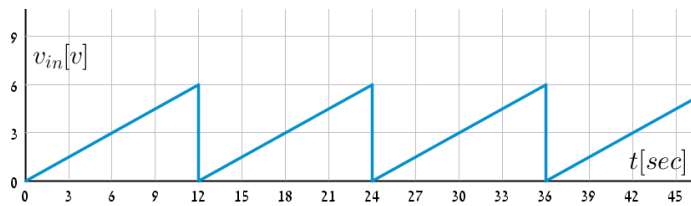


- א. הבע באמצעות v_{in} , C , R_1 ו- R_2 את המתח בכניסה החיובית של מגבר השרת.
 ב. הראה כי אם: $R_1 = R_2 = R$ ו- $R_{f1} = R_{f2} = R_{f3} = R_f$ אז הגבר המערכת כולה הוא: $A(t) = \exp\{-t / (2RC)\}$.
 ג. מצא הגבלה על מתח הכניסה v_{in} עבורו מתח המוצא לא ייקטם לכל t (הבע את תשובתך במונחי מתח האספקה v_{CC}).

5) לפניך מעגל המורכב משתי דרגות הגבר. הנח כי ערכי כל הרכיבים נתונים וכי מגברי השרת הינם אידיאליים.



- א. הראה כי אם אות המוצא של אחד המגברים אינו הופך מופע אז וודאי שהמוצא האחר יהיה הופך מופע. מה התנאי על הנגדים עבורם מוצא המגבר הראשון יהיה הופך מופע?
- ב. כעת נתונים: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 1k\Omega$, $R_4 = 4k\Omega$, $R_5 = 6k\Omega$. מכניסים את האות הבא:



צייר את האות המתקבל במוצא כל אחד מהמגברים עבור מתחי ההזנה הבאים:

i. $v_{cc1} = v_{cc2} = 22.5v$

ii. $v_{cc1} = v_{cc2} = 15v$

iii. $v_{cc1} = v_{cc2} = 10v$

- ג. כתוב הגבלה עבור אות הכניסה $v_{in}(t) = a \cdot u(t)$ (כלומר תנאי על a) עבורו האות במוצא המעגל לא ייקטם בכל אחד מהמקרים שתוארו בסעיף הקודם.

תשובות סופיות:

$$v_{out}(0 < t < 2) = \begin{cases} 24 & k < -0.48 \\ -50k & -0.48 \leq k < 0.48 \\ -24 & k > 0.48 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad v_{out}(t) = \begin{cases} 24 & k < -0.48 \\ -50k & -0.48 \leq k < 0.48 \\ -24 & k > 0.48 \end{cases} \quad \text{א. (1)}$$

$$v_{out}(t) = \begin{cases} 24 & t \leq 0 \\ -50t & 0 \leq t < 0.48 \\ -24 & t > 0.48 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$.T = -\frac{1}{2} \ln \frac{24}{50k}, \quad v_{out}(t) = \begin{cases} -24(u(t) - u(t-T)) - 50ke^{-2(t-T)}u(t-T) & k > 0.48 \\ -50ke^{-2t}u(t) & -0.48 \leq k < 0.48 \\ 24(u(t) - u(t-T)) - 50ke^{-2(t-T)}u(t-T) & k < -0.48 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$. |v_{cc}| \geq 2 : \text{הדרישה} \quad v_{out}(t) = -(v_1 + v_2) \quad \text{א. (2)}$$

$$. |v_{cc}| \geq \frac{4}{3} : \text{הדרישה} \quad v_{out}(t) = \frac{2}{3}(v_1 + v_2) \quad \text{ב.}$$

$$. R_2 = 2R_1, R_f = 2R_g : \text{התנאים} \quad \text{ג. (3)}$$

$$. v_{in} \leq v_{CC} \quad \text{ג.} \quad v_+(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{in} e^{-\frac{t}{C(R_1 + R_2)}} u(t) \quad \text{א. (4)}$$

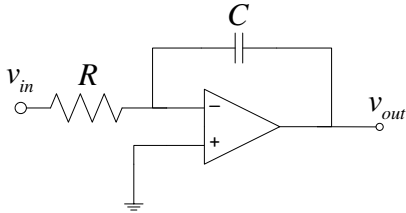
$$R_3 R_4 < R_2 R_5 \quad \text{א. (5)}$$

$$. |a| \leq 2\frac{2}{3}v \quad \text{ג. iii.} \quad |a| \leq 4v \quad \text{ג. ii.} \quad |a| \leq 6v \quad \text{ג. i.}$$

סרטון – מעגלים גוזרים ואינטגרטורים:

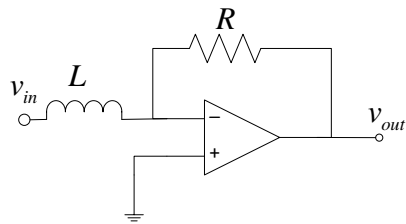
סוגי מעגלים:

מעגלי אינטגרטור בסיסיים:



$$v_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_0^+}^{\infty} v_{in}(t) dt + v_c(t_0^+)$$

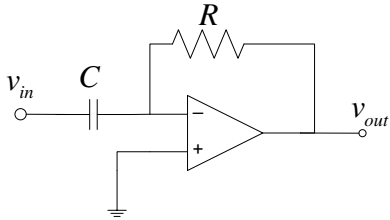
משוואה כללית:



$$v_{out}(t) = -\frac{R}{L} \int_{t_0^+}^{\infty} v_{in}(t) dt + Ri_L(t_0^+)$$

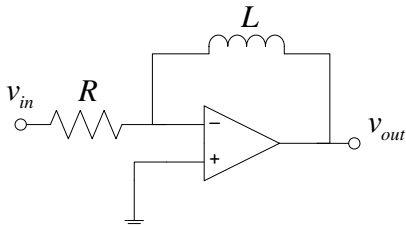
משוואה כללית:

מעגלים גוזרים בסיסיים:



$$v_{out}(t) = -RC \frac{dv_{in}(t)}{dt}$$

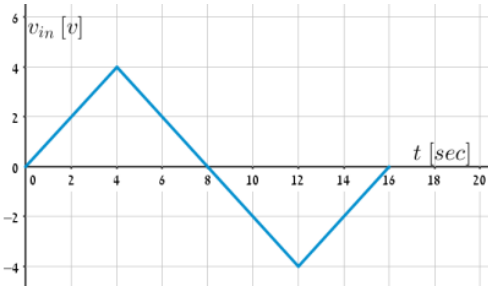
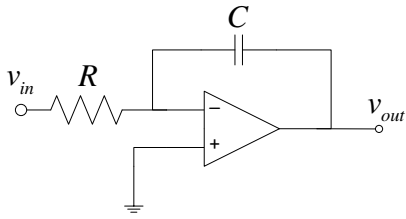
משוואה כללית:



$$v_{out}(t) = -\frac{L}{R} \frac{dv_{in}(t)}{dt}$$

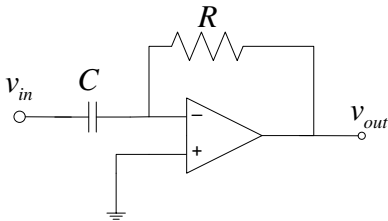
משוואה כללית:

תרגילים:

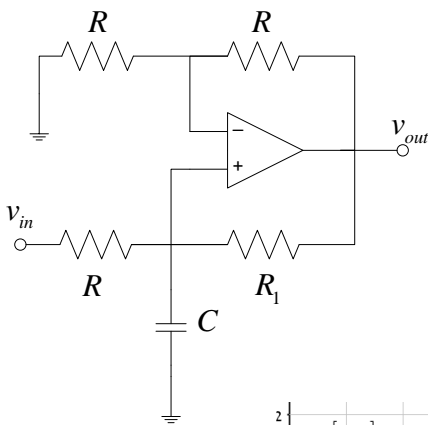


- 1 במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים הם: $R = 200k\Omega$, $C = 2\mu F$.
 לא אגורה אנרגיה בקבל ונתון כי: $|v_{CC}| = 50v$.
 א. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסה סינוסית בתדר של $200Hz$ ו- $v_p = 10v$.

- ב. חשב וצייר את מתח המוצא עבור הכניסה הבאה:
 ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים הקודמים אם נתון: $|v_{CC}| = 30v$?



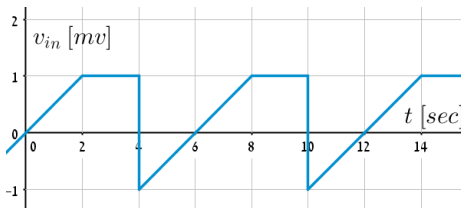
- 2 במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים הם: $R = 10k\Omega$, $C = 1mF$.
 א. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסת שן מסור בעלת שיפוע של $1.5 \frac{v}{sec}$.
 ב. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסה סינוסית בתדר של $200Hz$ ו- $v_p = 10v$ (הנח כי המגבר אינו נכנס לרוויה).



- 3 לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים: R ו- C נתונים. מתקיים: $R = R_1$.
 א. נסח משוואה דיפרנציאלית המתאימה למעגל ותאר את פעולתו.
 ב. נתון כי: $R = R_1 = 1k\Omega$, $C = 2\mu F$, $v_{CC} = 10v$.
 חשב את מוצא המעגל עבור:

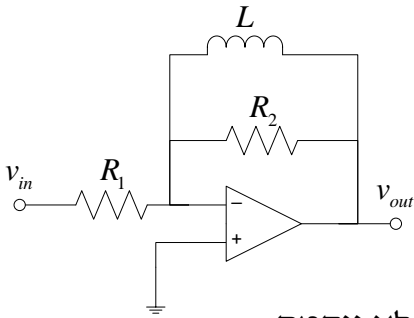
i. אות כניסה: $v_{in}(t) = 3 \cos(60\pi t)$ [v]

ii. האות הבא:



- ג. מנתקים את הנגד R_1 .
 נסח משוואה דיפרנציאלית מתאימה ותאר את פעולת המעגל כעת.

4 במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי עם מתח אספקה v_{cc} .



ערכי הרכיבים R_1, R_2, L הם נתונים.

ידוע כי הזרם האגור בסליל הוא: $i_L(0^-) = i_0$.

א. כתוב משוואה דיפרנציאלית המתארת את פעולת המעגל.

ב. מכניסים למעגל את הכניסה $v_{in}(t) = v_0 \frac{R_1}{R_2} u(t)$.

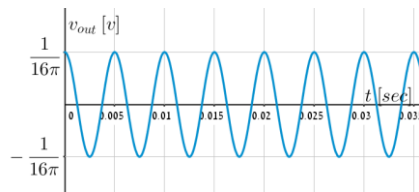
(v_0 פרמטר). מצא תנאי על i_0 עבורו מוצא המעגל לא ייקטם.

ג. מכניסים למעגל את הכניסה $v_{in}(t) = v_0 e^{-\frac{R_2 t}{L}} u(t)$.

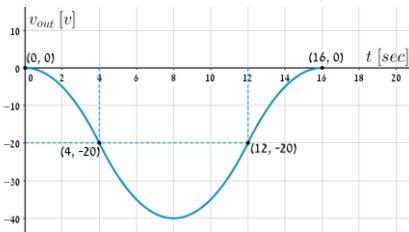
מצא תנאי על i_0 עבורו מוצא המעגל לא ייקטם.

תשובות סופיות:

ב. להלן האות:



א. להלן האות: (1)



$$v_{out}(t) = \begin{cases} -1.25t^2 & 0 < t \leq 4 \\ 1.25t^2 - 20t + 40 & 4 < t \leq 12 \\ 40t - 1.25t^2 - 320 & 12 < t \leq 16 \\ 0 & t \leq 0, t > 16 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

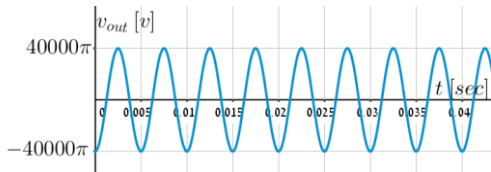
$$v_{out}(t) = \frac{1}{16\pi} \cos(400\pi t) \quad \text{א.}$$

בסעיף א' כלום לא ישתנה. בסעיף ב' תהיה קטימה של האות בכל התחום שבו $v_{out} < -30v$.

2. א. להלן האות: (2)



ב. להלן האות:



$$v_{out}(t) = \frac{2}{RC} \int v_{in}(t) dt \quad \text{א. (3)}$$

$$v_{out}(t) = \begin{cases} 50 \sin(60\pi t) & \frac{\pi}{30}k < t < \frac{\pi}{30}k + t_1 \\ 10 & \frac{\pi}{30}k + t_2 < t < \frac{\pi}{30}k + t + \frac{T}{2} \\ -10 & \frac{\pi}{30}k + t_2 + \frac{T}{2} < t < \frac{\pi}{30}k + T \\ & \frac{\pi}{30}k + t_1 < t < \frac{\pi}{30}k + t_2 \quad \text{ב. i.} \\ & \frac{\pi}{30}k + t_1 + \frac{T}{2} < t < \frac{\pi}{30}k + t_2 + \frac{T} \end{cases}$$

$$\frac{dv_{out}}{dt} + \frac{1}{RC}v_{out} = \frac{2}{RC}v_{in} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{v_{cc} - v_0}{R_2} \leq i_0 \leq \frac{v_{cc} + v_0}{R_2} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{dv_{out}}{dt} + \frac{R}{L}v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{dv_{in}}{dt} \quad \text{א. (4)}$$

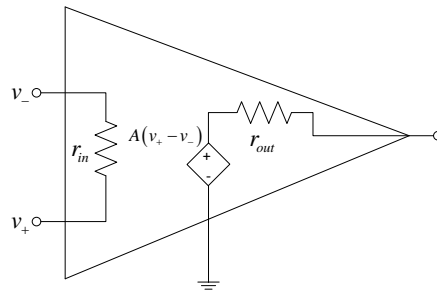
$$t_0 = \frac{i_0 - \frac{v_0}{R_2}}{\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{v_0}{L}} \quad \text{ג. נדרוש } |i_0 R_2| \leq v_{cc} \text{ וגם } |v_{out}(t_0)| \leq v_{cc} \text{ כאשר}$$

$$v_{out}(t) = \left(i_0 R_2 + \frac{R_2^2 v_0}{R_1 L} t \right) e^{-\frac{R_2}{L} t} u(t) \quad \text{ד.}$$

סרטון – מגברי שרת מעשיים:

הגדרות כלליות:

סכמה של מגבר שרת מעשי:



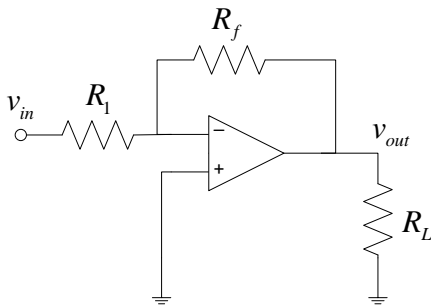
תכונות של מגבר מעשי:

- הגבר סופי בחוג פתוח: $A_{OL} < \infty$
- התנגדות כניסה סופית: $r_{in} < \infty$
- התנגדות מוצא אינה אפסית: $r_{out} > 0\Omega$

הערות כלליות:

- כללי הזהב לא תקפים בניתוח מעגלים עם מגברי שרת מעשיים.
- ניתן לחבר משוואת זרמים במוצא המגבר היות וקיים הנגד r_{out} .

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת מעשי (לא אידיאלי)

שבו $r_{in} < \infty$, $r_{out} > 0$, $A < \infty$.

כל ערכי הרכיבים נתונים.

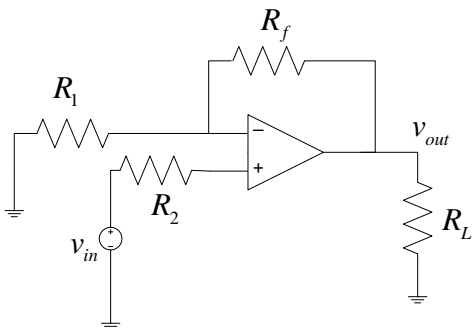
מצא את הגבר המעגל בחוג סגור,

התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח,

והתנגדות המוצא שרואה העומס.

הראה כי תחת הנחות: $r_{in} \rightarrow \infty$, $r_{out} \rightarrow 0$, $A \rightarrow \infty$

תוצאות הביטויים שואפים לאלו של מגבר אידיאלי.



2) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת מעשי

שבו: $r_{in} < \infty$, $r_{out} > 0$, $A < \infty$.

כל הנגדים נתונים.

א. מצא ביטוי להגבר המעגל בחוג סגור.

(כתוב כתלות בערכי הרכיבים).

ב. לפניך הנתונים הבאים:

$$r_{in} = 440k\Omega, r_{out} = 5k\Omega, A = 10^5$$

$$R_1 = 8k\Omega, R_2 = 160k\Omega, R_f = 240k\Omega, R_L = 30k\Omega$$

מכניסים: $v_{in} = 1v$. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את המתחים בכניסות המגבר.

ii. מצא את הזרם העובר בכניסת המגבר.

iii. האם התוצאות שקיבלת מתאימות להנחות של כללי הזהב במגבר

אידיאלי? נמק.

תשובות סופיות:

$$A_{CL} = \frac{G_1(G_f - AG_{out})}{(G_L + G_{out} + G_f)(G_1 + G_{in} + G_f) - G_f(G_f - AG_{out})} \quad \text{1) הגבר בחוג סוג:}$$

$$R_{in} = \frac{(1 + R_1(G_{in} + G_f))(G_L + G_{out} + G_f) - G_f R_1(G_1 - AG_{out})}{G_{in}(G_L + G_{out} + G_f) + G_f(G_L + G_f - G_1 + G_{out}(A+1))} \quad \text{: התנגדות כניסה:}$$

$$R_{out} = \left[\frac{G_f(1 + AG_{out}(R_1 \parallel r_{in}))}{1 + G_f(R_1 \parallel r_{in})} + G_{out} \right]^{-1} \quad \text{: התנגדות מוצא:}$$

$$A_{CL} = - \frac{\frac{1}{R_2 + r_{in}} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{A r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \right) + \frac{A \cdot r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_2 + r_{in}} \right)}{\frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{A \cdot r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \right) - \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{out}} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_2 + r_{in}} \right)} \quad \text{2) א.}$$

ב. i. $v_+ = 999.83mv$, $v_- = 999.363mv$

ב. ii. $i_{in} = 1.0615nA$

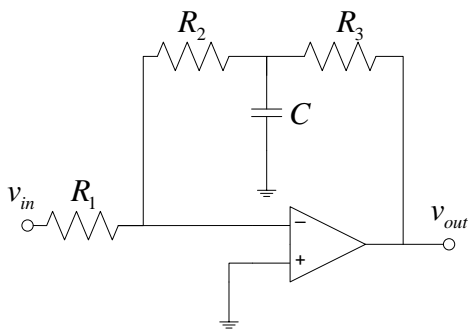
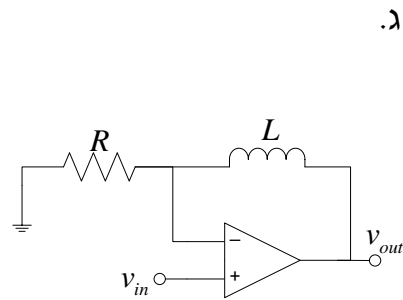
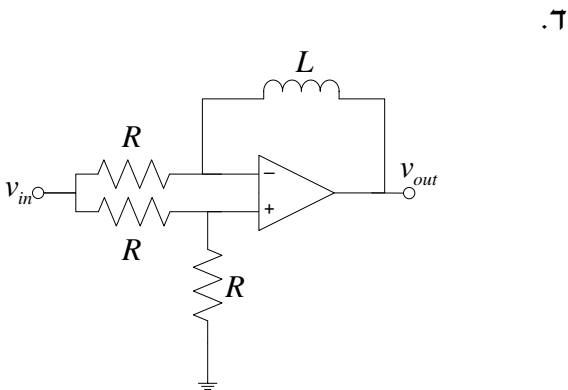
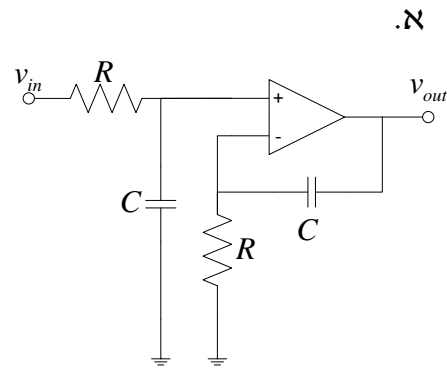
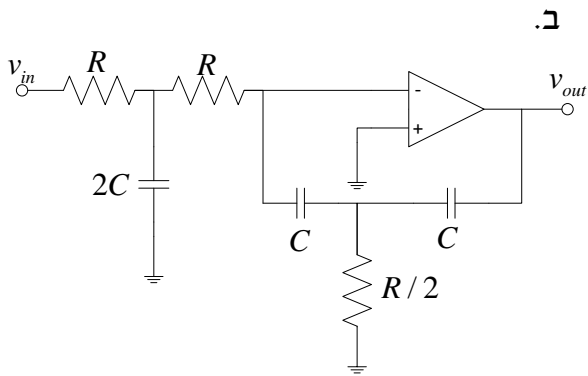
ב. iii. כן.

סרטון – ניתוח מעגלי הגבר במישור התדר:

תרגילים:

1) לפניך המעגלים הבאים.

מצא את פונקציית התמסורת $A(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ והסבר מהי פעולת המעגל.



2) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי.

כל ערכי הרכיבים נתונים.

א. מצא את פונקציית התמסורת

של המעגל במישור התדר.

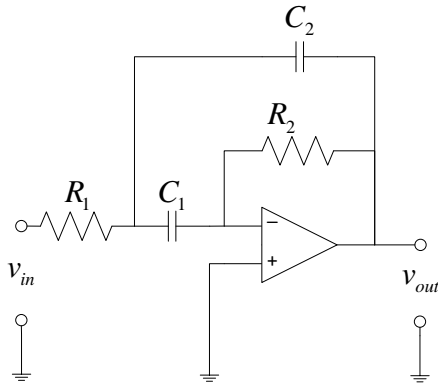
ב. סרטט גרפים של בודה של

אמפליטודה ופאזה.

ג. מכניסים: $v_{in}(t) = v_0 \frac{R_1}{R_2 + R_3} te^{-\frac{t}{R_2 \parallel R_3 C}} u(t)$ [v]

ידוע כי המגבר נמצא בקצה תחום הליניאריות שלו.

בטא באמצעות נתוני השאלה (כולל v_0) את v_{CC} .

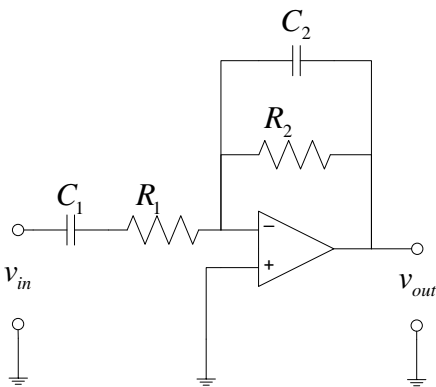


3) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.

ערכי הרכיבים הם :

$$C_1 = 2nF, C_2 = 8nF, R_1 = 8k\Omega, R_2 = 62.5k\Omega$$

צייר מפת קטבים ואפסים של פונקצית התמסורת של המעגל.



4) במעגל שלפניך ישנו מגבר שרת אידיאלי.

הנח כי אין אנרגיה אגורה בקבלים

וכי ערכי הרכיבים הם :

$$C_1 = 50nF, C_2 = 10nF, R_1 = 8k\Omega, R_2 = 20k\Omega$$

מתחי האספקה של המגבר הם : $v_{CC} = \pm 5v$

(אינם מופיעים באיור).

$$v_{in}(t) = 2 \cdot 10^5 tu(t) [v]$$

ענה על השאלות הבאות :

א. מצא את $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ וצייר את סרטוטי בודה שלו.

קבע באיזה סוג מסנן מדובר.

ב. מצא את $v_{out}(t)$ בכל מקרה :

i. עבור אות הכניסה הנתון.

ii. עבור כניסה : $v_{in}(t) = \sqrt{10} \cos(5000t)u(t) [v]$

ג. מצא כמה זמן יקח למגבר להגיע לרוויה.

ד. הנח $v_{in}(t) = m \cdot tu(t) [v]$ ומצא את קצב הגדילה

של אות הכניסה עבורו המגבר לא יכנס לרוויה.

תשובות סופיות:

א. $A(s) = \frac{1}{RC \cdot s}$ אינטגרטור.

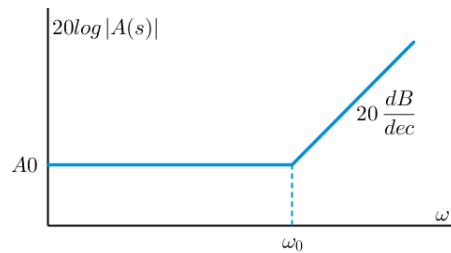
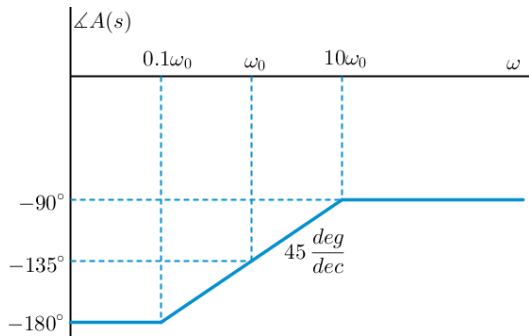
ב. $A(s) = -\frac{1}{(RC \cdot s)^2}$ אינטגרטור כפול והופך מופע.

ג. $A(s) = 1 + \frac{L}{R} s$ גזירה של מתח הכניסה בתוספת מתח הכניסה עצמו.

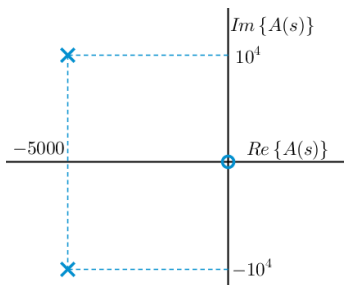
ד. $A(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{L}{R} s$ הפרש בין מתח הכניסה לנגזרתו.

א. $A(s) = -\frac{R_2 + R_3}{R_1} (1 + (R_2 \parallel R_3)Cs)$

ב. להלן סרטוטי בודה:



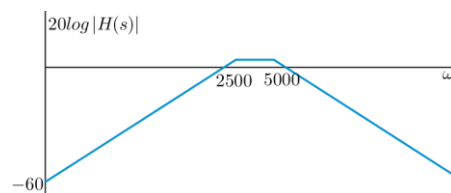
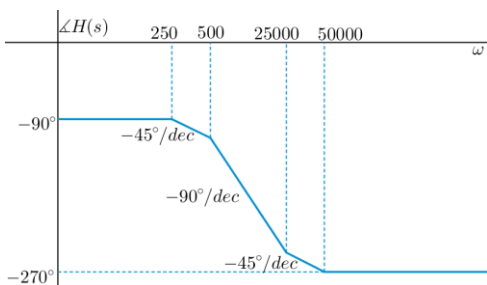
כאשר: $A_0 = 20 \log \frac{R_2 + R_3}{R_1}$, $\omega_0 = \frac{1}{(R_2 \parallel R_3)C}$. ג. $v_{CC} = v_0 [(R_2 \parallel R_3)C]^3$



להלן מפת קטבים ואפסים: (3)

א. $H(s) = \frac{10^5 s}{8(s + 2500)(s + 5000)}$

להלן סרטוטי בודה:



$$v_{out}(t) = -20(1 - 2e^{-2500t} + e^{-5000t})u(t) \quad \text{ב. i.}$$

$$v_{out}(t) = -\frac{10^{5.5}}{8} \left(\frac{3}{25000} \cos(5000t) + \frac{1}{25000} \sin(5000t) + \frac{1}{12500} e^{-2500t} + \frac{1}{5000} e^{-5000t} \right) u(t) \quad \text{ב. ii.}$$

$$t = 277.26 \mu\text{s} \quad \text{ג.}$$

$$.m = 5000 \frac{\text{v}}{\text{sec}} \quad \text{ד.}$$

תוכן העניינים:

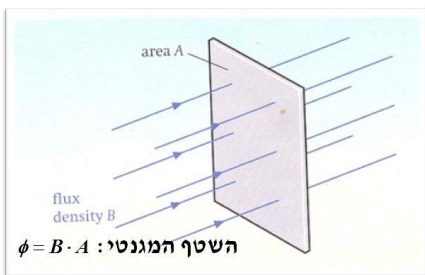
| | |
|------------|--|
| 285 | מעגלים מגנטיים |
| 285 | סרטון – המעגל המגנטי : |
| 285 | חזרה על מושגים יסודיים : |
| 286 | סוגי חומרים : |
| 286 | המעגל המגנטי : |
| 289 | עקום B-H : |
| 289 | ממסרים : |
| 290 | תרגילים : |
| 297 | תשובות סופיות : |
| 298 | סרטון – צימוד ומעגלים מגנטיים בזרם חילופין : |
| 298 | השראה עצמית והשראה הדדית : |
| 299 | השראות שקולה מסלילים מצומדים המחוברים בטור : |
| 299 | השראות שקולה מסלילים מצומדים המחוברים במקביל : |
| 299 | סימון סכמתי : |
| 300 | תרגילים : |
| 305 | תשובות סופיות : |

פרק 12

מעגלים מגנטיים

סרטון – המעגל המגנטי:

חזרה על מושגים יסודיים:



שטף מגנטי:

כמות קווי שדה מגנטי העוברים מבעד לשטח חתך A .
סימון: ϕ . יחידות: וובר [Wb].

צפיפות קווי השטף:

כמות קווי השטף המגנטי המורגשים ליחידת שטח.
סימון: B . יחידות: טסלה [T].
קשר מרכזי: $\phi = BA$.

עוצמת השדה המגנטי:

גודל השדה הנוצר כתוצאה מזרם במרחב.
סימון: H . יחידות: אמפר למטר [A/m].

קשר בין צפיפות שטף מגנטי לעוצמת השדה המגנטי:

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$$

כאשר: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{m \cdot T}{A} \right]$ ו- μ_r מקדם פרמאביליות יחסי.

שדה מגנטי מסליל:

צפיפות השטף המגנטי הנוצר בתוך סליל כתוצאה מזרם I המלווה N פעמים על

ליבה בעלת מקדם פרמאביליות יחסית μ_r באורך L הוא: $B = \mu n I = \mu \frac{N}{L} I$.

כאשר: $n = \frac{N}{l}$ - מספר הליפופים ליחידת אורך.

סוגי חומרים:

חומר פרומגנטי (ferromagnetic material):

חומר ההופך למגנט כשהוא נמצא בתווך בו שורר שדה מגנטי, ונשאר מגנטי כשהוא יוצא מתחום זה. לחומרים אלו μ_r טיפוסי בסדרי גודל של מאות ואלפים.

חומר פאראמגנטי (paramagnetic material):

חומר אשר מתמגנט כשהוא נמצא בתווך בו שורר שדה מגנטי, אך אינו שומר על תכונותיו המגנטיות בהיעדר השדה. לחומרים אלו μ_r טיפוסי גדול.

חומר שאינו מגנטי:

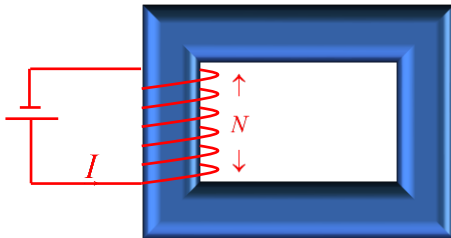
חומר שאינו מושפע כלל מנוכחות (או היעדר) שדה מגנטי.

הערה:

אנו נעסוק רק בחומרים פרומגנטיים.

המעגל המגנטי:

תיאור כללי:



מעגל מגנטי מכיל תיל המלופף N פעמים על גבי חומר פרומגנטי μ_r כלשהו ובו זורם זרם I . לחומר הפרומגנטי קוראים **ליבה** ולשטף המגנטי אשר נוצר בליבה קוראים **השטף המועיל**, או פשוט **השטף המגנטי**.

השטף שבורח אל מחוץ לליבה נקרא **שטף הזליגה** והוא יזנח בהתייחסות שלנו.

חוק אמפר:

סכום הזרמים הכלואים בלולאה סגורה שווה לסך קווי השטף המגנטי העוברים

$$\sum_k N_k I_k = \sum_p H_p l_p : \text{נשתמש בחוק אמפר באופן הבא:}$$

חוק אוהם המגנטי (חוק הופקינסון):

נתייחס לשטף המגנטי העובר בליבה כאשר "זרם" ונסמן:

$$F_m = NI \text{ - כוח מגנטו-מניע (Megnetomotive Force - mmf).}$$

יחידות: אמפרים סיבוביים [At].

$$R_m = \frac{l}{\mu A} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \text{ - מִיאון מגנטי (reluctance).}$$

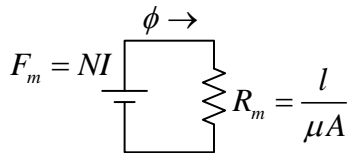
יחידות: אמפרים סיבוביים לוובר $[At/Wb] = [H^{-1}]$.

A – שטח החתך של הליבה, l – האורך הממוצע של מסלול השטף.

מתקיים כי סך השטף המגנטי שווה ליחס שבין הכוח המגנטו-מניע למיאון המגנטי:

$$\phi = \frac{F_m}{R_m}$$

אנלוג חשמלי:

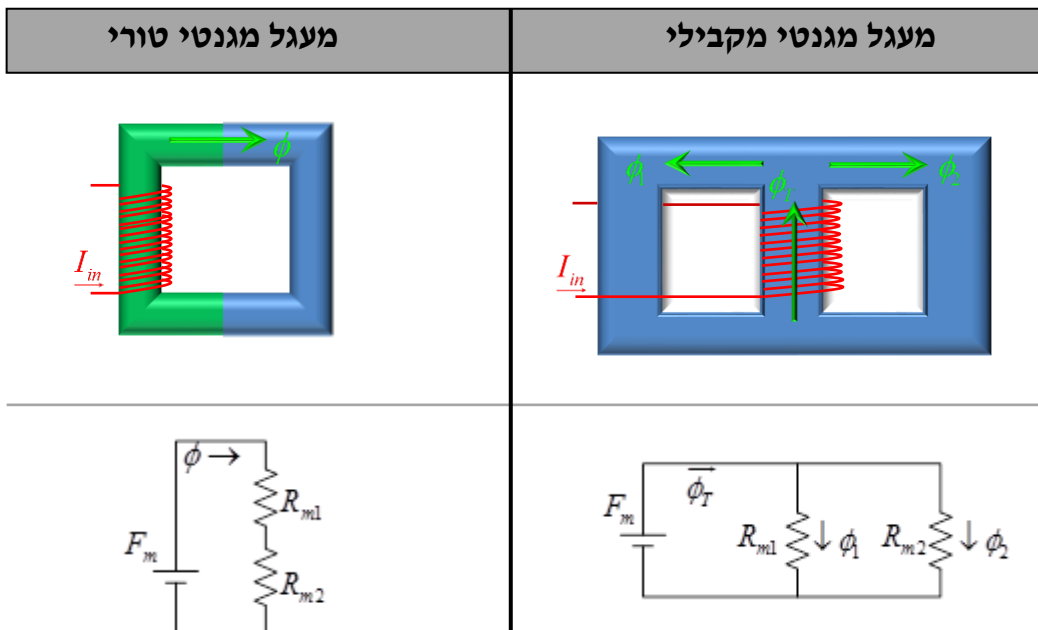


נוכל לסרטט תרשים חיבורים למעגל מגנטי באופן הבא:
כאשר הזרם הוא השטף, מקור המתח הוא הכוח המגנטו-מניע וההתנגדות היא המיאון המגנטי.

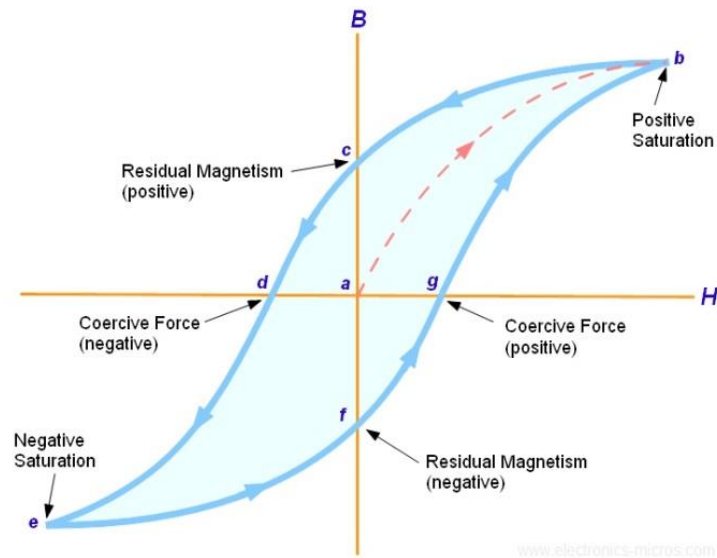
להלן טבלה המקשרת בין האנלוגים החשמליים והמגנטיים:

| אנלוג חשמלי | | אנלוג מגנטי | |
|------------------|--|-----------------------|--|
| יחידות | גודל | יחידות | גודל |
| v | U | At | F |
| A | I | Wb | phi |
| Omega | $\frac{U}{I} = R = \frac{l}{\sigma A}$ | 1/H | $\frac{F_m}{\phi} = R_m = \frac{l}{\mu A}$ |
| A/m ² | $J = \frac{I}{A}$ | Wb/m ² = T | $B = \frac{\phi}{A}$ |
| 1/Omega | sigma | H/m | mu |
| v/m | E | A/m | H |

מעגלים טוריים ומקבילים:

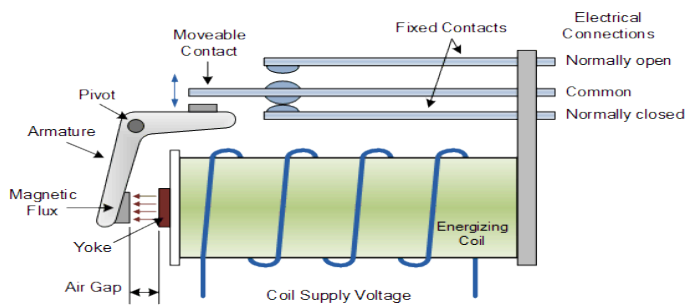


עקום B-H:



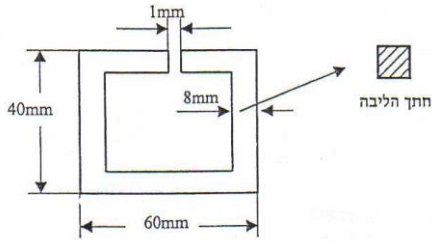
ממסרים:

ממסר הוא התקן המגיל מפסק וסליל. כאשר זורם זרם בסליל נוצר שדה מגנטי הגורם לתנועה מכנית שמועברת מפסק. מספק זה יכול לעובר ממצב 'רגיל' למצב 'מופעל'. ישנו בידוד מושלם בין חיבורים הסליל לחיבורי המפסק כך שהתקן זה יכול לשמש לחיבור וניתוק לש מעגלי מתח רשת ע"י מעגלי מתח נמוך.



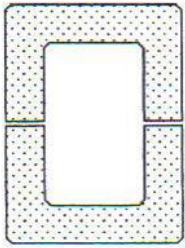
הכוח המכני שמתפתח בחריץ האוויר של ממסר הוא: $F = \frac{B_g^2 A_g}{2\mu_0}$

תרגילים:



- (1) באיור מתוארת ליבה מגנטית בעלת חריץ אוויר. חתך הליבה אחיד בכל האזורים והוא בצורת ריבוע עם אורך צלע של 8mm . הליבה עשויה חומר פרומגנטי בעל $\mu_r = 1400$.

- א. חשב את המיאון של המעגל הנתון.
 ב. על הליבה מלופפות 500 כריכות ודרכן זורם זרם של 1.5A . מהי ההשראה המגנטית (צפיפות השטף) שמתקבלת במעגל?
 ג. חשב את האנרגיה האגורה בסליל המתואר בסעיף ב'.



- (2) באיור מתואר מבנה ליבה של סליל. בין שני חצאי הליבה מותקן מפריד היוצר שני חריצי אוויר. הליבה עשויה מחומר פרומגנטי בעל פרמאביליות יחסית 2100. האורך הממוצע של הליבה ללא חריצי האוויר הוא 154mm ושטח החתך שלה הוא 38mm^2 . אורך כל אחד מחריצי האוויר הוא 0.14mm . על הליבה מותקן סליל בעל 90 כריכות שאינו נראה באיור.

- הסליל עשוי מנחושת $\left(\rho = 0.0175 \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}\right)$, באורך של 67m ובעל שטח חתך 0.2mm^2 . הסליל מחובר למקור מתח ישר של 5V .
 א. מהי עוצמת הזרם בסליל?
 ב. מהו הגודל של השדה המגנטי בליבת הברזל?

- (3) משרן (Inductor) בנוי מטבעת סגורה של חומר פרומגנטי שעליה מלופפות 30 כריכות של מוליך נחושת מבוזבז. אורך מסלול השטף המגנטי שבטבעת הוא 90mm ושטח החתך שלו הוא 65mm^2 . החדירות היחסית (Permeability) של החומר שממנו עשויה הטבעת היא $\mu_r = 2000$. אורך מוליך הנחושת שבמשרן הוא 1.1m ושטח החתך שלו הוא 0.75mm^2 . ההתנגדות הסגולית של נחושת היא $0.018 \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}$. במוליך המשרן זורם זרם שגודלו 2A .
 א. חשב את הספק איבודי האנרגיה במוליך המשרן.
 ב. כמה אנרגיה אגורה בשדה המגנטי שבמשרן?
 ג. כמה שטף מגנטי שוטף בטבעת החומר הפרומגנטי?

4) בשאלה זו נלמד כיצד לחשב השראות של התקן פרומגנטי באמצעות המיאון

המגנטי ומספר הכריכות של התיל ע"י הנוסחה: $L = N^2 / R_m$
א. ההשראות מוגדרת בתור היחס שבין השטף המגנטי לזרם.

בפרט עבור סליל עם N כריכות אנו מגדירים: $L = N \frac{\phi}{i}$
היעזר בחוק אוהם המגנטי והוכח כי מתקיים: $L = N^2 / R_m$
ב. נתון סולנואיד בעל 500 כריכות.

הכריכות מלופפות על ליבה פרומגנטית בעלת שטח חתך 5cm^2 ואורך 20cm .
חומר הליבה בעל חלחלות יחסית של 1000. חשב את השראות הסולנואיד.

5) על מנת לבנות סליל שהשראותו $60\mu\text{H}$, עומדים לכרוך 35 כריכות של מוליך

מבודד על טבעת העשויה חומר פרומגנטי. שטח החתך של הטבעת 18mm^2 ,
האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי שבטבעת 115mm , החדירות
היחסית של החומר הפרומגנטי שממנו עשויה הטבעת $\mu_r = 1500$ וכשצפיפות
השטף המגנטי בטבעת גדולה מ- 0.8T החומר נכנס לרוויה מגנטית. המוליך
המבודד עשוי מנחושת בעלת התנגדות סגולית של $\rho = 0.0175 \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}$, שטח
החתך של המוליך 0.5mm^2 ואורכו 1m .

א. מה המיאון של הטבעת?

ב. מה אורך חריץ האוויר שיש לעשות בטבעת על מנת שהשראות הסליל
תהיה כנדרש? אין חריץ האוויר משנה את האורך הממוצע של השטף
המגנטי שבטבעת.

חיברו את הסליל אל תא מתח-ישר בעל כוח אלקטרו-מניע שעוצמתו 1.45V
והתנגדותו הפנימית היא 0.35Ω .

ג. מה התנגדות מוליך הנחושת?

ד. האם החומר הפרומגנטי שממנו עשויה הטבעת שחרצו בה את חריץ
האוויר הנדרש יהיה ברוויה מגנטית?

6) סליל בנוי מ-180 כריכות של מוליך מבודד. הכריכות מלופפות על מסגרת מלבנית
העשויה חומר פרומגנטי. אורך מסלול השטף המגנטי שבחומר הפרומגנטי

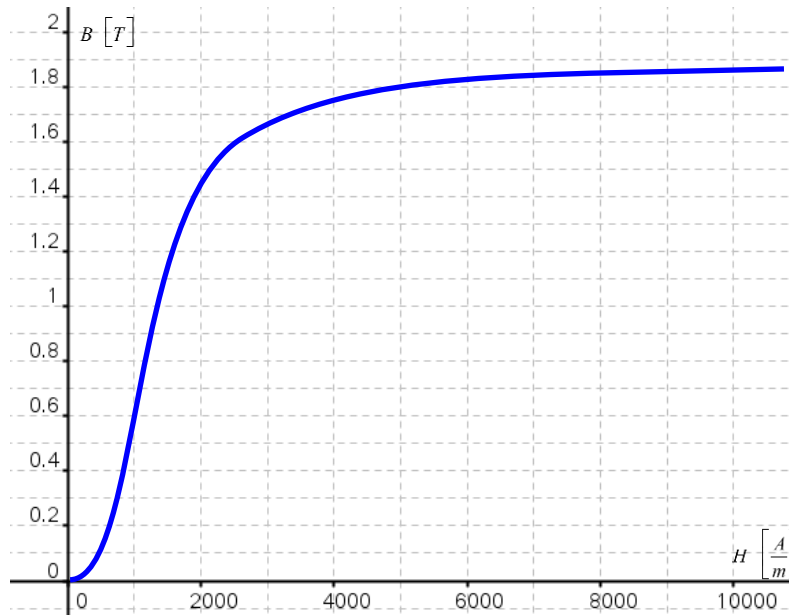
הוא 0.12m ושטח החתך של המסלול הוא $3 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$.

במסגרת המלבנית, בניצב למסלול השטף המגנטי, יש חריץ אוויר שאורכו 0.2mm .

א. סרטט תרשים המתאר את הסליל לפי הפרטים שלעיל.
ציין על התרשים שסרטטת איזה חלק של הסליל תורם למיאון ואיזה
חלק תורם להתנגדות.

כשזרם בסליל זרם ישר שעוצמתו $3A$ מדדו את השראות הסליל ומצאו שהגודל שלה $27.6mH$.

- ב. היכן על עקום המגנט שבאיור הייתה נקודת העבודה (H_{WP}, B_{WP}) של המעגל המגנטי בזמן המדידה?
- ג. מה היה הגודל של החלחלות היחסית μ_r של החומר הפרומגנטי בזמן מדידת השראות הסליל?
- ד. האם בזמן המדידה של השראות הסליל, החומר הפרומגנטי היה ברוויה מגנטית?



7) ליבת אלקטרומגנט עשויה חומר פרומגנטי שעקום המגנט שלו $B(H)$ נתון

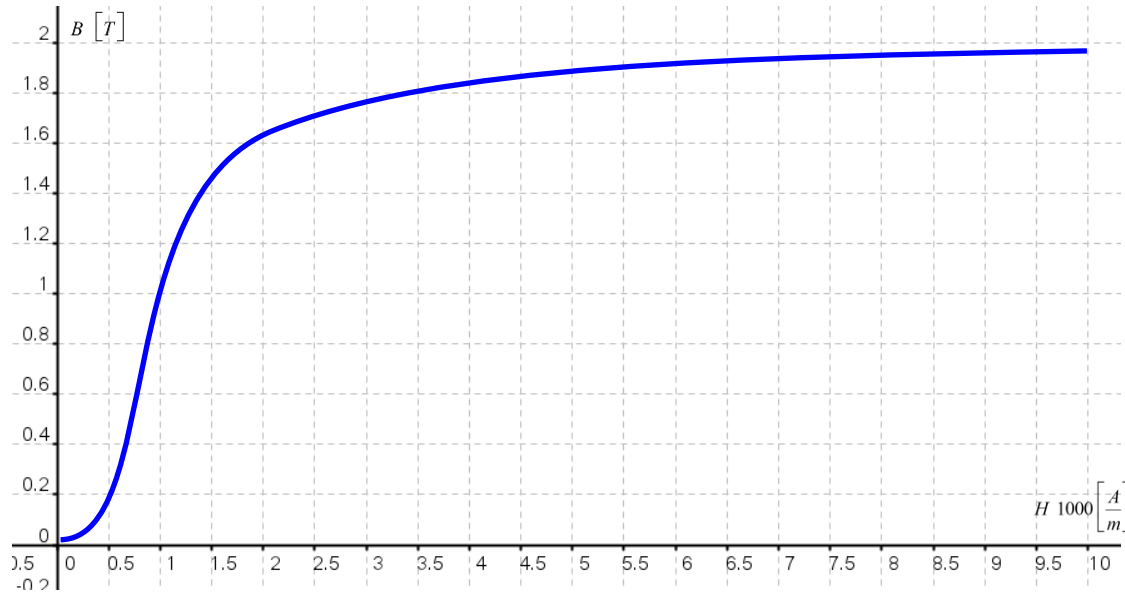
באיור להלן. לליבה צורת טבעת ובה חריץ אוויר שאורכו $l_g = 2 \cdot 10^{-3} m$.

אורך המסלול של השטף המגנטי של החומר הפרומגנטי הוא $l_1 = 0.15 m$

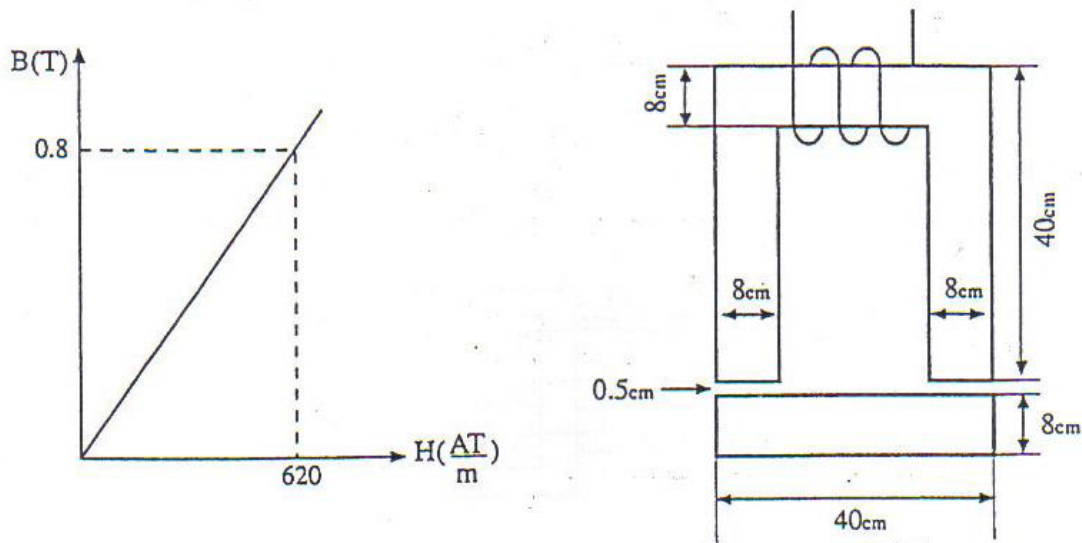
ושטח החתך של מסלול השטף בחומר ובחריץ אוויר הוא $1.6 \cdot 10^{-4} m^2$.

כשבמוליכי הסליל של האלקטרומגנט זרם ישר שעוצמתו $6A$, בליבה ובחריץ האוויר שוטף שטף מגנטי שגודלו $0.288 mWb$ - נקודת העבודה של המעגל המגנטי של האלקטרומגנט.

- א. מה החלחלות המגנטית היחסית μ_r של החומר הפרומגנטי בנקודת העבודה המוגדרת לעיל?
- ב. מה המיאון של המעגל המגנטי של האלקטרומגנט?
- ג. כמה כריכות יש בסליל האלקטרומגנט?
- ד. כמה אנרגיה אגורה בסליל בנקודת העבודה המוגדרת לעיל?

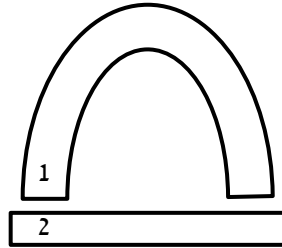
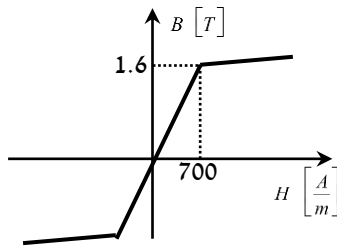


- 8 באיור מתואר מעגל מגנטי ועקומת המגנט של החומר הפרומגנטי ממנו עשויה הליבה. על הליבה מלופף סליל בעל 500 ליפופים וזורם דרכו זרם של 3A. אורך חריץ האוויר הינו קבוע ואינו מושפע מכוח המשיכה בין חלקי הליבה. כמו כן, ניתן להזניח את אורך החריץ בהשוואה לאורך הממוצע בליבה.

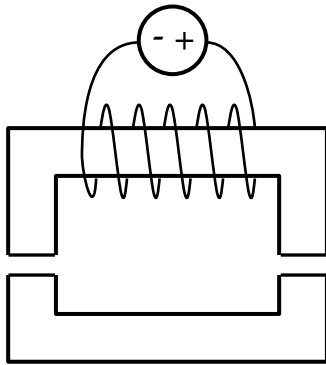


- חשב את ההתנגדות המגנטית של המעגל.
- חשב את צפיפות השטף המגנטי.
- חשב את ההשראות העצמית של הסליל.

- 9 באיור 1 מתואר החתך של אלקטרומגנט הבנוי משני חלקים פרומגנטיים. על החלק בעל צורת הפרסה כרוכות 400 כריכות, אין הן נראות באיור. האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי בחלק 1: $l_1 = 0.15m$, ובחלק 2: $l_2 = 0.03m$. שטח החתך של מסלול השטף בשני חלקי האלקטרומגנט ובחריץ האוויר הוא $A = 1.5 \cdot 10^{-4} m^2$. האורך של כל אחד משני חריצי האוויר: $l_g = 0.1mm$. באיור 2 נתון עקום המגנטי המקורב של החומר ממנו עשוי האלקטרומגנט.

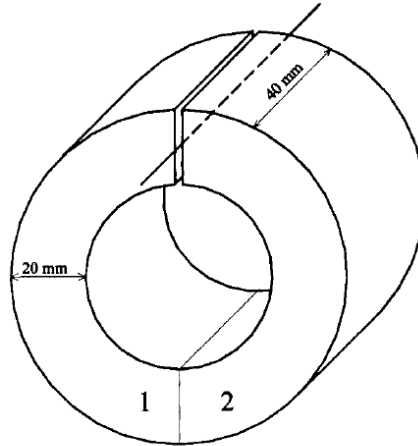


- איור 1 – החתך של האלקטרומגנט איור 2 – עקום המגנט של החומר הפרומגנטי
- א. מה החלחלות המגנטית היחסית של החומר ממנו עשוי האלקטרומגנט?
 ב. כמה זרם יש להעביר בכריכות כדי שהחומר הפרומגנטי ממנו הוא עשוי ימצא ברוויה מגנטית?
 ג. מדוע כשהחומר הפרומגנטי ממנו עשוי האלקטרומגנט נמצא ברוויה מגנטית, ההשראות של האלקטרומגנט קטנה מההשראות שלו כשאינו ברוויה?



- 10 אלקטרומגנט בנוי משני חלקים העשויים מחומר פרומגנטי שהחדירות היחסית שלו היא $\mu_r = 2100$. האורך של מסלול השטף המגנטי בשני החלקים הפרומגנטיים יחד הוא $0.154m$. שטח החתך של כל אחד משני החלקים הפרומגנטיים הוא $38 \cdot 10^{-6} m^2$ והוא אחיד לכל אורך מסלול השטף המגנטי. האורך של כל אחד משני חריצי האוויר הוא $0.14 \cdot 10^{-3} m$. בסליל של האלקטרומגנט יש 90 כריכות והוא עשוי מוליך נחושת. אורך המוליך $67m$, שטח החתך שלו $0.2mm^2$ וההתנגדות הסגולית של הנחושת $\rho = 0.0175 \frac{\Omega mm^2}{m}$. הסליל מחובר למקור מתח ישר שהמתח שלו $5v$.
- א. מה עוצמת הזרם בסליל של האלקטרומגנט?
 ב. מה המיאון של המעגל המגנטי של האלקטרומגנט?
 ג. מה צפיפות השטף המגנטי שבחריצי האוויר?
 ד. כמה אנרגיה אגורה באלקטרומגנט?
 ה. מה ההספק של איבודי האנרגיה בסליל?

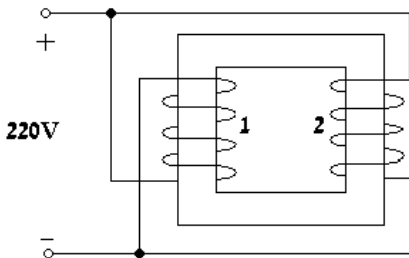
- 11) התרשים של ליבת אלקטרומגנט שבנויה בצורת טבעת נתון באיור. על הליבה מותקן סליל שאינו נראה באיור ובו 500 כריכות. אורך חריץ האוויר שבטבעת $l_g = 2\text{mm}$, העובי שלה 20mm ו- 40mm רוחבה. האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי בכל אחד משני החומרים הפרומגנטיים שמהם עשויה הטבעת: $l_{F1} = l_{F2} = 80 \cdot 10^{-3}\text{m}$.
החדירות היחסית של שני חומרים אלו: $\mu_{r1} = 1500$, $\mu_{r2} = 700$.



א. כמה זרם יש להעביר בסליל על מנת שהשדה המגנטי בחריץ האוויר

$$? B_g = 0.01\text{T} = 0.01 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

- באמצע חריץ האוויר התקינו מוליך ישר. המוליך ניצב לפני הטבעת ומקביל לרוחב הטבעת כמתואר באיור. דרך המוליך עובר זרם ישר של 5A ובסליל עובר זרם ישר שממלא את הדרישה לעיל.
ב. מה הכוח שיפעל על המוליך?



- 12) שני סלילים מלופפים על הליבה המגנטית שבתרשים.

הליבה עשויה חומר בעל חדירות מגנטית

יחסית 500 ומידותיו: 40cm אורך ו- 30cm גובה.

חתך הליבה הוא אחיד בצורת ריבוע עם צלע

של 2.5cm . לסליל הראשון יש 800 כריכות

והתנגדותו 400Ω ולסליל השני יש 1200 כריכות

והתנגדותו 250Ω . חשב את הגדלים הבאים:

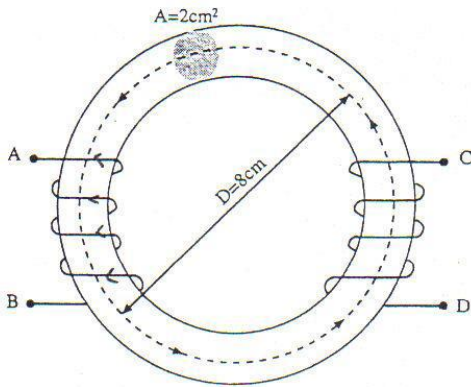
א. ההתנגדות המגנטית של המעגל הנתון.

ב. השטף המגנטי דרך הליבה וציין גם את כיוונו.

ג. ההתנגדות המגנטית של הליבה אם בליבה עושים חריץ אוויר באורך של 1mm .

ד. מהו מקור המתח הנדרש כדי לקבל בליבה עם חריץ האוויר את אותו

השטף כמו שהתקבל במתח של 220V בליבה ללא חריץ?

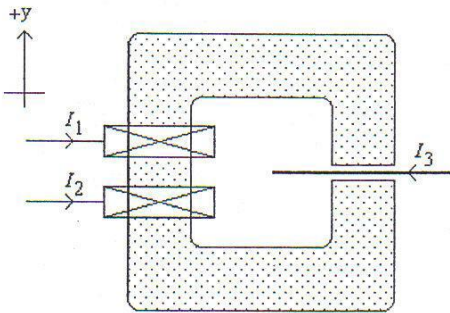


13) במעגל המגנטי הנתון, הגרעין עשוי מחומר בעל חדירות מגנטית יחסית של 930. על הגרעין מלופפים שני הסלילים הבאים: הסליל AB - בעל כריכות, 850 והסליל CD - בעל 500 כריכות. כאשר יש זרם בסליל AB, בסליל CD אין זרם. כיוון השטף המגנטי בגרעין הינו כמתואר באיור. א. קבע מהו כיוון הזרם בסליל AB והסבר כיצד קבעת זאת.

ב. חשב את גודל השטף בליבה כאשר: $I_{AB} = 2A$, $I_{CD} = 0A$.

ג. מהו כיוון הזרם הדרוש בסליל CD ומהי עוצמתו כך שהשטף המגנטי בגרעין יתאפס?

14) באיור מתואר תרשים עקרוני של שני סלילים המותקנים על ליבת חומר פרומגנטי. לגרעין הנתונים הבאים:



אורך ממוצע לא כולל את חריץ האוויר 25cm, אורך חריץ האוויר הוא 2mm ושטח החתך הוא $4cm^2$. החלחלות היחסית היא 3250. הכיוון של הזרם בכל אחד מהסלילים הוא כמתואר באיור. בסליל 1 יש 230 כריכות, התנגדותו 13.5Ω והוא מחובר למתח ישר של 9v.

בסליל 2 יש 180 כריכות, הוא בנוי ממוליך נחושת $\left(\rho = 0.0175 \frac{\Omega mm^2}{m}\right)$ באורך

של 30m, שטח החתך שלו הוא $0.15mm^2$ והוא מחובר למקור מתח ישר של 1.5v. השטף שמקורו בזרם I_1 שוטף בעמוד עליו מותקן הסליל בכיוון החיובי של ציר ה-y והשטף שמקורו בזרם I_2 שוטף בכיוון ההפוך לשטף שמקורו I_1 .

א. מהו שיעור הזרמים בכל אחד מהסלילים?

ב. מהו הגודל והכיוון של השטף המגנטי בחריץ האוויר?

ג. כמה השראות יש לסליל 1?

ד. לתוך חריץ האוויר הכניסו מוליך נושא זרם I_3 כמתואר באיור.

המוליך נמצא במישור ה-df. מה יהיה כיוון הכוח שיופעל על המוליך?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } R_m = 13.92M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } B = 0.842 \frac{Wb}{m^2} \quad \text{ג. } E = 20.2mJ$$

$$(2) \quad \text{א. } I = 0.853A \quad \text{ב. } B = 0.273 \frac{Wb}{m^2}$$

$$(3) \quad \text{א. } P = 0.1056w \quad \text{ב. } W = 3.267mJ \quad \text{ג. } \phi = 0.108mWb$$

$$(4) \quad \text{ב. } L = 0.785H$$

$$(5) \quad \text{א. } R_m = 3.389M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } l_g = 385\mu m \quad \text{ג. } R_L = 35m\Omega$$

ד. המעגל לא נכנס לרוויה. $B = 0.358T$

$$(6) \quad \text{ב. } (H_{wp}, B_{wp}) = \left(2250 \frac{A}{m}, 1.533T \right) \quad \text{ג. } \mu_r = 542.29$$

ד. המעגל לא ברוויה כי $B = 1.533T < 1.8T$ כאשר: $B_{sat} \approx 1.8T$

$$(7) \quad \text{א. } \mu_r = 409.255 \quad \text{ב. } R_m = 11.77M \frac{1}{H} \quad \text{ג. } N = 565 \quad \text{ד. } E = 488mJ$$

$$(8) \quad \text{א. } R_{mT} = 1.417M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } B = 0.165 \frac{Wb}{m^2} \quad \text{ג. } L = 0.176H$$

$$(9) \quad \text{א. } \mu_r = 1818 \quad \text{ב. } I = 0.951A \quad \text{ג. מכיוון ש- } L = N \frac{\phi}{I} \text{ וברויה}$$

הזרם גדל אך השטף קבוע (עקב B קבוע ברוויה), לכן נקבל השראות קטנה יותר ברוויה מאשר במצב שאינו רוויה.

$$(10) \quad \text{א. } I = 0.852A \quad \text{ב. } R_m = 7.4M \frac{1}{H} \quad \text{ג. } B = 0.272T$$

$$\text{ד. } W = 0.397mJ \quad \text{ה. } P = 4.255w$$

$$(11) \quad \text{א. } I = 34.496mA \quad \text{ב. } F = 2mN$$

$$(12) \quad \text{א. } R_m = 3.3M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } \phi = 1.87\mu Wb \text{ עם כיוון השעון.}$$

$$\text{ג. } R_m = 4.58M \frac{1}{H} \quad \text{ד. } U = 305.87v$$

$$(13) \quad \text{א. מ-B ל-A} \quad \text{ב. } \phi = 1.58mWb \quad \text{ג. } I_{CD} = 3.38A \text{ וכיוונו מ-C ל-D.}$$

$$(14) \quad \text{א. } I_1 = \frac{2}{3}A, I_2 = \frac{3}{7}A \quad \text{ב. } \phi = 18.44\mu Wb$$

$$\text{ג. } L = 12.8mH \quad \text{ד. כיוון הכוח יהיה מחוץ לדף.}$$

סרטון – צימוד ומעגלים מגנטיים בזרם חילופין:

השראה עצמית והשראה הדדית:

השראה עצמית:

ההשראה העצמית של סליל בעל N כריכות אשר מזרימים דרכו זרם I והוא יוצר שטף ϕ לאורכו היא: $L = N \frac{\phi}{I}$.

סימון שטפים עבור זוג סלילים מצומדים:

- ϕ_{11} - השטף העצמי של הסליל הראשון (השטף שהוא יוצר ותורם לו להשראות העצמית).
- ϕ_{22} - השטף העצמי של הסליל השני, (השטף שהוא יוצר ותורם לו להשראות העצמית).
- ϕ_{12} - החלק מהשטף של הסליל הראשון אשר שוטף את הסליל השני.
- ϕ_{21} - החלק מהשטף של הסליל השני אשר שוטף את הסליל הראשון.

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1T} = \phi_1 = N_1 (\phi_{11} \pm \phi_{21}) \\ \phi_{2T} = \phi_2 = N_2 (\phi_{22} \pm \phi_{12}) \end{aligned} \right\} \text{ הקשר בין השטפים הוא:}$$

מקדם הצימוד:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{12} = k\phi_{11} \\ \phi_{21} = k\phi_{22} \end{aligned} \right\} \text{ החלק היחסי של השטף שעובר מסליל אחד לרעהו הוא:}$$

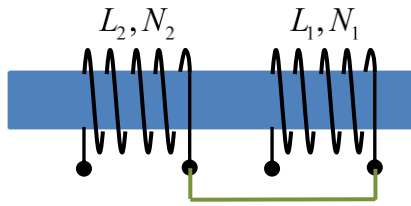
כאשר $0 \leq k < 1$, k הוא מקדם הצימוד של הסלילים.

השראה הדדית:

$$M = \frac{N_1 \phi_{12}}{I_2} = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1} \text{ : ההשראה ההדדית בין שני סלילים מצומדים מוגדרת:}$$

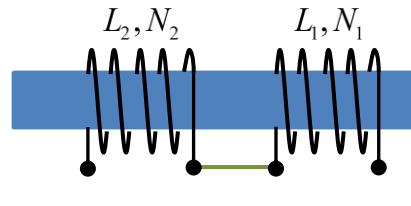
הקשר בין ההשראה ההדדית וההשראות העצמיות של זוג סלילים מצומדים ומקדם הצימוד הוא: $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

השראות שקולה מסלילים מצומדים המחברים בטור:



צימוד שלילי / מקרה נגדי

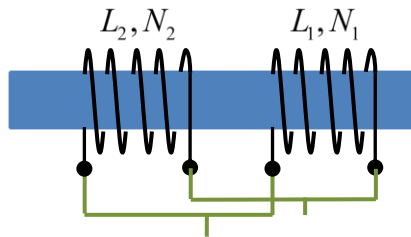
$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$



צימוד חיובי / מקרה מסייע

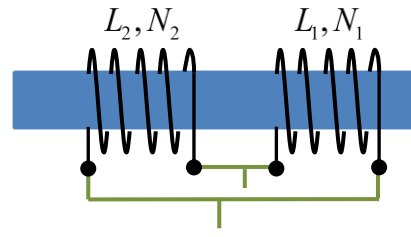
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

השראות שקולה מסלילים מצומדים המחברים במקביל:



צימוד שלילי / מקרה נגדי

$$L_{eq} = \frac{L_1 + L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$



צימוד חיובי / מקרה מסייע

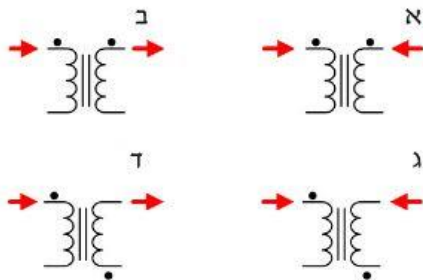
$$L_{eq} = \frac{L_1 + L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

סימון סכמתי:

הנקודות שמסומנות בכל איור מציינות את כלל הקיטוב של הסלילים. משמעות הנקודות באה לידי ביטוי עם ידיעת כיווני הזרמים באופן הבא:

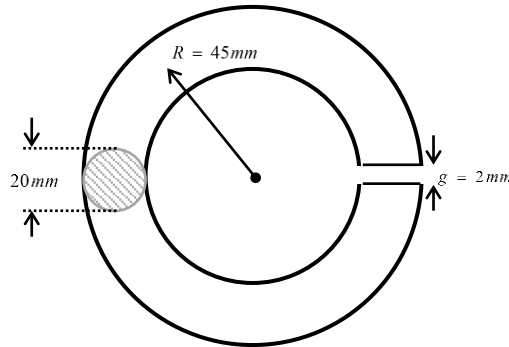
1. אם כיווני הזרמים בשני הסלילים המקוטבים נכנסים דרך הנקודות אז הצימוד הוא חיובי (מסייע).

2. אם זרם אחד נכנס לנקודה וזרם אחר יוצא ממנה אז הצימוד הוא שלילי (נגדי).

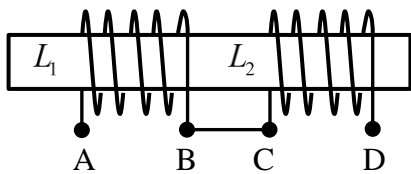


תרגילים:

- 1) על הליבה המתוארת באיור מלופף סליל שאינו מופיע באיור בעל 1200 כריכות. החומר הפרומגנטי ממנו עשויה הליבה הינו בעל חדירות מגנטית יחסית – 3000.

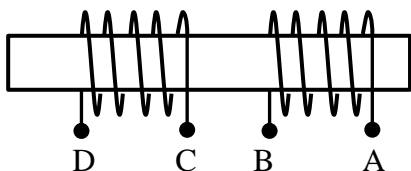


- א. מהו המיאון של המעגל המגנטי?
 ב. מהי ההשראות העצמית של הסליל?
 ג. מהו הערך המוחלט של עכבת סליל האלקטרומגנט אם ידוע כי הסליל עשוי מוליך נחושת $\left(\rho = 0.0175 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$ בעל שטח חתך של $A = 0.5 \text{mm}^2$ ואורכו 80m ותדירות המעגל היא 50Hz ?



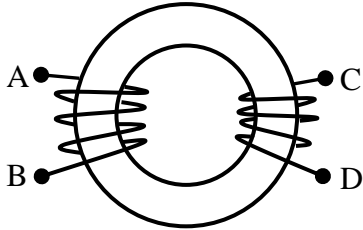
- 2) לשני הסלילים שבתרשים השראויות:
 $L_1 = 4 \text{mH}$, $L_2 = 16 \text{mH}$
 מקדם הצימוד ביניהם הוא 0.9.
 חשב את ההשראות השקולה בין הנקודות A ו-D.

- 3) על ליבה גלילית בעלת רדיוס של 2cm ואורך של 25cm מלופפים שני סלילים בעלי 400 ו-600 כריכות בהתאמה. הליבה עשויה ברזל בעל חלחלות יחסית של 800. מקדם הצימוד בין הסלילים הוא 0.85. חשב את ההשראות השקולה כאשר:

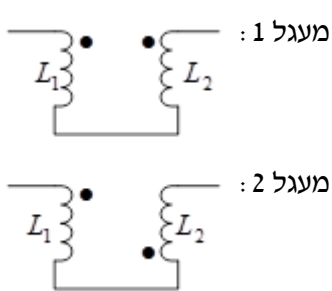


- א. הנקודה B מחוברת לנקודה C.
 ב. הנקודה B מחוברת לנקודה D.

4) על ליבה פרומגנטית בצורת טורואיד מלופפים שני סלילים בעלי 1000 ו-1500 כריכות בהתאמה. החלחלות היחסית של חומר הליבה היא 500. הקוטר הממוצע של הטורואיד הוא 40cm



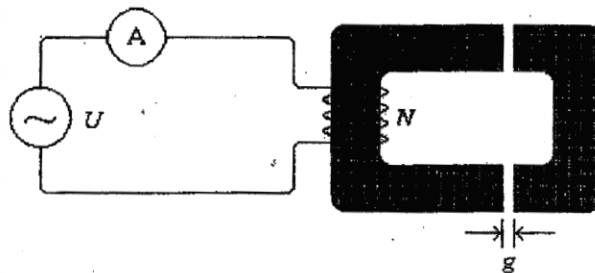
ושטח החתך הוא 8cm^2 . מקדם הצימוד הוא 0.9. חשב את ההשראות השקולה כאשר:
א. הנקודה A מחוברת לנקודה C.
ב. הנקודה A מחוברת לנקודה D.



5) שני סלילים בעלי השראויות: $L_1 = 2\text{mH}$, $L_2 = 8\text{mH}$ מחוברים ביניהם כך שמקדם הצימוד שלהם הוא 0.8. מצא את היחס בין ההשראות השקולה של מעגל 2 לבין ההשראות השקולה של מעגל 1.

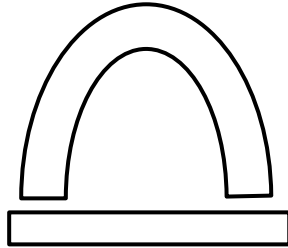
6) באיור שלפניך מתואר אלקטרומגנט המחובר למקור מתח בזרם חילופין 24V , 50Hz .

האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי בחומר הפרומגנטי הוא 250mm ושטח החתך הממוצע של החומר הוא 30mm^2 . הגודל של החדירות היחסית של החומר הפרומגנטי הוא 2000. גודל ההתנגדות של הסליל הוא 5.8Ω ויש בו 600 כריכות. לצורך השאלה, האלקטרומגנט נמצא באחד משני המצבים הבאים: מצב פתוח, שבו האורך של חריץ האוויר, g , הוא 2mm . מצב סגור, שבו שני חלקי האלקטרומגנט צמודים זה לזה, ובקירוב טוב, האורך של חריץ האוויר שווה לאפס.



- חשב את המיאון של האלקטרומגנט כאשר הוא נמצא במצב פתוח ובמצב סגור.
- חשב את השראות האלקטרומגנט בכל אחד משני המצבים.
- מה תהיה קריאת מד הזרם בכל אחד מהמצבים?

- 7 אלקטרומגנט מורכב משני חלקים פרומגנטיים :
 לחלק אחד צורת פרסה ולחלק השני צורת תיבה מלבנית.
 באיור מתואר מבט-פנים של האלקטרומגנט ללא הסליל המותקן עליו.
 האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי בפרסה הוא $l_1 = 0.2m$, שטח החתך שלה $A_1 = 40 \cdot 10^{-6} m^2$ וחלחלות (פרמאביליות) מגנטית יחסית בגודל 2700.
 האורך הממוצע של מסלול השטף המגנטי בתיבה הוא $l_2 = 0.05m$, שטח החתך שלה $A_2 = 25 \cdot 10^{-6} m^2$ וחלחלות (פרמאביליות) מגנטית יחסית בגודל 1200.
 האורך של כל אחד משני חריצי-אוויר המפרידים בין הפרסה לתיבה הוא $l_g = 0.2 \cdot 10^{-3} m$ ושטח החתך A_g שלהם שווה לשטח החתך של הפרסה.
 על הפרסה מותקן סליל בעל 430 כריכות, שאינו נראה באיור.
 הסליל עשוי מוליך נחושת מבודד בעל שטח-חתך של $A_{Cu} = 0.1mm^2$ ואורך של $15m$.
 גודל ההתנגדות הסגולית של הנחושת הוא $\rho_{Cu} = 0.0175 \frac{\Omega mm^2}{m}$.



- א. כמה השראות L יש לאלקטרומגנט?
 ב. כמה זרם I_{DC} יעבור בסליל האלקטרומגנט אם הוא יחובר למקור מתח ישר בעל מתח של $12V$?
 ג. כמה זרם I_{AC} יעבור בסליל האלקטרומגנט אם הוא יחובר למקור מתח חילופין בעל מתח של $18V$ ותדירות של $50Hz$?
- 8 בונים אלקטרומגנט שיפעל ממקור מתח חילופין $400Hz$ $108V$.
 ליבת האלקטרומגנט בנויה בצורת טבעת ועשויה מחומר פרומגנטי שהמאון שלו הוא $3.1 \cdot 10^6 \frac{1}{H}$. בטבעת האלקטרומגנט חריץ אוויר שאורכו $l_g = 1.8mm$ ושטח החתך שלו הוא $A_g = 2 \cdot 10^{-4} m^2$.
 א. מה המאון של חריץ האוויר ומה המאון השקול של האלקטרומגנט?
 ב. מה הכוח המגנטי מניע (כמ"מ) הדרוש כדי שהשדה המגנטי בחריץ האוויר כשזרם החילופין בשיאו יהיה $B_{max} = 1.35T$?

חישבו ומצאו שאפשר לעמוד בדרישה לעיל אם בסליל האלקטרומגנט יהיו 47 כריכות או 220 כריכות. כמו כן, כדי שהאלקטרומגנט יתאים גם לפעולה בזרם

ישר, יחברו אליו בטור נגד בגודל מתאים כך שההתנגדות השקולה של האלקטרומגנט בזרם ישר תהיה 3.5Ω .

ג. מה השראות האלקטרומגנט ומה הזרם דרכו בכל אחת משתי אפשרויות אלו כשהוא מחובר למקור זרם חילופין?

ד. עפ"י הביטוי של ההספק בזרם חילופין, איזו מבין שתי האפשרויות עדיפה? (אין צורך בחישוב כלשהו. יש לנמק את התשובה במשפט אחד בלבד).

9) האורך הממוצע של הליבה הפרומגנטית שבאיור $l_F = 0.15m$, שטח החתך של

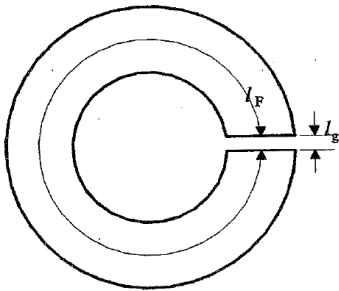
הליבה $A_F = 1.6 \cdot 10^{-4} m^2$ והחדירות היחסית שלה $\mu_r = 3000$.

אורך חריץ האוויר שבליבה $l_g = 2 \cdot 10^{-3} m$.

על הליבה מלופף סליל שאינו נראה באיור ובו 700 כריכות.

הסליל עשוי מוליך נחושת שאורכו $l_{Cu} = 30m$, שטח החתך $A_{Cu} = 0.15mm^2$.

ההתנגדות הסגולית של נחושת $\rho_{Cu} = 0.0175 \frac{\Omega mm^2}{m}$.



א. מה המאון של הליבה הפרומגנטית?

ב. מה המאון של חריץ האוויר?

ג. מה המאון השקיל של המעגל המגנטי של ההתקן?

ד. מה השראות העצמית של ההתקן?

ה. מה התנגדות ההתקן?

ו. מה היגב ההתקן כשהוא מחובר למקור מתח חילופין שהתדירות שלו $f = 50Hz$?

ז. מה עכבת ההתקן?

10) מוליך נחושת מבודד שאורכו $135m$ ושטח החתך שלו $0.15mm^2$ מלופף 240 כריכות על טבעת של חומר פרומגנטי.

ההתנגדות הסגולית של נחושת $\rho_{Cu} = 0.0175 \frac{\Omega mm^2}{m}$.

האורך של מסלול השטף המגנטי שבטבעת $90mm$, שטח החתך שלה $65mm^2$

והמאון שלה: $8.77 \cdot 10^5 \frac{1}{H}$. החומר שממנו עשויה הטבעת נכנס לרוויה מגנטית

כשצפיפות השטף המגנטי B שבו גדול מ- $0.3T$.

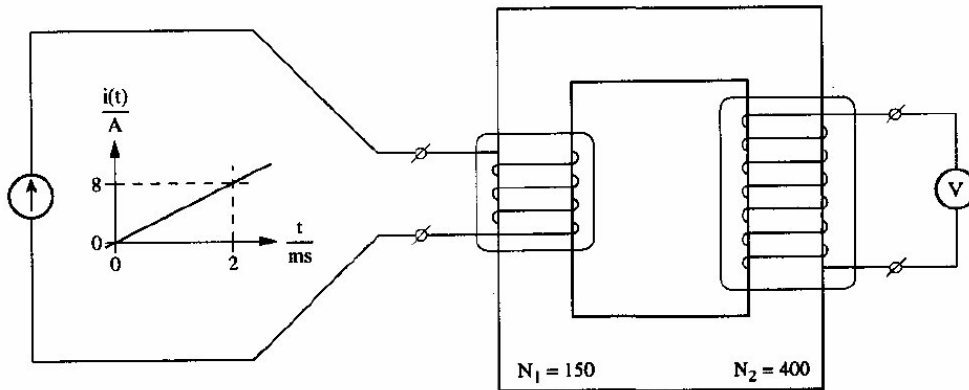
א. מה ההתנגדות של המוליך מנחושת?

ב. מה השראות של הסליל שיוצרים המוליך והטבעת?

ג. מה הגודל של הזרם החשמלי במוליך הנחושת שיביא את החומר הפרומגנטי של הטבעת לסף רוויה?

ד. מה הגודל של המתח היעיל של המקור שהתדירות שלו $400Hz$ שיביא את הטבעת לסף רוויה?

11) באיור מתוארים שני סלילים המותקנים על טבעת העשויה חומר פרומגנטי. סליל 1 מחובר למחולל אות זרם – מקור זרם שאות הזרם שלו מתואר בגרף שבאיור. סליל 2 מחובר למד מתח.



האורך של מסלול השטף המגנטי שבחומר הפרומגנטי הוא $0.15m$, שטח החתך של המסלול הוא $0.3 \cdot 10^{-4} m^2$ והחדירות היחסית μ_r של החומר הפרומגנטי קבועה: 1400. מקדם צימוד השטף המגנטי הוא 0.95 (95% מהשטף המגנטי הנוצר בסליל 1 שוטף בסליל 2).

- מהי ההשראות העצמית של הסליל המחובר למחולל אות הזרם?
- מהי ההשראות ההדדית שבין שני הסלילים?
- מה תהיה הוריית מד המתח כאשר בסליל 1 זורם הזרם הנתון בגרף שבאיור?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } R_m = 5.3M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } L = 0.271H \quad \text{ג. } |z| = 85.18\Omega$$

$$\text{ד. } L_{eq} = 34.4mH$$

$$(3) \quad \text{א. } L_{eq} = 4.686H \quad \text{ב. } L_{eq} = 0.566H$$

$$(4) \quad \text{א. } L_{eq} = 0.22H \quad \text{ב. } L_{eq} = 2.38H$$

$$(5) \quad 4.55$$

$$(6) \quad \text{א. מצב סגור: } R_m = 3.31M \frac{1}{H}, \text{ מצב פתוח: } R_m = 109.4M \frac{1}{H}$$

$$\text{ב. מצב סגור: } L = 108.76mH, \text{ מצב פתוח: } L = 3.3mH$$

$$\text{ג. מצב סגור: } I = 0.69A, \text{ מצב פתוח: } I = 4.07A$$

$$(7) \quad \text{א. } L = 17.2mH \quad \text{ב. } I_{DC} = 4.571A \quad \text{ג. } I_{eff} = 3A$$

$$(8) \quad \text{א. } R_{m(0)} = 7.16M \frac{1}{H}, R_{m(T)} = 10.26M \frac{1}{H} \quad \text{ב. } F_m = 2770At$$

$$\text{ג. } L_1 = 0.215mH, I_1 = 30.5\angle -8.77^\circ A \quad \text{או } L_2 = 4.717mH, I_2 = 8.74\angle -73.545^\circ A$$

ד. האפשרות השנייה: זרם קטן יותר, הספק נמוך יותר.

$$(9) \quad \text{א. } R_m = 248.68k \frac{1}{H} \quad \text{ב. } R_{m(0)} = 9.94M \frac{1}{H} \quad \text{ג. } R_{m(T)} = 10.19M \frac{1}{H}$$

$$\text{ד. } L = 48.07mH \quad \text{ה. } R = 3.5\Omega \quad \text{ו. } X = 15.1\Omega$$

$$\text{ז. } z = (3.5 + 15.1j)\Omega$$

$$(10) \quad \text{א. } R = 15.75\Omega \quad \text{ב. } L = 65.678mH \quad \text{ג. } I = 71.256mA \quad \text{ד. } U_{eff} = 11.81v$$

$$(11) \quad \text{א. } L_1 = 7.916mH \quad \text{ב. } M = 20mH \quad \text{ג. } V_2 = 80v$$